当代形式逻辑引论

An Introduction ToContemporary Formal Logic

龚启荣　朱　霖　吴春红　叶　森　著

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

图书在版编目（CIP）数据

当代形式逻辑引论/龚启荣等著．—北京：电子工业出版社，2009.3
ISBN 978-7-121-08415-7

Ⅰ. 当…　Ⅱ. 龚…　Ⅲ. 形式逻辑—研究　Ⅳ. B812

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 030098 号

责任编辑：董亚峰
印　　刷：北京机工印刷厂
装　　订：三河市鹏成印业有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　邮编　100036
开　　本：720×1 000　1/16　印张：18.25　字数：480 千字
印　　次：2009 年 3 月第 1 次印刷
印　　数：2 000 册　　定价：38.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

事实上，逻辑学从其诞生之日起从来就没有研究过人类的思维！

让人迷惑不解的是，亚里士多德自己认为人的思维是在心脏里进行的，可是后来几乎所有逻辑学论著却硬要说亚里士多德逻辑研究的是思维的逻辑形式（结构）和逻辑规律！我们为此思考了几十年，始终无法理解其中之奥妙。

美国科学院院士、当代最具影响的以研究语言哲学问题著称的分析哲学家约翰·塞尔（John Searle）在其讲演稿《心、脑与科学》（上海译文出版社 2006 年版）中忠实于客观事实地说："关于人脑的功能我们所知甚少，而基于这种无知上的某些理论的矜夸造作又是如此之多。"他引用了美国神经生理学家戴维休伯（David Hubel）在 1978 年说的一段话："我们关于脑的知识处于一种极其初级程度。尽管对一些领域我们已经提出了某种功能的概念，然而其他方面，就掌握的程度而言，我们的认识几乎相当于尚未知道心脏有泵血功能时对心脏的认识水平。"迄今，人类对自己大脑思维的形式结构和规律几乎一无所知！这是胜于雄辩的铁的事实。

逻辑科学——从先贤韩非子、墨子、亚里士多德开始，始终在事实上研究的是客观世界的逻辑结构和客观世界的逻辑规律！只不过，以前的研究是自发的而不是自觉的。

龚启荣

2008 年 6 月 30 日

序

奉献给读者的这部 48 万字的著作《当代形式逻辑引论》是贵州大学逻辑学专业研究生学位授权点领衔导师龚启荣教授主持的继 2006 年在贵州教育出版社出版的专著《当代形式逻辑基础》之后的又一部颇具特色的逻辑学著作。

（一）

逻辑科学从何而来？又将向哪里去？这是逻辑学界普遍关注的课题。追本溯源，我国是逻辑科学世界三大发源地之一。远在 25 个世纪前的春秋时期，在李耳（老子）的五千言《道德经》中就有关于逻辑规律的论述。《道德经》开宗明义第一句便是：“道可、道非，常道。”这可称得上是最早的（比希腊亚里士多德的《工具论》早 2 个多世纪）关于客观世界排中律的揭举：“事件或其否定——常有事件。”“道，万物之奥。”“道，无为而无不为。”（均见《道德经》）道是万事万物（显然是客观的）普遍而又奥妙的属性——事件或事物的逻辑性质或称为逻辑结构；尽管任何事件或事物本身并不就是逻辑性质或逻辑结构（无为），然而在任何事件或事物中却无所不在地深藏着逻辑性质或逻辑结构（无不为）。这堪称是对客观世界的逻辑结构和逻辑规律的最早的精辟而简要的描述。

逻辑科学在萌芽、形成、发展过程中，事实上始终在研究客观世界的逻辑结构和逻辑规律。在战国时期，墨翟的《墨经》以“有之必然”、“无之必不然”定义“大故”、“小故”（即“充分条件”、“必要条件”），研究的是客观世界的逻辑结构——这项科学界说一直被沿用了 24 个世纪（如，在金岳霖教授的《形式逻辑通俗读本》中就以“有甲必然有乙”来规定客观的充分条件关系）；韩非在《韩非子》中揭举的“不自相矛盾律”“无不陷之矛与不可陷之盾不可同世而立”是含有二元关系且分析到项的客观世界的逻辑规律（这比德国学者弗雷格的关系逻辑早 21 个世纪）；古希腊亚里士多德在《工具论》中提出的不矛盾律“任何事物不可能同时具有又不具有某种特性”也是客观世界的逻辑规律。然而，由于未明确提出客体逻辑的元逻辑思想，这种自发的客体逻辑倾向逐渐被湮没、异化。“形式逻辑”这个名称的最初出现并提出其研究对象是“思维形式及其规律”这种思辩逻辑的元逻辑观点，从时间上说，不晚于康德的《纯粹理性批判》（1787 年）、黑格尔的《逻辑学》

（1816 年）。这种观点与事实上自发的客体逻辑倾向背道而驰、南辕北辙。自此以后，至少在 19、20 两个世纪内，这种“研究思维形式及其规律”的思辩逻辑元逻辑观点在西方漫延，并逐渐占据正统的主导地位，把在逻辑史上自发地得出的客体逻辑成果（关于客观世界的逻辑结构和逻辑规律的揭举）一厢情愿地、想当然地强行纳入“思维形式及其规律”的范畴。应该是把这种被颠倒了的历史重新颠倒过来的时候了。当前流行的传统形式逻辑读物大都承认“思维的逻辑规律是对客观规律的认识、反映”。既然如此，这种被认识、反映的客观规律便是客观世界的逻辑规律，这是一；其次，在物理、化学、天文、地质等众多学科中阐明了众多相应领域中的物理、化学、天文、地质等客观规律，这种“阐明”本身当然是一种思想，表述出来便是语言文字，当然是对相应客观规律的认识、反映，然而，在这些众多的学科中，从来不曾把这种对相应领域中的客观规律的认识本身叫做“思维的物理规律”、“思维的化学规律”、“思维的天文规律”、“思维的地质规律”等，唯独在传统形式逻辑书中，把这种对客观世界的逻辑规律的认识本身叫做“思维的逻辑规律”，而把不管是古人还是今人事实上在进行的对客观世界逻辑规律的研究称为“研究思维的逻辑规律”。“思维”作为宇宙中五类运动形态（其余四类为机械、量子、化学、生命）中的最高级的运动形态，当然会有结构（似乎也可称为“形式”）和规律，然而，古今中外的任何逻辑都不曾对之进行过任何研究（除了按被认识的客观逻辑结构和规律起一个相应的名称，此外，对这种作为思想的认识本身所真正具有的结构和规律事实上却一无所知）。难道事情不是这样吗？据说，已故著名逻辑学家詹剑峰教授在给学生讲授三段论时先做如下演示：他把眼镜摘下，放进眼镜盒，啪的一声盖上盒盖，然后把装有眼镜的眼镜盒放进上衣口袋；用手拍拍口袋，说道：“我的眼镜在眼镜盒里，眼镜盒在这口袋里，所以，我的眼镜在这口袋里”。他随即把手伸进口袋，把口袋中（未取出来）的眼镜盒打开，捏住眼镜，随手把眼镜取出，举起，并说到：“你们看，果然！”詹教授向学生们切切实实地演示了客观世界的第一格第一式三段律（通常用“AAA”表示）：空间包含关系（也可叫做类包含关系）的传递律。詹教授的这种极度形象生动、有声有色的实际演示可称为“显示客观逻辑规律的逻辑实验”，就像显示客观理、化规律的理、化实验一样。流行的众多形式逻辑学读物中，没有一条逻辑理论不是对客观世界逻辑结构和逻辑规律的认识和整理，没有一条逻辑理论是对人的思维的形式结构和思维规律的认识和整理。迄今为止，人对自己的思维几乎一无所知。

历来争论不休的逻辑系统内众多理论问题中，当首推演绎推理能否出新知。传统形式逻辑始终坚持论证不许循环、推理的结论对前提来说是新知。

这种黄金般闪光、殊堪珍惜的传统观点无疑是应予发扬光大的可贵历史遗产；然而，自从正统数理逻辑兴起并被一些人视做传统形式逻辑的现代发展以来，竟然认为推理式是同语反复的重言式，结论只不过是部分或全部重复在前提中已出现过的命题。这完全抹杀了逻辑是从已知进入新知的认识宇宙的普遍有效的工具。逻辑客体说倡导者不仅坚持客观世界具有独立于人的认识的客观的逻辑结构，而且，还具有不以人的意志为转移的从已有事件必然过渡到新事件的逻辑运演机制——客观世界的客观的逻辑规律。这种在人类诞生前和消失后始终在广漠无垠的宇宙际运行着的客观的逻辑运演机制被“会思想的芦苇”——人类——认识后便是从已知（对已有事件的认识）去得出（对必然过渡的认识）新知（对新事件的认识）的推理、论证。倾心于上述逻辑理论问题的读者也可以在本著作中觅得相关的论述。当然，您可以赞成（只要“是我而当”，您就是我们的朋友），更可以反对（也只要“非我而当”，那我们就恭恭敬敬地拜您为师）；不论您是赞成抑或反对，无论如何，希望您能理解、明白本著作中的阐述。

（二）

在这本著作的诸多特色中，下述两个特色最显著、最突出：认定了逻辑科学的研究对象不是思维形式或符号（包括自然语言和人工语言），而是客观世界的客观的逻辑结构和逻辑规律；在客观世界的客观的逻辑规律中，最重要的则是以具有两个独立性的客观的充分条件关系为结构核心故而能从已有事件必然过渡到新事件的客观推理律，人认识后便成为可从已有知识去推出新知识的思想推理，用自然语言或符号语言表达出来就是推理句群或推理式。这里，存在着互有紧密联系然而却又有严格区别的下述三者：（1）人类诞生前、消失后，在无边无涯、无始无终的宇宙中无所不在、永不停息地运行着的客观的逻辑运演机制——客观的具有两个独立性的推理律；（2）在人类诞生后、消失前，对客观推理律以迄今不知其内在机理的脑神经元搭接方式实现的正确反映、如实摹写——思想推理；（3）为了互相交流，也为了留久传远，把思想推理表达成自然语言或符号语言——推理句群或推理式。其中，（1）是独立于人的意志和认识的像客观的天体运动、化学反应等一样的充满于广漠绵延的宇宙际的客观的逻辑规律；（2）是发生在人类头脑中迄今说不清其宏观、微观机制的人对客观的逻辑规律的意识映像；（3）是意识映像的常用物质载体——一串声音（发自喉咙、口腔等发音器管）或笔道（纸张等物料上的有色可见痕迹）。（1）具有客观的唯一确定的逻辑结构（像物质的化学结构一样客观而又确定）；（3）则具有约定俗成或依据（1）人为地规

定的语言结构，而约定俗成（某种意义上是根本不曾顾及客观的逻辑结构而随心所欲）的自然语言结构与被其所指谓的客观的逻辑结构之间的关系是多对多关系——多种语言结构表述一种逻辑结构（即语言中的同义现象），而一种语言结构又可表述多种逻辑结构（即语言中的多义现象）;（2）是作为宇宙际五种运动形态中最高级的运动形态，按理也应具有自己的结构，然而，包括逻辑科学在内的任何科学对此几乎一无所知，逻辑科学自诞生之日起直到如今自觉或自发地（对有些人来说是“违心”地）在事实上研究的是（1），并把研究结果用（3）表达出来，对（2）本身除了依据（1）起一个相应的名称外，不曾进行过任何研究。

我国作为世界逻辑科学三大发源地之一，远在春秋战国时期就涌现出一批对逻辑科学做出重大贡献的思想家。在群星闪耀的众多思想家中最耀眼的可数墨翟、韩非、荀况、公孙龙等。《韩非子·难一》以浅易通俗的寓言故事举重若轻地阐明了家喻户晓、老幼皆知的客观世界的逻辑规律不自相矛盾律。“不可同世而立”的是满足客观关系“不可陷”、“无不陷”的客观事物“盾”、“矛”，而并非什么思想或语言；而自相矛盾的思想或语言明明可以同时说出或写出；从而，“不自相矛盾律”是客观事物的，而不是思想或语言的。鉴于韩非子的不自相矛盾律之成立必须分析到客观的个体变元和 2 元关系，堪称古代逻辑科学的辉煌杰作，同时代的古希腊亚里士多德逻辑学不能望其项背。韩非等古代逻辑学家这些彪炳古今的客体逻辑思想照亮了中国以至世界逻辑科学发展的路程。著作《当代形式逻辑引论》则沿着这条发展逻辑科学的康庄大道迈步向前。

逻辑科学的另一个发源地是古希腊。被尊称为传统形式逻辑开山鼻祖的亚里士多德在《工具论》、《形而上学》等著作中系统地研究了客观世界的逻辑结构和逻辑规律。如他对“十范畴”的分析，就在事实上研究了客观事件的客观逻辑结构中的一些客观组成要素：个体、性质（一元关系）、关系（多元关系）等；他还朴素然而深刻地揭举了客观世界的不矛盾律等客观的逻辑规律：“任一事物不能既具有又不具有同一性质。”他对客观的推理律的刻划则是：“一些事情发生了，另一些事情必然随之发生。”在这种对客观推理律的刻划中，难能可贵的是：针对具有客观的必然过渡关系的客观的“一些事情”、“另一些事情”，而并非并不具有必然过渡关系的“一些思想（或语言）”。因为，对“思想（或语言）”来说，当一些“思想（或语言）”产生时，另一些“思想（或语言）”可以产生，也可以不产生；可以这样产生，也可以那样产生；这与客观的“事情”完全不同（当一些事情发生时，另一些事情不可能不发生，不管人们是否认识、承认）。

正由于在客观推理律中出现的客观的充分条件关系具有两个独立性，根本不是任何真值函数，因此，这本著作特别区分了纯真值和非纯真值联结关系，并把重点放在非纯真值联结关系上。与此相应地，这本著作区别了含蕴涵重言式和含充分条件的推导式；前者不具有推导功能，从而不是推导式，只有后者才是真正的推导式。作者在此基础上，又将含充分条件的真正的推导式再进一步二分为推理式和导出式；前者由于具有两个独立性故而能从已知得出新知，后者由于只具有第一独立性而不具有第二独立性，因此不能得出新知。

任何正确的理论都会获得实际应用，而是否具有实际应用也是检验一种理论是否正确的有效途径。逻辑理论当然也在此列。鉴于客体逻辑理论当代形式逻辑研究无所不在的客观世界的逻辑结构和规律，因此，必然具有非常广泛的应用领域。在本著作主持人的其他论著中，关于当代形式逻辑在人工智能、计算机科学、数学、哲学、管理学等方面的应用有较详细的论述。这本著作第 16 章关于当代形式逻辑在军事管理中的应用实例是一种初步尝试，这也是逻辑应用的一个值得研究的崭新领域。

这本著作内容丰富新颖，值得一读。

这本著作致力于继承、发扬传统形式逻辑固有的客体逻辑方向，坚持传统形式逻辑将推理作为从已有知识得出新知识的逻辑工具的主导思想，具有众多特色——上面指出的只是其中较为显著的。本著作作为一部颇具特色的、根本不同于用数理逻辑“改造”传统形式逻辑或用数理逻辑“取代”传统形式逻辑的逻辑著作，希望能引起学界贤达的深切关注。

林邦瑾

2008 年 10 月 20 日于宁波

目　录

引　　言

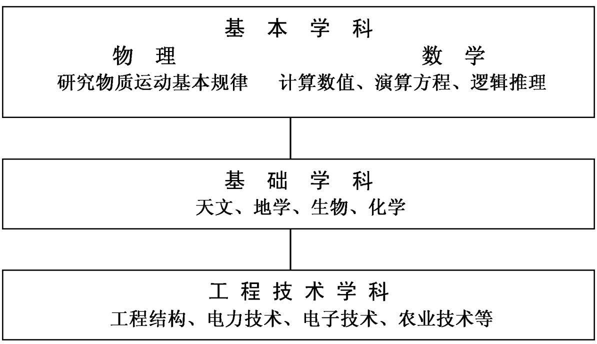
一、逻辑科学在现代科学中的地位

形式逻辑，在恩格斯写《反杜林论》（1877 年）和《费尔巴哈与德国古典哲学的终结》（1886 年）时还被包含在哲学领域中：“这样从全部以前的哲学中，还保存独立意义的只有关于思维及其规律的科学——形式逻辑和辩证法”。（《反杜林论》，第 24 页）尽管有一本《形式逻辑》宣称形式逻辑后来已经从哲学的怀抱中分离出来了，然而，直到如今，在所有的图书馆中形式逻辑书的目录卡片仍旧放在贴有“哲学”标签的抽屉里，而开设形式逻辑课的学校仍旧大都把教员编在哲学系中，研究形式逻辑的机构也仍旧大都隶属于哲学研究所。这种现状至少说明了形式逻辑这门古老的学科发展的迟缓。虽然已经有了形式逻辑早就成长到足以离开母亲哲学的怀抱而独立生存的舆论，但是实际上它与哲学的联系还是要比其他学科紧密得多。要是暂且不考虑数理逻辑，那么，传统的形式逻辑的现状确实是十分简陋贫乏的。但是，尽管如此，形式逻辑不是哲学的一部分已经是尽人皆知的常识了，虽然，在图书馆的书架上把形式逻辑与哲学书排放在一起，在研究院或学校中把从事形式逻辑的研究或教学的人员编制在哲学的研究或教学机构中。

形式逻辑是一门不同于哲学的专门学科，这种看法可以说是由来已久，获得普遍公认的了。然而，说形式逻辑不是社会科学（或人文科学）而是数学的一部分，这还是近二、三十年来才有的观点。我们摘引两段文字来介绍一下持有这种观点的人的一种看法：“所以，天、地、生、化四门基础科学，从现代科学技术体系的观点讲，都可以归结到物理和数学。根本的基础科学，就是研究物质运动基本规律的物理，加上数学工具。数学不只是演算，也包括逻辑的推理过程。靠六门基础学科的现代工程技术，也靠物理和数学这两门基础作为支柱。所以物理和数学也可以称为现代科学技术体系的基础。在此之上是天文学、地学、生物学和化学这些基础学科以及各种分支学科如力学等；再上面是工程技术学科如工程结构、电力技术、电子技术、农业技术等。这就是现代科学技术的体系构成。”

“前面曾说到现代科学技术，说到底，是靠两门学问，一是物理，二是数学。数学告诉我们如何计算数值，如何演算方程式，如何搞一般的推理。今天我们必须说在这三个数学的功能方面我们有了一种高效能的机器，来帮助我们工作，这就是电子计算机，特别是电子数值计算机”（人民日报一九七七年十二月四日第二版，钱学森：《现代科学技术》）。

以上述引文为根据，可得出现代科学技术体系的结构层次示意图甲，如图序 1 所示。



图序 1　现代科学技术体系的结构层次示意图甲

在示意图中出现的词语除“基本学科”外都是在上述引文中出现过的。我们称引文中的“基础学科的支柱”为“基本学科”，所谓“基本”指的是“基础的支柱”。

我们知道，除了近来有人认为逻辑是数学的一部分之外，还曾经有人认为数学是逻辑的一部分。自从德国的数学家、哲学家莱布尼兹（G • W • Leibniz，1647—1716）在 17 世纪中叶提出用数学方法处理逻辑问题——系统地采用通用的符号语言进行逻辑演算的设想以后，两个世纪以后，英国的数学家、逻辑学家布尔（G • Boole，1815—1864）才第一次构造出一种可以解释为重言的命题逻辑的抽象代数系统——后来称为“布尔代数”或“逻辑代数”。继此之后，德国数学家、数理逻辑家弗雷格（G • Frege，1848—1925）提出了弗雷格原理“复合命题的真值完全取决于它的支命题的真值，是它的支命题的真值的一个函数”（这就远离了普通逻辑思考实际，和传统逻辑分道扬镳，因为，在传统的假言推理式、选言推理式中出现的假言命题、尽举的选言命题的真值并不完全取决于其支命题的真值），并以弗雷格原理为指导思想构造了第一个命题演算的公理系统，还草创了谓词演算。弗雷格毕生从事于建立算术的形式化公理

系统，努力在逻辑中推导出全部算术。英国哲学家、数理逻辑家罗素（B •Russell，1872—1970）建立了完整的、自足的两个演算的形式化公理系统——命题演算和狭谓词演算的形式系统，并进一步深化和发展了弗雷格的逻辑主义理想：把所有的数学概念都归结为算术概念，而算术概念则用逻辑概念来定义，从而由他完善地构造的逻辑演算公理系统推导出算术，再进而推导出全部数学。《数学原理》（1910—1913，共出三卷，与怀特海合著）就是为上述目的写作的，然而却不曾实现，在从数理逻辑公理推导算术的尝试过程中就不得不引用两条非逻辑公理（选择公理和无穷公理），而原本打算推导出几何的第四卷则未能完成。尽管《数学原理》不曾实现把数学划归为数理逻辑这种不可能实现的目标，然而，却因此强化了正统的数理逻辑的数学化倾向，使得它完全背离了传统的形式逻辑的把推理格式当作从已知获取新知的工具的这种主导思想，专门从事于研究真值函数和个体 - 真值函数的构造和性质，终于发展成为一门特殊的离散数学。

从上述对数理逻辑发展过程的鸟瞰式的回顾中可以看出，在用数学方法处理数学里的推理论证的尝试中产生了数理逻辑的萌芽；在建立起严格的、自足的两个演算以后，企图把全部数学纳入羽翼初丰的数理逻辑的顽强而又无望的努力过程中，不曾从数理逻辑出发构造出全部数学，而数理逻辑自身却终于在事实上成为数学的一个特殊的分支——鉴于研究元数学问题从而给数学的各个分支提供共同的基础的基础数学。

事实上发展成为一门离散数学的正统的数理逻辑确实是数学的一部分。然而，鉴于最终发展成为数学的一个分支的正统数理逻辑在产生之日起就舍弃了普通逻辑思考中使用的推理格式的从已知获取新知这个最根本的逻辑性质，从而就和植根于普通逻辑思考的传统形式逻辑分道扬镳。正由于此，以普通逻辑思考中的推理格式（从根本上说不同于真值函数、个体 - 真值函数）为主要研究对象的传统形式逻辑并不会随同数理逻辑成为数学的一部分。在普通逻辑思考的推理格式中出现的最重要的逻辑关系是不能用真值函数或个体 - 真值函数关系刻划的充分条件关系，不是数学的研究对象。在充分条件关系的前、后件中出现的真值函数、个体 - 真值函数关系只不过是起辅助作用的次要因素。独立地看，真值函数、个体 - 真值函数关系是函数关系，是数学的研究对象。然而，由于最重要的逻辑关系充分条件关系并非函数关系，不是数学的研究对象，而是逻辑的研究对象，因此，在充分条件关系的前、后件中作为辅助的次要因素出现的真值函数、个体 - 值值函数关系，在这种情况下也可以当做是起

辅助作用的次要的逻辑关系，于是，也可以成为逻辑科学的附带的研究对象。这就是说，本身是函数关系然而却又会在并非函数关系的充分条件关系的前、后件中出现的真值函数、个体 - 真值函数关系是数学（由于是函数关系）和逻辑（由于在逻辑关系的前、后件中出现）的共同的研究对象。可是，尽管如此，鉴于只从逻辑出发不可能构造出全部数学，而主要的逻辑关系充分条件关系又不可能纳入数学，因此，数学和逻辑互相包含不了对方，互相不是对方的一部分，而事实上只能是作为互相并列的两门不同的学科。

综上所述，作为现代科学技术体系的“基础学科的支柱”的“基本学科”应为三门：物理（研究物质运动基本规律）、数学（计算数值、演算方程）和逻辑（向人们提供作为从已知获取新知的工具的推理格式）。逻辑科学在现代科学技术体系中的地位是：和物理、数学鼎足而三的支撑现代科学大厦的“基础学科的支柱”——“基本学科”。于是，得到现代科学技术体系的结构层次示意图乙，见图序 2。

基　本　学　科

物　理　研究物质运动基本规律

数　学　计算数值、演算方程

逻　辑　逻辑推理

基　础　学　科

天文、　地学、　生物、　化学

工　程　技　术　学　科

工程结构、电力技术、电子技术、农业技术等

图序 2　现代科学技术体系的结构层次示意图乙

二、传统形式逻辑与数理逻辑

传统的形式逻辑（简称传统逻辑）从古希腊的亚里士多德（Aristotle，公元前 384—公元前 322）至今，已有两千三百多年的历史。充分条件关系（简称条件关系）作为逻辑关系是传统逻辑的最重要的研究对象，并在事实上构成了传统逻辑体系的理论核心 —— 每一个传统的推理格式的前件事实上都是后件的逻辑的充分条件。众所周知，条件关系不是真值函数关系。故而，条件命题（亦称假言命题）的真假不取决于其前、后件的真假，而取决于这之间是否存在条件关系。因此，条件命题的真值与其前、后件的真值之间的关系并不是函数关系。事情甚至是，条件命题的真假必须在无需依据其前、后件的真假的情况下确定，而作为真值函数的纯真值复合命题（如蕴涵命题）的真假却完全取决于支命题的真假。所以，传统逻辑中的条件命题里的结联词“如果，那么”（或者“若，则”）不是数理逻辑中的纯真值联结词实质蕴涵（简称为蕴涵）。正由于此，传统逻辑始终在事实上把建立在条件关系上的推理格式当做人类认识世界的从已知获取新知的工具。这种关于研究推理格式的深刻正确的主导思想，在传统逻辑中随处可见。我们从金岳霖等同志著的《逻辑通俗读本》中引用几条在传统逻辑的范围内具有广泛代表性的论述：

“推理是从一个或几个已知的判断得出一个新判断的思维过程”。

“推理的功用就在于帮助我们从已经有的知识推出新的知识来。”

“论证还有一种错误，叫做循环论证”。

传统逻辑不仅为了让推理在事实上能出新知而在理论上坚持论证不许循环，而且还在实际上把这个深刻正确的理论观点贯彻到命题逻辑和名词逻辑的推理格式中去。事实上，传统逻辑揭举的大多数推理格式都可以用来做不循环从而能出新知的论证。然而，数理逻辑的纯真值联结词却只抽取了出现在推理式中的命题与命题之间的真值函数关系，舍弃了此外的真正的逻辑关系，从而和传统逻辑要求推理的结论对前提来说必须是新知的这种主导思想相抵触。最早系统地向我国介绍数理逻辑的金岳霖同志在70年前就已经注意到了这一点。

“‘推论’二字在传统逻辑似有由已知到未知的意义，在现代的符号或数理逻辑，‘推论’无此意义”。

“在数理逻辑由‘赵云姓赵，赵云姓赵’这一命题可以推论到‘赵云姓赵’，可是这种推论没有以上的意义”。

（金岳霖：《逻辑》，商务印书馆 1937 年版，第 162—163 页）

可见，从主导思想上说，传统逻辑和数理逻辑殊异。因此，尽管数理逻辑在产生和成长的过程中广泛地运用传统的形式逻辑，然而，两个演算并非传统的形式逻辑的发展，当然也不是什么现代的形式逻辑。

虽然人们都清楚条件关系并非真值函数，可是，条件关系的逻辑含义究竟是什么，直到如今还不曾彻底弄清（譬如说，不容易说清楚 **B** 究竟是不是“如果 **A**，那么 **A** 并且 **B**”的充分条件）。这就是说，对于传统逻辑来说至关紧要的逻辑关系条件关系，迄今还没有一个公认的确切的定义，也没有一项能行的鉴别方法。于是，这种原本应由逻辑科学研究的条件关系的逻辑含义就理所当然地被视做逻辑外的“具体内容”，从而被推拒于正统的数理逻辑的门外；而纯真值的实质蕴涵则乘虚而入，企图名正言顺地取而代之。

时至今日，一方面坚持传统逻辑的深刻正确的主导思想，一方面又借鉴数理逻辑的严格精密的演算技巧，充分条件关系的逻辑含义是完全可以刻划清楚的。然而，当我们回顾时，三百年前，或者一百四十年前，草创数理逻辑的数学家们只有舍弃包含在条件关系中的在当时不可能弄清楚的逻辑含义这个沉重的负担，数理逻辑才能在按照弗雷格原理构造的纯真值复合命题（即真值函数）这种轻装下起飞。这种历史现象不仅是可以理解的，而且是值得赞颂的。正由于此，轻装起飞的数理逻辑就像展翅的鲲鹏，扶摇直上。倘若当初的数学家们迂腐地背负着条件关系的谁也说不清楚的逻辑含义起程，那么，数理逻辑就不可能获得如今已经取得的长足进展，而那么说清楚的条件关系的逻辑含义也许就会永远说不清楚。这就是说，为了能够终于去确切地揭举条件关系的逻辑含义并让传统形式逻辑获得充分的发展，人们不得不先去构造彻底抛弃这个逻辑含义因而成为数学的一个分支的数理逻辑。这种欲擒故纵的曲折过程也许可以算做是人类知识发展的辩证法。

虽然数学家们在缔造数理逻辑时心存通过用数学方法处理数学中的逻辑问题来发展逻辑科学的愿望，虽然数理逻辑在整个发展过程中始终都借助于传统形式逻辑，在研究数理逻辑的元逻辑问题时以传统形式逻辑为元逻辑的重要组成部分，而数理逻辑的辉煌成果又将回过头来为传统形式逻辑的充分发展提供强有力的数学方法，但是，这两门都称为“××逻辑”的学科由于性质的不同仍然具有原则的区别：正统数理逻辑事实上是离散的基础数学或者基础的离散数学，可是，传统形式逻辑却始终事实上是不同于数学的名副其实的逻辑科学。我们这里说的是事实，尽管有人不愿意承认这个事实。

三、当代形式逻辑语义学、语构学、语用学

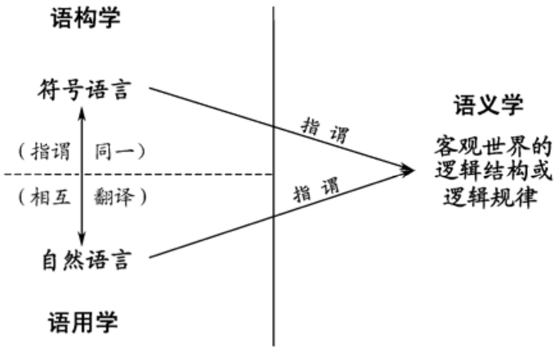
为了达到确定的目的，在一门科学中采用不同于自然语言的人工符号标志的系统称为符号语言。各门学科（如数学、物理、化学等）都有适合于自己的特殊的符号语言。符号语言的使用由来已久。在亚里士多德的逻辑学中已经开始使用人工符号，尽管并未形成系统。严格意义的人工语言——对一门学科所研究的对象用一种人为的表意符号系统去加以描述或处理的语言，则是近代的产物。为了避免自然语言的同义或歧义现象，为了精确、简明、方便，更主要的是为了能进行严格而又灵巧的演算，在本书中系统地采用了适应其研究对象的符号语言。像自然语言一样，符号语言也具有指谓性：指谓现实世界的事物或规律。

关于为逻辑学所采用的符号语言，可以进行三个方面的研究：关于为符号语言所指谓的客观世界的以充分条件关系为核心的逻辑结构或逻辑规律的研究称为语义的（Semantic）研究；关于符号语言自身的排列结构和变形规则的研究称为语构的[①]（Syntactic）研究；而关于以语义为中介的互相同义的符号语言和自然语言的互相转换的研究则称为语用的（Pragmatic）研究。这三者中，语义的研究是根本，语构的和语用的研究是为语义研究服务的。语构和语用的研究不仅是在语义的研究成果的基础上进行，而且还回过头来为语义的研究服务。正由于符号语言自身的排列结构和变形规则精确地反映了客观世界的以充分条件关系为核心的逻辑结构和逻辑规律，这就决定了语构的研究的终极目标是清晰、透彻而又完备、无误地进行语义的研究；而语用的研究则是为了沟通理论和实际，使语义的研究深深地植根于和自然语言须臾不可离的普通逻辑思考实际，以便从中吸取丰富的养分，并把语义的研究成果应用于普通逻辑思考实际，借以不断提高使用一定自然语言的整个民族的理论思维水平。

关于当代形式逻辑中采用的符号语言的语义的、语构的、语用的研究就分别称为当代形式逻辑语义学、当代形式逻辑语构学、当代形式逻辑语用学（Contemporary formal logical Semantics，Contemporary formal logical Syntactics，Contemporary formal logical Pragmatics），在不致引起含混的情况下，可简称为逻辑语义学、逻辑语构学、逻辑语用学。这三者之间的关系可用图序 3 给予形

[①]也有译为语法的，或者，语形的。

象地描绘。



图序 3　当代形式逻辑语义学、语构学、语用学三者之间的关系

四、当代形式逻辑的研究领域、哲学思想和理论观点

每一门学科的内容都有三个方面：(1)所研究领域内的基本的事实与规律；(2)一定的哲学思想；(3)以基本的事实与规律为依据，以一定的哲学思想作指导，系统地提炼出来的理论观点。当代形式逻辑所研究的领域是：现实世界的对象域上的个体、集、1 元或多元函数、1 元或多元关系、关系间的真值函数关系、关系间的充分条件关系和上述客观关系的客观规律，以及它们在意识中的反映——概念（或词）、命题和推理。这中间，当代形式逻辑以关系间的充分条件关系为研究的核心，其余的一切都是围绕这个核心，为透彻地研究这个核心服务。由于在关系间的充分条件关系的前后件中会出现 1 元或多元关系、真值函数关系，而在这两者中会出现个体、1 元或多元函数，因此，为了研究充分条件关系，当代形式逻辑也就必须附带研究会在其前后件中出现的个体、1 元或多元函数，以及 1 元或多元关系、真值函数关系（这些构成数理逻辑的主要研究对象），作为一种次要的辅助。当代形式逻辑的哲学思想为辩证唯物论。当代形式逻辑的最重要的理论观点是：推理式是现实世界的个体间、类间、个体与类间的一元或多元关系间的充分条件关系的规律在意识中的反映，是人类在认识世界过程中从已知获取新知的初等工具。

由于存在于现实世界的事物 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之间的充分条件关系具有下述特征：不管 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身的有无，有 $\boldsymbol{A}$ 必有 $\boldsymbol{B}$，无 $\boldsymbol{B}$ 必无 $\boldsymbol{A}$，因此，在人们认识了这种充分条件关系后，就获得了一种独立于以 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 为原型的命题α、β本身的真假的方法去确定α真、β必真，β假α必假。这种可独立于命题α、β本身的真假确定（即具有第一独立性）的命题α、β的真假间的必然联系在当代形式逻辑中称为充分条件关系。在人们独立于α、β的真假确定了命题α、β间有充分条件关系后，只要人们确定了α真，就可以由之去确定本来未确定的β为真；只要人们确定了β假，就可以由之去确定本来未确定的α为假（这就是第二独立性）。

命题α、β的充分条件关系是其原型现实世界的事物 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 间的条件关系在意识中的反映，在本质上区别于真值函数关系，因而从根本上说是非数学的。这是事情的一个方面。然而，事情还有另一方面。在本质上是非数学的充分条件关系及其规律可以采用数学方法进行处理，这就像在本质上是非电的物理量（如距离、温度等）可以采用电的方法来量测一样。不过，当我们在采用数学方法来处理非数学的充分条件关系时，不能为了追求数学上的“纯”而舍弃充分条件关系中的非数学的本质——能独立于前后件的真假确定因而给从已知

获取新知提供了依据。这也正像在采用电的方法来量测非电的物理量距离、温度等时不能为了追求电学上的“纯”而舍弃距离、温度等非电物理量的非电的本质一样。“非电量的电量测”这门学科妥善地解决了在保持非电物理量的非电的本质的条件下采用电的方法对之进行量测。当代形式逻辑则试图探索在保持逻辑推导的非数学的本质的条件下采用数学的方法对之进行分析。

当代形式逻辑采用数学方法研究作为从已知获取新知的初等工具的演绎推理格式；而推理是由命题组成的，命题是由概念（或词）组成的，因此，当代形式逻辑也探讨在推理中出现的命题和概念（或词）。

第 1 篇　客观世界的逻辑结构和逻辑规律

第 1 章　当代形式逻辑语义学基础（1）——客观世界的项和事件

1.1　客观世界的集

1.1.1　对象、个体与集

对象就是可以对之思考的一切。实物是对象，性质、关系也是对象；物质是对象，意识也是对象。意识只不过是人脑这个高度发展了的实物的属性，一经产生，也便可以对之思考。然而，尽管如此，正在进行的思考却不可能以自身为思考对象。这个事实称为思考的不自返律。当然，某个思考一经完成，另起的思考便可以以之为对象。

在思考时不对之进行分解的单个对象称为个体。譬如，当人们在做各种不同的思考而分别以银河系、地球、大兴安岭森林、一棵树、一个细胞、一个分子、一个原子、一个电子等为不对之进行分解的单个对象时，银河系、地球、大兴安岭森林、一棵树、一个细胞、一个分子、一个原子、一个电子等，就分别是个体。通常以斜体小写拉丁字母 e、右上角加撇 e' 或右下角加下标 e_i（i 为自然数）表示个体。人们在讨论问题时，不可能从嘴里喷出一个个体月亮，也不可能在纸面上放上一个个体国家，而只能使用表示个体月亮或国家的符号。在当代形式逻辑语义学的范围内，使用符号只不过是手段，讨论为符号所指称的个体才是目的。宇宙在结构层次上没有最小的不可再分的起点，然而，人们对宇宙结构层次的认识却必须有也只能有一个起点。个体就是当代形式逻辑语义学研究宇宙的结构层次的起点。

集就是由有限或无限个个体组成的组合、总和或整体。譬如，由一间屋子里的家具组成的集，由星球组成的集，而一部机器则是由全部零件组成的集。以斜体大写拉丁字母 P、Q、R、S，加撇或下标表示集。集有时也称为集合。

组成一个集的个体就称为该集的元或元素。以 $e \in P$（念做“e 属于 P”）表示 e 是 P 的元；以 $e' \notin P$（念做“e' 不属于 P”）表示 e' 不是 P 的元。集由其全部元唯一地确定——这称为集的外延原则。

关于集的语言表达，除了采用列举法和一般元法外，为了阐述方便，我们还采用在“集”字之后将表示某集的那个语词写在圆括号之内。比如，集（人）就表示人这个集合。

1.1.2　集的共仅属性

为集 P 的任意元所共有的属性称为集 P 的共有属性；只为集 P 的元所仅有的属性称为集 P 的仅有属性。集 P 的共仅属性 p 就是既是集 P 共有的又是集 P 仅有的属性。集的共仅属性就是把任意具有它的个体连结起来，而又把此外不具有它的一切个体排除出去从而构成一集的那种属性。集 P、Q、R、S 的共仅属性，分别以斜体小写拉丁字母 p、q、r、s，加撇或下标表示。进行新陈代谢是集（人）的共有属性，会说汉语是集（人）的仅有属性。集（人）的共仅属性可以举出很多，譬如，动物的属性与下述各属性组加在一起就分别都是：①能制造工具的（富兰克林）；②具有第二信号系统的（巴甫洛夫）；③上下各四截齿，左右各一犬牙，其身直立的（李尼亚）；④两手、胎生的（古维尔）；⑤过社会生活的（亚里士多德）；⑥天地之性最贵者也（许慎）；⑦不仅改变自然所给予的形式，而且在自然所给予的形式之间实现了自己的目的（马克思）。若不同的属性 p_1、p_2、…、p_k 都是集 P 的共仅属性，则称这 k 个共仅属性关于 P 互相对当，并简称为相当。互相对当的不同的共仅属性具有不同的逻辑功能，真正的逻辑科学必须加以区分。不能认为，当在一个命题中出现的表述共仅属性 p_1 的名词换以表述与之相当的不同的共仅属性 p_2 的另一个名词后，命题的意义和真假不会改变。譬如，“富兰克林知道人是能制造工具的动物”为真，然而，“富兰克林知道人是具有第二信号系统的动物”却为假，因为他事实上并不知道。不区别互相对当的不同共仅属性的纯外延的正统数理逻辑不是真正的逻辑科学。集 P 及其共仅属性 p 都是客观的，不以人的认识和意志为转移。人可以认识集 P 及其共仅属性 p，但不能向壁虚构。人们可以设想或者说出关于某种性质的思想，但此种性质未必存在；当此种性质实际上并不存在时，有关的思想只不过是无所指谓的空想，决不是什么共仅属性。康托尔的集合论“概括原则”指出，对于任意给出的一项性质 p，必定存在一个以 p 为共仅属性的集 P。这显然不能成立，因为，意识决定不了存在。

1.1.3　集的性质

任意的集皆具有下述性质。

1）元的单一性。一个个体就是一个个体，因此，任一属于集的个体只能在集中出现一次；一个个体在一个集的一个地方出现后不能再在同一个集的其他地方出现。

2）元的无序性。集的元可以在集中以任何顺序排列起来，两个组合相同然而元的排列不同的集被当做同一个集。一个班的学生构成一个集，无论他们坐在教室里还是排列在操场上，尽管排列顺序不同，然而仍然是同一个集。

3）个体与集的相对性。个体与集是相对而言的。个体本身也可以是由其他低一层次的个体为元组成的集；集也可以成为组成其他高一层的集的个体。个体相对于由其组成的集来说才是个体；集相对于组成它的个体来讲才是集。

4）集的排己性。又称为集的不自属性。任一集都不以自身为元，即任意的集都不属于自己。客观世界不存在 $P \in P$，客观世界只存在 $P \notin P$。

5）属于关系的不矛盾性。同一个体 e 不可能既属于又不属于同一个集 P。就是说，$e \in P$ 和 $e \notin P$ 不能并存。这又可称为属于关系的不矛盾律，是客观世界的一种规律。

6）属于关系的排中性。同一个体 e 不可能既非属于又非不属于同一个集 P。就是说，$e \in P$ 和 $e \notin P$ 不可能皆无。亦即，$e \in P$ 和 $e \notin P$ 至少有一存在。这是客观世界的一种规律，可称作属于关系的排中律。

5）、6）合起来可称为属于关系的选一性。就是说，同一个体 e 和同一集 P 的属于关系一定是且只能是下述二者之一：$e \in P$、$e \notin P$。可称为属于关系的选一律。

1.1.4　集的分类

集按其元是否存在可分为实集和空集；对实集按其元的数量为无限或有限，又可分为无限集与有限集；对有限集又可进一步按其元的数量是多于一个或只有一个而分为多元集和单元集。无限集与多元集可以合称为普遍集，单元集又称为单独集。集的分类如图 1.1 所示。

1．实集

有元的集称为实集。如，由中国名山组成的集就是实集；由象棋大师组成的集也是实集。

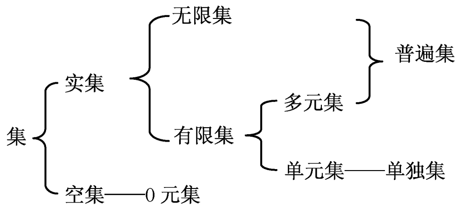


图 1.1　集的分类

实集分为无限集和有限集。

由无限多个个体组成的集称为无限集。例如：宇宙中的星球组成的集，自然数组成的集，都是无限集。宇宙中的星球这个集，人们虽然用电子天文望远镜可以观察到组成它的数以亿万计的个体，但茫茫的宇宙无尽无涯，人们是无法穷尽地观察完它的个体的；自然数这个集，从人类开始使用组成它的个体以来，至今没有穷尽，而且永远也不会穷尽，所以它们都是无限集。

由有限多个个体组成的集称为有限集。例如：中国的直辖市这个集，它只有北京、天津、上海、重庆这四个有限的个体，因而它是一个有限集；城市这个集，虽然在世界上的城市数以千计，但毕竟是有限的，所以它也是一个有限集。

有限集又分为多元集和单元集。

由多于一个元组成的集称为多元集。上面举的两个例子都是多元集。

只由一个元组成的集称为单元集。例如，地球的自然卫星这个集，它只有一个元，即月球，所以它是一个单元集。

以集的元是否可逐一列举（或是否可逐一考察）作为划分的标准，又可将有限集二分为可逐一列举的有限集和不可逐一列举的有限集两类。比如前述中国的直辖市这个集就是前者；而由地球上的人构成的集就是一个不可逐一列举的有限集——对这个集的元，不仅不可逐一考察，甚至无法准确清点人的个数。比如，人口普查，一个县的人口数都难于查清楚。

2．空集

在集的乘法、反演运算中会出现无元的空集。也就是说，空集是由集的乘法、反演等逻辑运算产生的无元之集。以Φ表示空集。

在实集的领域里，集的加法运算是通行无阻的——任意实集的并必定是实集。但是，在实集的领域中，集的乘法、反演运算却不是通行无阻的——实集的交或补可以不是实集，而是空集。为了让所有这些集的运算通行无阻，就必

须扩大其领域，引入空集。在由实集和空集组成的领域中，集的上述三种基本运算就通行无阻——任意实集的并、交、补必定是实集或空集。可见，一无所有的空集是为了使集的某些基本的逻辑运算通行无阻的逻辑外插。

在出现空集以前，我们探讨的全都是实集。空集出现后，我们有时也探讨空集。空集和实集尽管都叫集，然而从本体论的意义上说，却有本质的区别：空集的元是不存在的，实集的元是存在的。严格说来，先有元，然后才有集。因此，无元的空集原本是不应叫做集的。然而历史上已经这样叫惯了，为了尊重历史，尊重人们的语言习惯，我们也只好暂且这么叫。不过，这里“集”这个语词是在引申的意义上使用的。

1.1.5　集与集之间的关系

1．子集

若 P 为空集，或 P 的任意元均为 Q 的元，则称 P 为 Q 的子集。以 $P\subset Q$ 表示 P 是 Q 的子集。当 P 中有元不是 Q 的元时，P 就不是 Q 的子集。以 $P\overline{\subset}Q$ 表示 P 不是 Q 的子集。例如：集（贵州人民武装干部）是集（人民武装干部）的子集，集（军人）是集（人）的子集；集（贵州逻辑学家）不是集（贵州老年人）的子集，集（逻辑研究生）不是集（妇女）的子集。

我们说，“P 包含于 Q”、“Q 包含 P”与“P 是 Q 的子集”三者同义。如，“集（贵阳人）包含于集（贵州人）”、“集（贵州人）包含集（贵阳人）”与“集（贵阳人）是集（贵州人）的子集”这三句话的意思完全一样。

显然，任一集 P 是其自身的子集，即 $P\subset P$。当 P 和 Q 互为对方的子集时，P 和 Q 就是同一个集。即当 $P\subset Q$，且 $Q\subset P$ 时，$P=Q$。

空集为任意集的子集。即 $\Phi\subset P$。

2．真子集

若 P 是 Q 的子集（即 $P\subset Q$），而 Q 不是 P 的子集（即 $Q\overline{\subset}P$），则称 P 为 Q 的真子集。子集有时也称为部分，真子集有时也称为真部分。以 $P\subset Q$ 且 $Q\overline{\subset}P$ 来表示 P 是 Q 的真子集。例如：集（军装）是集（服装）的真子集；集（德国人）是集（欧洲人）的真子集。

我们说，“P 真包含于 Q”、“Q 真包含 P”与“P 是 Q 的真子集”这三者同义。如：“集（人民武装干部）真包含于集（干部）”、“集（干部）真包含集（人民武装干部）”与“集（人民武装干部）是集（干部）的真子集”这三句话的意思完全一样。

一个集有多少子集，只要知道它的元有多少就能确定。0 元集（即空集）有且仅有 $2^0=1$ 个子集，就是Φ自身；单元集共有 $2^1=2$ 个子集，如：{梵净山}共有Φ和{梵净山}两个子集；2 元集共有 $2^2=4$ 个子集。如：{黄果树瀑布，龙宫}的子集有，Φ、{黄果树瀑布}、{龙宫}、{黄果树瀑布，龙宫}；3 元集共有 $2^3=8$ 个子集。如：{云南，贵州，四川}的子集有以下 8 个，Φ、{云南}、{贵州}、{四川}、{云南，贵州}、{云南，四川}、{贵州，四川}、{云南，贵州，四川}；4 元集共有 $2^4=16$ 个子集。一般来说，n 元集共有 2^n 个子集。

请注意：$\subset$和$\in$有原则性的区别。$\subset$为集与集之间的从属关系，而$\in$则是个体与集之间的从属关系。如，只能说，{黄果树瀑布，龙宫}$\subset${黄果树瀑布，龙宫，梵净山}，不能说{黄果树瀑布，龙宫}$\in${黄果树瀑布，龙宫，梵净山}；只能说，个体黄果树瀑布$\in${黄果树瀑布，龙宫}，而不能说{黄果树瀑布}$\in${黄果树瀑布，龙宫}。

传统形式逻辑中“概念的划分”相当于把一个集分成 k 个真子集 $P_1, P_2, \cdots, P_k$，使得 $P_1 \cup P_2 \cup \cdots \cup P_k=P$，并且 $P_i \cap P_j=\Phi$（$i\neq j$，$1\leqslant i\leqslant k$，$1\leqslant j\leqslant k$）。例如：把文学作品这个集分成小说、诗歌、散文、戏剧这几个真子集，使得这几个真子集的并恰好等于文学作品这个集，而且任意两个子集的交都等于空集。这样，我们就能说，小说、诗歌、散文、戏剧这几个真子集是对文学作品这个集的一种划分。

传统形式逻辑要用好几页表述“概念的划分”，而这里只用了几行字，并且还更加准确。更为重要的是，概念是不能划分的，人们对它划分的是由客观事物组成的集。

3．幂集

若 R 以 Q 的任意子集为元组成，则称 R 为 Q 的幂集。通常以 $R=P$（Q）表示 R 为 Q 的幂集。设 Q = {1，2，3}，则 $R = P$（Q）= {Φ，{1}，{2}，{3}，{1，2}，{1，3}，{2，3}，{1，2，3}}。若用一般元刻划法，Q 的幂集可表示为：

$$P(Q)=\{x \mid x\subset Q\}$$

当 Q 为 n 元集时，P（Q）为 2^n 元集。正由于此，称 P（Q）为 Q 的幂集。幂集的元的个数按幂指数增长，其速度非常惊人。当 Q 为 20 元集时，幂集 P（Q）即为 1048576 元集。通俗地说，一集 Q 的元的个数称为 Q 的基数。显然，$2^n > n$，亦即，Q（n 元）的幂集 P（Q）（2^n 元）的基数大于 Q 的基数。这个对于有限集必定成立的定理，对于无限集也成立。这就是所谓的康托尔定理。

1.2　客观世界的*n*目组、*n*目组集和*n*元关系

讨论所涉及的不空的个体的领域称为论域。譬如，数学研究现实世界的数量关系和空间形式，而生物学则以生物为探讨的对象领域。对于所进行的讨论来说，论域是最广泛的集，讨论只在这个范围内进行。以斜体大写拉丁字母 U、加撇或下标表示论域。关于对象的讨论不仅需要有作为分析的起点的不对它进行分解的个体，而且还需要有作为概括的终点的始终不可逾越的论域。

若 e_1、e_2、…、e_i、…、e_n 是论域 U 中的 n（n 为自然数）个未必互异的个体，则由之组成的具有一定顺序的排列（简称序列）称为 U 上的一个有序 n 目组，并简称为 n 目组。以（e_1，e_2，…，e_i，…，e_n）表示论域 U 上的 n 目组。若 U 为 4 元集{a，b，c，d}，则 U 上的 0 目组共有 1 个，即：()；1 目组共有 4 个，即：(a)、(b)、(c)、(d)；2 目组共有 16 个，即（a，a）、（a，b）、（a，c）、（a，d）、（b，a）、（b，b）、（b，c）、（b，d）、（c，a）、（c，b）、（c，c）、（c，d）、（d，a）、（d，b）、（d，c）、（d，d）；3 目组共有 64 个，如：（a，a，a）、（a，a，b）、…、（a，b，c）、（a，b，d）、…、（d，d，c）、（d，d，d）；4 目组共有 256 个；5 目组共有 1024 个；……；n 目组共有 4^n 个。一般说来，m 元论域上的 n 目组共有 m^n 个。

由且仅由 U 上的任意 n（n 为确定的自然数）目组为元组成之集 U^n，称为论域 U 上的 n 目组集。设若 U 为 4 元集{a，b，c，d}，则 U^0 为 1 元集，即{()}；U^1 为 4 元集，即{（a），（b），（c），（d）}；U^2 为 16 元集，其元即为前述 U 上的 16 个 2 目组；U^3 为 64 元集；U^4 为 256 元集；U^5 为 1024 元集；…；U^n 为 4^n 元集。一般说来，m 元论域 U 上的 n 目组集 U^n 为 m^n 元集。

若集 P 的任意元均为集 Q 的元，则称 P 为 Q 的子集，以 $P \subset Q$（念做“P 含于 Q”）表示。若 $P \subset Q$ 且 $Q \overline{\subset} P$，则称 P 为 Q 的真子集。若 $P \subset U^n$（集 P 为 n 目组集 U^n 的一个子集），且 p 为 P 的共仅属性，则称 p 为 U 上的一个 n 元关系。例如，论域 U 为前述 4 元集，q_1“相等”（Q_1={（a，a），（b，b），（c，c），（d，d）}）、q_2“…在…前”（Q_2={（a，b），（a，c），（a，d），（b，c），（b，d），（c，d）}）就分别是 U 上的两个不同的 2 元关系；r_1“…左邻…右邻…”（R_1={（b，a，c），（c，b，d）}）就是 U 上的一个 3 元关系。又例如，“黄种人”、“教员”、“足球爱好者”，就是论域“人”上的三个不同的 1 元关系。而“侵略”则是论域“国家”上的一个 2 元关系，它是 U^2 的下述这个确定的子

集的共仅属性：{…，（美国，中国），（日本，中国），（德国，苏联），（英国，阿根廷），…}。“…通过…杀害…”则是论域“人”上的一个 3 元关系，它是论域上 3 目组集的下述这个确定的子集的共仅属性：{…，（赵高，胡亥，李斯），（秦桧，赵构，岳飞），（魏忠贤，朱由校，周顺昌），…}。

通常，习惯于把 1（n=1）元关系称为“性质”，2 元或 2 元以上的多（n＞1）元关系才称为“关系”。其实，性质和关系只不过是同一事物的两个不同的侧面：“关系”是多（n＞1）目组的性质，也是一种性质；而“性质”则是 1（n=1）目组的关系（即 1 元关系），也是一种关系。传统形式逻辑中的“概念的内涵”相当于这里的 1 元关系 p，“概念的外延”相当于这里的与 p 相对应的 U^1 的确定的子集 P；而作为传统的命题系列的出发点的性质命题（或称直言命题、简单命题）则是基于 1 元关系命题的复合命题。虽然在一些后来出版的形式逻辑书中增添了关于关系命题的内容，可是，仍然不研究多元关系和真正的普遍有效的关系推理，新增的关系命题前无渊源后无归宿，两头落空。因此，尽管从主导思想上说，传统形式逻辑是真正的名符其实的逻辑科学，然而，鉴于从研究范围来看至少是“挂 1 漏 n−1”，至多只能算 n 分之一的逻辑。

以内涵为主同时顾及外延的当代形式逻辑与纯外延的正统数理逻辑不同，n 元关系指的不是 U^n 的一个子集 P，而是它的共仅属性 p。因此，对应于 U^n 的同一个子集 P，可以有 k 个尽管互相对当然而却依旧两两不同的 n 元关系 p_1、p_2、…、p_k。纯外延的正统数理逻辑（被称为“逻辑”的离散数学）却不从内涵的角度来区分这 k 个互不相同的 n 元关系，从量上说至少是“挂 1 漏 k−1”。因此，纯外延的正统数理逻辑顶多只能算 k 分之 1 的逻辑。

1.3　客观世界的n元函数关系

1.3.1　映射

若集 P 中的任一元 e_i 必定有而且只有集 Q 的一个元 e_i' 与之对应，则称从集 P 到集 Q 有一个映射 f，并以“f ：P→Q”表示。集 P 中的元 e_i 称为原像，与原像 e_i 相对应的集 Q 中的元 e_i' 称为映像。以 $e_i' = f(e_i)$ 表示：e_i' 为原像 e_i 通过映射 f 得出的映像。如，集 P 为由“人”组成之集，集 Q 为由“日期”组成之集，这从 P 到 Q 之间就有一个称为“生日”的映射 f ：任意一个人都必定有而且只有一个确定的称为“生日”的日期与之对应。但是反过来，一个日期却未必是某人的生日，也未必只是一个人的生日。这就是说，当从 P 到 Q

有一个映射 f 时，从 Q 到 P 未必也有一个与之对应的映射 f'。我们称由原像 e_i 和映像 e_i' 组成的有序偶（e_i，e_i'）（或（e_i，f（e_i）））为从 P 到 Q 的映射 f 的一个映射偶。如，有序偶（孙中山，1866 年 11 月 16 日）就是从集（人）到集（日期）的映射“生日”的一个映射偶，其中，“孙中山”是原像，“1866 年 11 月 16 日”则是原像孙中山通过映射“生日”得出的映像。

根据原像和映像的不同对应关系，映射有异射、满射、双射以及复合映射。

若不同的原像均对应不同的映像，即当 $e_i \neq e_j$ 时，就有 $e_i' \neq e_j'$，则称映射 f 为异射。

若集 Q 的任一元 e_i' 皆是作为原像的集 P 中的元 e_i 的映像，则称映射 f 为满射。

满射未必是异射，异射也未必是满射。

若 f：$P \rightarrow Q$ 既是异射又是满射，则称之为双射。从集 P 到集 Q 的双射也称为一一映射或一一对应。

若从集 P 到集 Q 有一个映射 f_1，且从集 Q 到集 R 有一个映射 f_2，则从集 P 到集 R 必定有一个由 f_1 和 f_2 决定的映射 f_3。这叫映射的传递性。f_3 称为 f_1 和 f_2 的复合映射，记为：

$$f_3 = f_2 \circ f_1\text{：}P \rightarrow R$$

提请注意，上述复合映射定义中“f_1 和 f_2 的复合”一语，以及记号“$f_3 = f_2 \circ f_1$”中的 f_1、f_2 的前后次序是不能颠倒的，即映射的复合无交换性。

1.3.2　*n* 元函数关系

从集 P 上的 n 目组集 P^n 到集 Q 的一个映射称为从 P 到 Q 的一个 n 元函数关系。可简称为 n 元函数或函数关系，并可进一步简称为函数。集 P 称为定义域，集 Q 称为值域。以斜体小写拉丁字母 f、g、h，加撇或下标表示 n 元函数。任一 n 元函数 f 对应着一个由以定义域 P 上的 n 目组（e_1，…，e_n）为原像，以值域 Q 中的个体 e' 为映像的映射偶（（e_1，…，e_n），e'）组成之集 R，这里，原像（e_1，…，e_n）也称为主目值，映像 e' 也称为函数值，而 $R=\{z \mid z=((x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_n), y), x_i \in P, y \in Q, y = f(x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_n)\}$ 则称为 n 元函数 f 的映射偶集。n 元函数关系 f 是其映射偶集的共仅属性。若两个 n 元函数 f_1、f_2 的映射偶集分别为 R_1、R_2，则 $f_1 = f_2$ 当且仅当 $R_1 = R_2$。当定义域 P、值域 Q 分别为 m、l 元集，从 P 到 Q 的互不相等的不同的 n 元函数共有 l^{m^n} 个。当定义域和值域为同一个集时，称这个集为论域 U，称这个 n 元函数为 U 上的 n

元函数。当 U 为 m 元集时，U 上的互不相等的不同的 n 元函数共有 m^{m^n} 个（实际上人们只对其中的很小一部分感兴趣）。

通常，以 $y = f$（x_1，…，x_i，…，x_n）表示：值域 Q 的子域上的个体变元 y 是当变 n 目组（或主目）为（x_1，…，x_i，…，x_n）时的函数 f 的变值，其中，x_1，…，x_i，…，x_n 为定义域 P 上的个体变元；以 $e' = f$（e_1，…，e_n）表示：值域 Q 中的个体 e' 是当主目值为（e_1，…，e_n）时的函数 f 的值，其中，e_1，…，e_n 为定义域 P 中的个体。

客观世界的个体变元在客观的不空的个体域中变，或者说，以客观的不空的个体域为变域。也可以同义地改说成：客观的个体变元泛指客观的论域中的任意个体。以斜体小写拉丁字母 x、y、z，加撇或下标表示个体变元。上述字母称为个体变元号，其本身并非个体变元，而是被用来对客观的个体变元进行讨论的辅助手段。对于此前所采用的符号，都可说类似的话。

1.4　客观世界的项（term）

项是一种为当代形式逻辑语义学所研究的客观世界的重要对象。

1.4.1　个体变元

论域 U 上的 1 元函数是从论域 U 到论域 U 的一个映射。论域 U 中可能有很多乃至无限多个个体。我们用 $f(e_i)= e_j$ 来表示对应于论域 U 上的 1 目组(e_i)，1 元函数的值是 e_j 这个事实。但这只是其中的某一个确定的事实。譬如，在论域 $U = \{x \mid x$ 是人$\}$上有一个 1 元函数“…的父亲”，用 f 表示这个 1 元函数，用 e_2 表示曹操，用 e_1 表示曹植，于是有下面这个确定的事实：

f（e_1）＝ e_2

可是，除此之外，还有许许多多类似的事实：

f（…）＝ ×××

括弧中空位上的“…”就表示论域里的任意一个人。这“任意一个人”和作为个体常项的某个确定的人（如曹植）不同，它可以是论域中的任何一个人，但却又未专指哪个人。

论域 U 中的“任意一个个体”就称为论域 U 上的个体变元。论域 U 称为个体变元的变域。个体变元只在论域中变。如前所述，我们以斜体小写拉丁字母 x、y、z，加撇或下标表示个体变元。

个体变元不具有逻辑外的经验性质，而只具有逻辑性质，即：在论域中变。因而，我们称个体变元为逻辑对象。

1.4.2　*n*元函数的变值

至少含有一个个体变元的 n 目组称为变 n 目组。如（x）、（x，e_i）、（x_i，e_i，x_j，e_j）、（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）皆为变 n 目组。必须注意，这里的 e_i、e_j 以及 x、x_i、x_n 等并非指这些字母自身，而是指称存在于论域 U 上客观的个体或个体变元。

以变 n 目组为原像的 n 元函数 f^n 的值就称为 n 元函数的变值。可表示为：

f^n（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）

f^1（x）就表示对于变 1 目组（x），1 元函数 f^1 的变值。f^2（x_1，x_2）就表示对于变 2 目组（x_1，x_2），2 元函数 f^2 的变值，等等。

n 元函数的变值也是变的，也并不专指某个确定的个体，但它与个体变元不同：n 元函数的变值取决于变 n 目组中的每一个个体变元 x_i 的值，即 n 元函数的变值随个体变元的变而变；个体变元在整个论域上变，而 n 元函数的变值则在论域的子集（有时只在论域的真子集）中变。如，以 f 为论域（人）的一个 1 元函数“…的父亲”，当 x 取值曹植时，f（x）只能取值曹操，当 x 取值阿斗时，f（x）只能取值刘备；并且，x 在整个论域上变，因为事实上任何人都有而且只有一个生身之父，但 f（x）只能在集（有子女的男人）中变。

1.4.3　项的定义

项作为一种客观存在形态，具有客观的形成准则（正像为化学所研究的晶体具有客观的形成准则一样）。是否符合这种形成准则，就成了鉴别任一对象究竟是否项的客观标准。项的客观的形成准则如下：

1）任一个体变元是项；

2）若 u_1，u_2，…，u_i，…，u_n 是项，f^n 是论域 U 上的一个 n 元函数，则 f^n（u_1，u_2，…，u_i，…，u_n）是项；

3）u 是项，仅当 u 满足 1）或 2）。

这里，u 或 u_i（i=1，2，…，n）指称任意对象。

我们用黑斜体小写拉丁字母 ***a***、***b***、***c***、***d***，加撇或下标表示任意的项。

这种形成准则为人认识后，就称为项的递归定义。在这个递归定义中，1）称为基始或基础，2）称为归纳，3）称为限制约定或界限。这三者互相依存，互相补充，缺一不可。

基始为归纳提供了切实的出发点。基始部分指出，项至少包括个体变元。个体变元是不通过函数关系得出的项（即，不是作为函数的值的项），也可以说，个体变元是 0 次通过函数关系得出的项。

归纳给基始提供了无限广阔的发展前景。归纳部分指出，项从个体变元出发，可以一次一次地通过函数得出一系列愈益复杂的项来。我们知道，任一个体 e_i 是某一 0 元函数的值，即 e_i 就是 f_i^0（）。0 元函数 f_i^0 的辖域中出现 0 个项（归纳并不要求 $n>0$），故而，任一个体 e_i 是项。由于 e_1 和 x_1 是项，所以 $f(e_1)$、$f(x_1)$ 也是项。同理，不仅 $f_1(e_1, x_1)$ 是项，而且 $f_2(e_2, x_2, f_1(e_1, x_1))$、$f_3(e_3, x_3, x_4, f_1(e_1, x_1), f_2(e_2, x_1, f_1(e_1, x_1)))$ 也是项。

限制约定把项的外延限制在满足基始或归纳的范围内。没有限制约定，基始和归纳就只说明了项至少是什么，而不能规定项只能是什么。

项的逻辑结构的数量特征，我们称做阶。阶是一个与项通过的函数关系次数有关的非负的整数。下面，我们给出项的阶的定义。

个体变元为 0 阶项；个体为 1 阶项；若 $f(a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots, a_n)$ 是既非个体变元又非个体的项，且诸项 a_i 中的最高阶为 k，则 $f(a_1, a_2, \cdots, a_i, \cdots a_n)$ 的阶为 $k+1$。

由于个体变元是没有通过函数关系得出的项，亦即，是 0 次通过函数关系得出的项，因此，个体变元的阶数为 0，是 0 阶项；任一个体是通过一次 0 元函数关系得到的项。因此，个体为 1 阶项；$f_1(e_1, x_2)$ 是既非个体变元又非个体的项，而在括弧内的两个项中，x_1 为 0 阶项，e_1 为 1 阶项，故最高阶为 1，因此 $f_1(e_1, x_1)$ 为 2 阶项。同理，$f_2(e_2, x_2, f(e_1, x_1))$ 为 3 阶项，$f_3(f_2(f_1(e_1, x_1)))$ 为 4 阶项，等等。

1.4.4　项的分类

根据是否出现个体变元，项可二分为变项和常项。

1．变项

变项就是出现个体变元的项。如 $f_1(x)$、$f_2(e, x)$，因其中出现个体变元 x，故是变项。若指定 x 为“任一城市”，e 为“贵阳”，f_1 为“…的面积”，f_2 为“…与…的距离”，那么我们便得到这两个变项的实例，用自然语言或符号语言表述出来即为：

任一城市的面积（$f_1(x)$）

贵阳与任一城市的距离（$f_2(e, x)$）

一再提请注意，这里所讨论的始终是客观世界的项，而不是用来指称客观世界的项的自然语言或人工语言以及它们所承载的思考，尽管我们的讨论无论如何离不开利用作为思考的载体的自然语言和人工语言。

根据变项的阶的不同，变项又可二分为 0 阶变项和非 0 阶变项。

1）0 阶变项——即不出现函数关系的个体变元。在“人”这个论域上，用自然语言“任意一个人”所指称的客观对象就是个体变元，因而是 0 阶变项。在“国家”这个论域上，用自然语言“任意一个国家”所指称的客观对象也是个体变元，因而也是 0 阶变项。我们常用符号 x、y、z 等泛指论域 U 中的任意个体，即在论域 U 中变的个体变元，因此符号 x、y、z 等所指称的客观对象也就是 0 阶变项。

2）非 0 阶变项——即出现 n 元函数关系的变项。下面是一些非 0 阶变项的例子。

1 阶变项：

政党的纲领。用符号可表示为 f_1^1（x_1）（x_1 表示“政党”，f_1^1 表示 1 元函数“…的纲领”）

玫瑰花的颜色。用符号表示为 f_2^1（x_1）（x_2 表示“玫瑰花”，f_2^1 表示 1 元函数“…的颜色”）

2 阶变项：

行星的自转速度。用符号表示为 f_3^1（f_3^1（x_3））（x_3 表示“行星”，f_3^1 表示 1 元函数“…的自转”，f_4^1 表示 1 元函数“…的速度”）

贵阳与任一首都的距离。用符号表示为 f_1^2（e_1，x_3）（e_1 表示“贵阳”，x_3 表示“任一首都”， f_1^2 表示 2 元函数“…与…的距离”）

3 阶变项：

哲学家的哲学派别的历史。用符号表示为 f_7^1（f_6^1（f_5^1（x_4）））（x_4 表示“哲学家”， f_5^1、f_6^1、f_7^1 分别表示 1 元函数“…的哲学”、“…的派别”、“…的历史”）

知识分子家庭的经济状况。用符号表示为 f_{10}^1（（f_9^1（f_8^1（x_5）））（x_5 表示“知识分子”，f_8^1、f_9^1、f_{10}^1 表示 1 元函数“…的家庭”、“…的经济”、“…的状况”）

2．常项

常项就是不出现个体变元的项。如 f^1（e_1）、f^2（e_1，e_2），由于其中不出现个体变元，因此是常项。若以 e_1 表示“贵阳”，e_2 表示“北京”，f^1、f^2 分别表示 1 元函数“…的面积”、2 元函数“…与…的距离”，则上述用符号所指称的常项便可用自然语言表示为：

贵阳的面积

贵阳与北京的距离

根据常项的阶的不同，常项又可分为 1 阶常项和多阶常项。

1）1 阶常项——即论域 U 内的确定的个体，又称“个体常项”，简称“个体”。我们知道，论域 U 内的某一确定的个体 e_i 是项，显然，e_i 中不出现个体变元，因此 e_i 是常项；又由于 e_i 是通过一次 0 元函数得出的项，因此是 1 阶常项。如，论域“人”内的确定的个体李白、杜甫、孙中山等是 1 阶常项，论域“国家”内的确定的个体中国、美国、日本等也是 1 阶常项。

2）多阶常项——即出现非 0 元函数的常项。下面是一些多阶常项的例子。

2 阶常项：

地球的体积。用符号可表示为 h_1^1（e_1）（e_1 表示“地球”，h_1^1 表示 1 元函数“…的体积”）

北京与莫斯科的距离。用符号可表示为 h_1^2（e_2、e_3）（e_2、e_3 分别表示“北京”、“莫斯科”，h_1^2 表示 2 元函数“…与…的距离”）

3 阶常项：

李白的父亲的母亲。用符号可表示为 h_3^1（h_2^1（e_4））（e_4 表示“李白”，、 h_2^1、h_3^1 分别表示 1 元函数“…的父亲”、“…的母亲”）

甲球的自由降落速度。用符号可表示为 h_5^1（h_4^1（e_5））（e_5 表示“甲球”，h_4^1、h_5^1 分别表示 1 元函数“…的自由降落”、“…的速度”）

4 阶常项：

曹植的嫂嫂的父亲的母亲。用符号可表示为 h_3^1（h_2^1（h_6^1（e_6）））（e_6 表示“曹植”，h_6^1 表示 1 元函数“…的嫂嫂”、 h_2^1、h_3^1 同上）

甲球与乙球的固结体的自由降落速度。用符号可表示为 h_5^1（h_4^1（h_2^2（e_5，e_7）））（e_5、e_7 分别表示“甲球”、“乙球”，h_2^2 表示 2 元函数“…与…的固结体。h_4^1、h_5^1 同前例）

对项的分类如图 1.2 所示（见下页）。

个体变元（即 0 阶变项）由于不包含 n 元函数关系，因此没有经验性质，只有逻辑性质“在论域中变”，故而称为逻辑项。除个体变元之外的非 0 阶项（包括常项和非 0 阶变项），由于包含 n 元函数关系，因此，除了具有逻辑性质外，还具有逻辑外的经验性质（某种确定的映射），故而称为经验项。

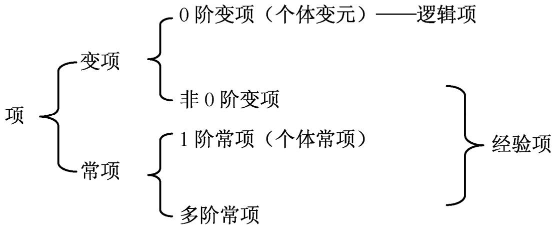


图 1.2　项的分类

1.5　客观世界的原子事件

1.5.1　闭原子事件及其有无值

若 a_1、a_2、…、a_i、…、a_n 为 n 个常项，即其中的每一个 a_i（$1 \leqslant i \leqslant n$）都不含个体变元，则称由它们组成的 n 目组（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）为常 n 目组。存在于客观世界的常 n 目组（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）满足 n 元关系 p，或者，常 n 目组（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）属于 U^n 的以 n 元关系 p 为共仅属性的子集 P 这个事实，称为 U 上一个 n 元的闭原子事件。用符号表示为：

p（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）

由常项的定义我们知道，地球、太阳为论域 U（太阳系）上的 2 个常项，这里分别以 e_3、e_0 表示。由它们组成的 2 目组（e_3，e_0）显然为常 2 目组。“…绕…转”为 2 元关系，以 p 表示。集 P 是 U^2 的一个以 2 元关系为共仅属性的子集，则客观事实

地球绕太阳转（用符号表示为 p（e_3，e_0）或（e_3，e_0）$\in P$）

就是论域太阳系上的一个 2 元的闭原子事件。

当且仅当有下述三个事实时：

1）有由论域 U 上的 n 个常项 b_1、b_2、…、b_i、…、b_n 组成的常 n 目组（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）；

2）有论域 U 上的一个 n 元关系 p；

3）有（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）满足 p。

则称闭原子事件 p（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）为有。

若 P 为 U^n 的子集，则称由且仅由 U^n 内不属于 P 的 n 目组为元组成之集 R 为 P 的补集。以 R=～P 表示 R 是 P 的补集。若 p、～p 分别为 P、～P 的共仅属性，则称～p 为 p 的补 n 元关系，简称为补关系。

当且仅当有下述三个事实时：

1）有由论域 $\boldsymbol{U}$ 上的 n 个常项 b_1、b_2、…、b_i、…、b_n 组成的常 n 目组（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）；

2）有论域 $\boldsymbol{U}$ 上的一个 n 元关系 p，从而，必定也有其补关系～p；

3）有（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）不满足 p，从而，必定有（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）满足～p。

则称闭原子事件 p（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）为无。

这就是说，无闭原子事件 p（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）当且仅当有其补闭原子事件～p（b_1，b_2，…，b_i，…，b_n）。因此，对于闭原子事件来说，无就是有补，就是异在；无是一种有——有补，是一种存在——异在。

关于闭原子事件的思考称为闭原子命题，其真假取决于相应的闭原子事件的有无。以“太阳系恒星或行星”为论域 U，当有下述对应时：太阳——e_0，地球——e_3，…绕…转——p，闭原子命题“地球绕太阳转”为真，因为，有闭原子事件 p（e_3，e_0）；而闭原子命题“太阳绕地球转”为假，因为，无闭原子事件 p（e_0，e_3），亦即，有闭原子事件～p（e_0，e_3）。然而语句“地球绕救星转”所表述的思考却不是闭原子命题。因为，对于论域 U 来说，语词“救星”是一无所指的空词，从而，上述有空词的语句称为空话，为其所表述的思想称为空想。上述空想是指谓 p（e_3，　），鉴于缺少事实 1）、3）（其中的（e_3，　）由于空缺第 2 目上的个体，从而不是常 2 目组，故而，无所谓是否满足 2 元关系 p），不是什么闭原子事件，更无所谓有、无。因此，决不可以说“闭原子事件‘地球绕救星转’为无”!

以“1”表示有，“0”表示无。由且仅由 1（即有）、0（即无）组成之集{1，0}称为有无域。

1.5.2　开原子事件及其划分

若 $\boldsymbol{c}_1$、$\boldsymbol{c}_2$、…、$\boldsymbol{c}_i$、 …、$\boldsymbol{c}_n$ 中至少有一 $\boldsymbol{c}_i$ 为变项，则称（$\boldsymbol{c}_1$，$\boldsymbol{c}_2$，…，$\boldsymbol{c}_i$，…，$\boldsymbol{c}_n$）为变 n 目组。变 n 目组在 U^n 的一个子域中变，开原子事件 p（$\boldsymbol{c}_1$，$\boldsymbol{c}_2$，…，$\boldsymbol{c}_i$，…，$\boldsymbol{c}_n$）是一个从 U^n 的一个子域到有、无域{1，0}的映射，亦即，是一个以论域 U 为定义域，以有、无域{1，0}为值域的函数。正由于此，开原子事件又称为个体 - 有无函数。例如，论域 U 为“太阳系的恒星或行星”，即，U={e_0，e_1，…，e_9}，其中，e_0 表示“太阳”，e_1、…、e_9 依次分别表示从水星到冥王星的九大行星。以 p 表示 2 元关系“…绕…转”，于是，2 元开原子事件 p（x，y）是一个以论域 U 为定义域，以有、无域{1，0}为值域的 2 元函数。这个 2 元函

数的从 U^2 到{1，0}的映射关系可用“关系矩阵”清晰地刻划，如表 1.1 所示。

表 1.1　$p(x, y)$的从 U^2 到{1，0}的映射关系

p	e_o	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9
e_o	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_5	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
e_9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

当分别以 n 个（未必互异）个体常项代入在 n 元开原子事件中出现的 n 个个体变元后得出的闭原子事件 p（e_{j1}，…，e_{ji}，…，e_{jn}），称为原来的 n 元开原子事件 p（c_1，c_2，…，c_i，…，c_n）的个别例。对开原子事件本身，鉴于是个体－有无函数，故而不讨论其本身为有抑或为无；然而，对开原子事件的个别例（必是闭原子事件）可以讨论其有无。当一开原子事件的个别例可以为有、必定为无时，分别称此开原子事件为可有开原子事件、常无开原子事件；当一开原子事件的个别例必定为有、可以为无时，分别称此开原子事件为常有开原子事件、可无开原子事件；当一开原子事件的个别例可以为有且可以为无时，则称此开原子事件为可有可无开原子事件。常有开原子事件必为可有；常无开原子事件必为可无。于是，对开原子事件可做如下划分（二分或三分）：

$$\text{可有}\begin{cases}\text{常有}\\ \text{可有可无}\end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{可有可无}\\ \text{常无}\end{array}\right\}\text{可无}$$

闭、开原子事件统称原子事件，以 p（a_1，…，a_i，…，a_n）表示，其中，p 为论域 U 上的一个 n 元关系，a_i（i=1，…，n）为 U 上的常项或变项。闭原子事件的个别例就是其自身，原子事件的有、无指的是其个别例的有、无。

开原子事件（x_1，…，x_i，…，x_n）称为 n 元关系 p 的命名事件。

对于同一论域的任意个体 e 和任意集 P 来说，有下述关于属于（∈）关系的不矛盾律、排中律、选一律：不可能既 $e \in p$，又 $e \overline{\in} p$；不可能既非 $e \in p$，又非 $e \overline{\in} p$；是且仅是下述二者之一：$e \in p$，$e \overline{\in} p$（$e \in \sim P$）。故而，对于任意的常 n 目组（a_1，…，a_i，…，a_n）和 U^n 的任意子集 P 来说，也有上述关于属于关系的三律（只陈述选一律）：是且仅是下述二者之一：（a_1，…，a_i，…，a_n）$\in P$，（a_1，…，a_i，…，a_n）$\overline{\in} P$（即（a_1，…，a_i，…，a_n）$\in \sim P$）。因此，有下述关于闭原子事件有无的不矛盾律、排中律、选一律：对于任一闭原子事件来说，不可能既有又无；不可能既非有又非无；是且仅是下述二者之一：有，无。显然，上述三律是客体的规律，并非什么“思维规律”。由于思维中含有空想，而从语言表述上看似乎是客体的规律，并非什么“思维规律”。由于思维中含有空想，而从语言表达上看似乎互相“否定”的表述空想的空话（如，“美国皇帝生出自己”，“美国皇帝不生出自己”，其指谓分别为 p（　，　），～p（　，　），所以，全都不是真的，当然，也全都不是假的，亦即，全都无真假可言。本世纪以来被“智者”们挖空心思地构造出来的“悖论”（以“永恒的说谎者悖论”、“罗素悖论”为代表），全都是含有空词的精巧的空想，全都不是关于事件的思考，故而全都不是当代形式逻辑的命题，因此事实上全都不满足“与其自身的否定可以互相推出”（只有命题之间才讨论是否可推出。不是命题就无推出可言），亦即，全都不符合“悖论”的定义。

1.6　客观世界的真值函数关系与纯真值复合事件

1.6.1　真值函数关系

真值是指命题的真假。命题是关于事件的思考，而所谓命题的真假就是被思考的事件的有无——有便为真，无即成假。因此，有无可以称为真值，而有无域{1，0}也相应地可称为真值域。所谓真值函数关系就是以{1，0}为定义域和值域的 n 元函数关系，也就是从$\{1，0\}^n$到{1，0}的一个映射，可简称为真值函数。这是历史上用惯了的名称。由于真值在这里指的是客观的事件的有无，故而，真值函数原本应称为有无函数；而有无是两个值，因此，真值函数又可称为二值函数。最后的这个名称恰当地揭举了在历史上被称为“真值函数”的这类特殊的函数关系的本质：是从有、无到有、无的函数关系，故而只是二值

的；但是无论如何是客观的，在人类出现之前就在宇宙中存在，原本和人的认识的真假无关；后来出现了人类和人的认识，于是就有了所谓的“真、假”，不过，这“真、假”是指原本和认识无关的客观的事件的有、无。客观地存在的不同的 n 元真值函数共有 2^{2^n} 个。

1.6.2　真值表

刻划 n 元真值函数的人为的方阵称为 n 元真值函数表，并简称为真值表。通常以斜体小写拉丁字母 p、q、r、s，加撇或下标表示真值变元。1、2 元真值函数的真值表分别如下：

P	f_1^1	f_2^1	f_3^1	f_4^1
			$\neg$	
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

p	q	f_1^2	f_2^2	f_3^2	f_4^2	f_5^2	f_6^2	f_7^2	f_8^2	f_9^2	f_{10}^2	f_{11}^2	f_{12}^2	f_{13}^2	f_{14}^2	f_{15}^2	f_{16}^2
			$\vee$	$\leftarrow$		$\rightarrow$		$\leftrightarrow$	$\wedge$	$\uparrow$	$\dot{\vee}$		$\nleftrightarrow$			$\downarrow$	
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0

真值表是人对客观的真值函数关系的认识、整理和总结，是人为地绘制的。但是，通过真值表刻划的真值函数的性质却是客观的，不以人的认识和意志为转移。这之间的关系类似于人为地绘制的化学元素周期表和由之刻划的客观的元素周期律之间的关系。鉴于真值域{1，0}作为值是离散的，因此，真值函数的性质是离散数学的研究对象。所谓“布尔代数”（或称“逻辑代数”——曾经被误认为是逻辑的代数）就是关于个体域{1，0}上的 1 元运算 f_3^1（即 $\neg$）和 2 元运算 f_8^2（即 $\wedge$）的离散的代数系统—— $\langle\{1，0\}，f_3^1，f_8^2\rangle$。

1.6.3　纯真值联结关系

当把“有、无”称为“真值”后，个体-有无函数就可相应地称为个体-真值函数。鉴于个体-真值函数、真值函数关系会在主要的逻辑联结关系充分条件关系的辖域中出现，故而，这两种作为离散数学的主要研究对象的函数关系，也是以充分条件关系为主要研究对象的逻辑科学的辅助的、次要的研究对象。作为当代形式逻辑语义学的次要的辅助因素之一的真值函数关系称为正统（或纯真值）联结关系。历史上，尤其是布尔代数产生后一个半世纪以来，人们对

第 3 号 1 元真值函数，第 2、5、7、8 号 2 元真值函数给予特殊的关注，并分别以 $\neg p$（或 $\overline{p}$）、$p\vee q$、$p\rightarrow q$、$p\leftrightarrow q$、$p\wedge q$ 表示上述 5 种真值函数关系，在其中出现的纯真值联结关系 $\neg$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$、$\wedge$ 分别念做：否定（或非）、析取、蕴涵、等值（或互蕴）、合取。

刻划第 5 号 2 元真值函数 f_5^2 的纯真值联结关系蕴涵关系（$\rightarrow$）和非纯真值的充分条件关系（$\rightharpoonup$）具有根本不同的逻辑性质，各自满足完全不同的逻辑规律，故而，$p\rightarrow q$ 不能念做“p 是 q 的充分条件”或“若 p，则 q”，而只能念作“p 蕴涵 q”或“不是有 p 而无 q”。

在历史上，人们还曾对第 3、9、10、12、15 号真值函数表示过特殊的兴趣，并分别以 $p\leftarrow q$（有 p 或者无 q）、$p\uparrow q$（p、q 不同有）、$p\dot{\vee}q$（p、q 不同有无）、$p\nrightarrow q$（有 p 而无 q）、$p\downarrow q$（p、q 同无）表示上述四种真值函数关系（括号中标出其逻辑语义）。在上述五种真值函数中出现的纯真值联结关系 $\leftarrow$、$\uparrow$、$\dot{\vee}$、$\nrightarrow$、$\downarrow$ 分别念作：逆蕴涵、与非（或析舍）、不可兼析取、不蕴涵、或非（或合舍）。其中的 $\uparrow$（与非）、$\downarrow$（或非）这两个纯真值联结关系为美国数理逻辑学家舍佛于 1913 年提出，故而也被称为“舍佛竖”。

对于五种纯真值联结关系（即 $\neg$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$、$\wedge$）来说，用而且只用其中的否定（$\neg$）、合取（$\wedge$）（或析取 $\vee$、或蕴涵 $\rightarrow$）两种纯真值联结关系，即可由之刻划任意的真值函数关系，亦即，任意的 n 元真值函数（共有 $\sum_{i=1}^{n} 2^{2^i}$ 个，$\sum$ 为连加号）f_i^n 必定可表示为否定、合取（或析取、或蕴涵）的某种复合。真值函数的这种显示其内在紧密联系的客观性质，称为否定、合取（或析取、或蕴涵）对真值函数关系的完全性。因此，为了刻划任意的真值函数关系，作为基本的纯真值联结关系，只选用否定、合取（或析取、或蕴涵）两种就足够了。基本纯真值联结关系选定后，其余三种则相对地称为导出纯真值联结关系。

1.6.4 纯真值复合事件

不分析其内部结构的事件称为基础事件。以黑斜体大写拉丁字母 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$，加撇或下标表示基础事件。$\neg\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\leftarrow\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\leftrightarrow\boldsymbol{B}$ 分别称为否定、合取、析取、蕴涵、逆蕴涵、等值事件，此六者统称为纯真值复合事件。前二者称为基本的，后四者称为导出的。

闭（开）原子事件是闭（开）事件。$\neg\boldsymbol{A}$ 是闭（开）事件，当且仅当，$\boldsymbol{A}$ 是闭（开）事件。$\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\rightarrow\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\leftarrow\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\leftrightarrow\boldsymbol{B}$ 是闭事件，当且仅当，

A、***B*** 皆为闭事件；否则（亦即 ***A***、***B*** 中至少有一为开事件），即为开事件。开原子事件是个体 - 真值函数；开纯真值复合事件是个体 - 真值函数与真值函数的复合函数，归根结底还是个体 - 真值函数：以个体域为定义域，以真值域（即有、无域{1，0}）为值域的 *n* 元函数。

1.7　客观世界基本的非纯真值联结关系——充分条件关系及其两个独立性

在逻辑史上，“充分条件”作为重要的联结关系，向来都是逻辑学家关注的焦点。这是因为，任何推理式的前提和结论之间一定存在普遍有效的充分条件关系；对事实上可得出新知的推理来说，在其前提中一定含有充分条件关系。人们对充分条件关系的逻辑含义的研究，从古希腊的亚里士多德、费罗（philo）、我国先秦的墨翟，迄今两千多年来，始终是众说纷纭，莫衷一是。尽管如此，然而有一点却是十分明确的：非纯真值的充分条件事件“若 A，则 B”，不是正统数理逻辑所研究的纯真值复合事件。

1.7.1　充分条件关系与必然关系同义

在流行的形式逻辑著作中，往往喜欢用“***A*** 必然 ***B***”来界说充分条件关系的“若 ***A***，则 ***B***”。例如，在我国著名的逻辑学家金岳霖等著的《逻辑通俗读本》中，就是用“有 ***A*** 必然有 ***B***”来定义 ***A*** 是 ***B*** 的充分条件的“若 ***A***，则 ***B***”的。这就是说，一种相当有代表性的传统形式逻辑观点是：必然关系就是二元的非纯真值的充分条件关系，就是二元的非纯真值的联结词“若，则”的逻辑语义。可是，令人遗憾的是，鉴于本身也可以作为联结词的必然的逻辑含义一直不曾被规定清楚，故此，由之界说的充分条件关系迄今未获严格准确、一致公认的定义。不过，非常幸运的是，尽管上述二者的逻辑含义都还不曾清晰地揭举，然而对于那种用必然来界说充分条件关系的颇有影响的传统逻辑观点来说，有一点却是明确的：从逻辑学意义上说，此二者完全同义。

我们以符号表达式 ***A***→***B*** 表示“***A*** 必然 ***B***”或“***A*** 是 ***B*** 的充分条件”，其中表意的人工符号→称为“充分条件号”，***A***→***B*** 就念做“若 ***A*** 则 ***B***”（这称为“符号式的念法”），而“***A*** 必然 ***B***”或“***A*** 是 ***B*** 的充分条件”则是符号式的逻辑语义。以 ***A***、***B*** 为前、后支的非纯真值复合事件 ***A***→***B*** 就称为“充分条件事件”。这样一来，至少可用两个不同语句“事物必然处于运动之中”、“*x* 是事物(***A*** (*x*))，必然，*x* 处于运动变化之中(***B*** (*x*))”同义地陈述的事件，用我们的符号就表示

成为 $\boldsymbol{A}(x)\rightarrow\boldsymbol{B}(x)$，其中的逻辑符号 x 称为个体变元。自然语言是讲究精练的，因此，命题 $\boldsymbol{A}(x)\rightarrow\boldsymbol{B}(x)$通常不采用“$x$ 是事物，必然，x 处于运动变化之中”这种罗嗦的说法，而是简洁地陈述为“事物必然处于运动变化之中”。由于省略个体变元不提，而把其中出现的语词“必然”前后的两个语句紧缩成两个名词，从而将“必然”连接起来的两个语句压缩成一个包含“必然”的语句。正是自然语言的这种习惯，有时使人觉得，非纯真值复合事件中的二元联结关系“必然”非常像是一元联结关系。

究竟有没有“必然 $\boldsymbol{B}$”这样的事件呢？也就是说，“必然”是不是也可以是一元联结关系呢？从自然语言表述的习惯看，“必然 $\boldsymbol{B}$”这种语句表达方式确实是经常碰到的。譬如，在以实数为论域的实数数学中，就有下述用来陈述数学定理的语句“必然 $x^2\nless 0$”。通常，为了更符合约定俗成的语言习惯，这个定理往往同义地说成“x 的平方必然不小于零”。这里，用上述语句表达的事件，乍一看，使人觉得似乎具有 $N\boldsymbol{B}(x)$形，其中，N 表示“必然”，$\boldsymbol{B}(x)$表示“$x^2\nless 0$”。不过，经过仔细考察，我们发现，上述语句只不过是对充分条件事件 $\boldsymbol{U}(x)\rightarrow\boldsymbol{B}(x)$的一种简练的表述方式，其中，$\boldsymbol{U}$ 表示论域“实数”，$\boldsymbol{U}(x)$表示“x 在论域实数中”或者“x 是实数”，显然，这是个恒真的开事件（或恒取值真的个体−事件函数）。充分条件事件 $\boldsymbol{U}$（x）$\rightarrow\boldsymbol{B}$（$x$）也可以陈述为“$x$ 是实数，必然，x 的平方不小于零”，而“x 的平方必然不小于零”则为其同义的简练陈述方式：省去恒真的“x 是实数”（因为，原本以实数为论域，个体变元 x 当然在论域实数中变）不提，为了符合语言习惯，把陈述二元联结关系的语词“必然”移至剩下的那个语句中间，从而把一个冗长的复合句提炼为一个简短的简单句。这就是说，从语言表述上看起来仿佛具有 $N\boldsymbol{B}(x)$形的事件，其实却是 $\boldsymbol{U}(x)\rightarrow\boldsymbol{B}(x)$形，是 $\boldsymbol{A}(x)\rightarrow\boldsymbol{B}(x)$形的充分条件当 $\boldsymbol{A}(x)$为 $\boldsymbol{U}(x)$时的特殊情况。

这里，我们贯彻了在分析逻辑理论问题时的一条重要主导思想：为语句所表述的命题的逻辑结构取决于被语境（上下文或客观环境）所决定的该语句所指谓的客观的逻辑结构（也可称为该语句所表述命题的逻辑内容），而不取决于游离于语境的、在很大程度上被民族的或个人的语言习惯所左右的语句的语言表述方式。显然，被语境单义化了的语句的指谓只有一个，以此指谓为内容的命题也只有一个，然后，同时可用来承载这唯一的命题而具有不同语言表述方式的语句，却有成千上万（如今世界上至少有两千五百种不同民族语言，而在每一种民族语言中又存在广泛的同义现象）。这就是说，事实是：被语境单义化了的语句具有一个指谓，陈述一个命题，而同时又可以有与之同义的成千

上万个具有不同的语言表述方式的不同语句。由此可见，命题与表述命题的语句的指谓（即客体）一一对应，而命题与承载命题的语句却是多对多关系。正由于此，命题的逻辑结构取决于语句指谓的客观的逻辑结构，而不取决于语言的表述形态。要想通过语句的语言表述形态来分析出为其所承载的命题的逻辑结构，这就好比是沙里淘金、隔靴挠痒。

至此，我们仍然不曾清楚地规定充分条件或者必然关系的逻辑含义。尽管如此，我们还是明确了：从逻辑学意义上说，此二者完全同义。下面将要讨论的是：这充分条件和必然关系的完全同义的逻辑学意义上的“义”究竟是什么？

1.7.2　充分条件事件的定义及充分条件关系的两个独立性

物理学确定了：电磁波的传播速度是光速——每秒 30 万公里。月亮与地球之间的精确距离是通过电磁波往返于月地之间的时间测算的。这时，要用到下述必然关系：若电磁波往返于月地间的时间为 x 秒($\boldsymbol{A}(x)$)，则月地距离为 $x/2\times30$ 万公里($\boldsymbol{B}(x)$)——也可表述为：电磁波往返于月地间的时间为 x 秒($\boldsymbol{A}(x)$)，必然，月地距离为 $x/2\times30$ 万公里($\boldsymbol{B}(x)$)。物理学在实际测出电磁波往返于月地间的时间之前，早就确定上述非纯真值复合事件“若 $\boldsymbol{A}(x)$ 则 $\boldsymbol{B}(x)$”为有（即存在），这是由于存在下述三个事实（x 表示个体变元，在论域中变；e 表示 x 可能取得的值，为论域中的某一个体）：

1）对于人的历史来说，不管 x 取得的值 e 为几许，有 $\boldsymbol{A}(e)$ 而无 $\boldsymbol{B}(e)$ 这样的事情，过去、现在和将来都不会发生；

2）人已经确定了事实（1）；

3）在人确定事实（1）时，勿需依据 $\boldsymbol{A}(e)$、$\boldsymbol{B}(e)$ 本身的有无。

这里，事实 1）可简称为“不会是有 $\boldsymbol{A}$ 而无 $\boldsymbol{B}$”，而这其实就是电磁波的传播速度为 30 万公里/秒这个物理规律；事实 2）就是人在利用上述物理规律来测算月地距离之前早已在物理学中将其确定的这个历史事实；事实 3）可简称“勿需依据 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身的真假确定”，这个事实的存在明如观火——既然人们还未动手测得电磁波的往返时间，连 x 所实际取得的值 e 究竟何许尚且一无所知，怎么可能在确定事实 1）时去依据 $\boldsymbol{A}(e)$、$\boldsymbol{B}(e)$ 本身的真假呢？我们用这三个事实组成一个综合的重要事实：无需依据 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身的有无确定不会是有 $\boldsymbol{A}$ 而无 $\boldsymbol{B}$。这个重要事实也可陈述为：可独立于 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身的有无确定不会是有 $\boldsymbol{A}$ 而无 $\boldsymbol{B}$。我们把包含在这重要事实中的“可独立于 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身的有无确定”这个性质称为“第一独立性”，并简称为“一独”。于是，对于上述重要

事实的陈述可紧缩为：具有一独的不会是有 ***A*** 而无 ***B***。人们依据早已确定的“***A***（*x*）必然 ***B***（*x*）”为有（这个在先），并在其指导下，设计了一套测定的器械，通过实测，获得了 *x* 的实际取值 *e* 为 2.6 秒（这个在后），在确定上述二者之后，才能据此二者推得论断 ***B***（e）即 ***B***（2.6）（月地之间的距离为 2.6/2×30 万公时里=39 万公里）。人们要在并不知道 *x* 取值 *e* 为何许的情况下去确定存在“不会是有 ***A*** 而无 ***B***”这个事实时，只可能通过具有一独的方法。这就是说，人们不仅实际上是而且也只可能是具有一独地去得知不会是有 ***A*** 而无 ***B***。我们就只要将要而尚未实测电磁波往返于月地间的时间的时候就具有一独地得知不会是有 ***A*** 而无 ***B*** 这个事实，并从这个事实出发进行探讨，而把关于人们究竟何以能够和怎样实现具有一独地去得知不会是有 ***A*** 而无 ***B***，人们在认识客观世界的过程中究竟用什么样的方法导致一独的这种认识论、方法论上的问题，留给哲学家去从长计议。尽管我们暂且说不清这导致一独的方法究竟是什么样的，但是，我们却知道确实有暂且说不清的方法能导致显而易见的一独。人们就是凭借这显而易见的一独从已知（前提 ***A***（*x*）→***B***（*x*）、***A***（*e*）为有）进入新知（结论 ***B***（*e*）为有）。

非常明显，“雪是黑的”跟“2 加 2 等于 4”、“***C*** 且非 ***C***”跟“***D***”之间，没有充分条件关系，这是因为，这二例尽管满足“不会是有前而无后”（前例是，无前而有后；后例是，前恒无而后有无不定），然而，人们却是依据确定无前或者依据确定有后来确定“不会是有前而无后”的，亦即，这种确定“不会是有前而无后”的方法不具有一独。是否具有一独，这就是与必然关系同义的非纯真值的充分条件关系跟真值函数关系实质蕴涵的本质分野。是否具有一独，是 *A*、*B* 间是否具有充分条件（必然）关系的关键。一独是在为传统形式逻辑所研究的能获得新知的推理格式中出现的充分条件关系的逻辑精髓和理论核心，因此，一独对于以完备而又无误地研究作为从已知进入新知的工具的推理格式为主要使命的充分发展了的当代形式逻辑来说是至关重要的。

与一独相辅相成，对于一系列逻辑的充分条件关系和任意逻辑外的经验的充分条件关系来说，另外还有一个十分重要的逻辑性质，叫第二独立性。

还是让我们结合上述利用电磁波测算月地距离这个实例来探讨这个重要的逻辑性质。人们在此之前早已确定了“若 ***A***（*x*）则 ***B***（*x*）”为有（即存在），亦即，早已获得了“具有一独的不会是有 ***A***（*e*）而无 ***B***（*e*）”。在这里出现的 *e* 称为“新知个体常项”，简称为“新知个体”。尽管明明知道电磁波往返于月地之间的时间 *e* 是唯一的，然而，在实际测定之前却并不清楚究竟这 *e* 是多少。所谓“新知个体”，就是实际上唯一确定然而暂且还不为人所知的个体 。显然，

新知个体 e 与个体变元 x 在逻辑含义上有重大区别：后者是已知而不确定的，亦即，已知个体变元 x 在论域中变，然而，究竟为哪个个体却是不明确的。与之相应地，具有确定含义和真值（物理学已确定为有）的闭复合事件“若 $\boldsymbol{A}$（x）则 $\boldsymbol{B}$（x）”的前、后支 $\boldsymbol{A}$（x）、$\boldsymbol{B}$（x）都是个体 - 真值函数，其本身无所谓有无，只有当个体变元 x 取得确定的个体后，才是闭事件，才有确定的含义和真值；而用来定义“若 $\boldsymbol{A}$（x）则 $\boldsymbol{B}$（x）”的“具有一独的不会是有 $\boldsymbol{A}$（e）而无 $\boldsymbol{B}$（e）”中的 $\boldsymbol{A}$（e）、$\boldsymbol{B}$（e）都是闭事件，都不是个体 - 真值函数，分别是个体 - 真值函数 $\boldsymbol{A}$（x）、$\mathbf{B}$（x）当 x 取值为 e 时的值，事实上具有确定的含义和真值，只是暂且还不为人所知。现在，请注意下述重要事实：人们在实测电磁波往返于月地间的时间（即知道 $\boldsymbol{A}$（e）中的新知个体 e 并同时证实 $\boldsymbol{A}$（e）为有）时，是根本不必事先知道月地间的距离究竟是多少的（即事先无需知道 $\boldsymbol{B}$（e）的真值）。事情甚至是，只有在知道了电磁波往返于月地间的时间为 2.6 秒，亦即，确定了 $\boldsymbol{A}$（e）为有之后，才能由之推断月地间的距离为 39 万公里，亦即，确定结论 $\boldsymbol{B}$（e）为有。这个事实至关重要。这里所揭举的重要事实可以简要地表述为：可在未确定 $\boldsymbol{B}$（e）的有无的情况下去确定 $\boldsymbol{A}$（e）为有。这也可以说成：可独立于 $\boldsymbol{B}$（e）的真值确定 $\boldsymbol{A}$（e）为真。我们称这个事实为“第二独立性”，并简称为“二独”。这就是说，经验的“若 $\boldsymbol{A}$（x）则 $\boldsymbol{B}$（x）”不仅具有一独，而且具有二独。像一独一样，这二独对于以获得新知为主要使命的逻辑科学来说，也具有决定性的重要意义。

上述包含在“若 $\boldsymbol{A}$（x）则 $\boldsymbol{B}$（x）”中的一独和二独由于跟前、后件的全部具体内容（由逻辑内容和此外的经验内容组成）有关，因而称为经验的一独和二独，这种“若 $\boldsymbol{A}$（x）则 $\mathbf{B}$（x）”　称为经验的充分条件事件，其中的“若，则”称为经验的充分条件联结关系。

下面，我们来探讨只与前、后件的逻辑内容有关的逻辑的一独和二独。为了方便，我们用符号 ∧（念作“合取”）表示“并且”。我们来分析 $\boldsymbol{A}$（$\boldsymbol{e}$）∧〔$\boldsymbol{A}$（$\boldsymbol{x}$）$\rightarrow\boldsymbol{B}$（$x$）〕跟 $\boldsymbol{B}$（e）之间是否满足充分条件即必然关系（相应地，是否具有一独），以及，是否具有二独。为了方便，我们用 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 分别表示 $\boldsymbol{A}$（e）∧〔$\boldsymbol{A}$（x）$\rightarrow$B（x）〕、B（$\boldsymbol{e}$）。显然有下述事实：

1）对于人的历史来说，有 $\boldsymbol{C}$ 而无 $\boldsymbol{D}$ 这样的事情，过去、现在和将来都不会发生；

2）人早已确定了事实（1）；

3）在人确定事实（1）时，并未依据 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 本身的有无。

事实 1），即不会是有 $\boldsymbol{C}$ 而无 $\boldsymbol{D}$，真可说是久经考验，颠扑不破的了；事实 2）的建立至少可追溯到两千多年前的亚里士多德和斯多噶学派（推理式 $\boldsymbol{A}$（e）∧〔$\boldsymbol{A}$（x）$\rightarrow\boldsymbol{B}$（$x$）〕$\rightarrow\boldsymbol{B}$（$e$）分别类似于三段论第一格 **AAA** 式和充分条件假言推理肯定式）；事实 3）依然明如观火：人们只依据 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 的逻辑结构

便可确定事实 1），而仅仅依据 ***C***、***D*** 的逻辑结构是不足以确定 ***C***、***D*** 本身的有无。这三个事实确定了非纯真值的复合事件 ***A***（*e*）∧〔***A***（*x*）→***B***（*x*）〕→***B***（*e*）（为便于讨论，以 ***C***→***D*** 表示）为有。我们称 ***C***、***D*** 的逻辑结构的指谓为 ***C***、***D*** 的逻辑内容，此外的内容称为 ***C***、***D*** 的逻辑外的经验内容，并简称为经验内容。这里，仅据 ***C***、***D*** 的逻辑内容，不管 ***C***、***D*** 的经验内容，便可独立于 ***C***、***D*** 的有无值确定不会是有 ***C*** 而无 ***D***，亦即，确定 ***C***→***D*** 为有。这种仅据逻辑内容确定的 ***C***→***D*** 为有的有称为逻辑真，也叫做恒真、有效，***C***→***D*** 就称为恒真的充分条件事件或者有效的充分条件事件，其中的“若，则”就称为恒真的“若，则”或有效的“若，则”。有效“若，则”的一独仅由前、后件的逻辑内容提供，称为逻辑一独，以区别于需由全部具体内容（逻辑内容加经验内容）提供的经验一独。

鉴于 ***A***（*x*）→***B***（*x*）具有经验的一独和二独，于是：***A***（*x*）→***B***（*x*）为有的可独立 ***B***（*e*）的有无值确定（***A***（*x*）→***B***（*x*）的经验一独转化为 ***C*** 中的右合取支对 ***D*** 的二独）；***A***（*e*）为有可独立于 ***B***（*e*）的有无值确定（***A***（*x*）→***B***（*x*）的经验二独转化为 ***C*** 中的左合取支对 ***D*** 的二独）；故而，***C***（即 ***A***（*e*）∧[***A***（*x*）→***B***（*x*）]）为有可独立于 ***D***（即 ***B***（*e*））的有无值确定，亦即，***C*** 对 ***D*** 具有二独。由于 ***C*** 对 ***D*** 的二独是仅由 ***C***、***D*** 的逻辑内容提供，亦即，仅据 ***C***、***D*** 的逻辑结构便可得出 ***C*** 对 ***D*** 的二独，因此，这里的二独称为逻辑二独。这样，我们阐明了 ***C***、***D*** 间不仅具有逻辑一独，而且还具有逻辑二独，并分析了 ***C***→***D*** 的逻辑一独、二独如何由 ***A***（*x*）→***B***（*x*）的经验一独、二独转化而来。至此，我们顺便给出推理式和新知的定义，并据此阐明推理式必然导至新知。若 ***C***→***D*** 有效且具有二独，则称 ***C***→***D*** 为推理式。亦即，所谓推理式，就是具有二独的有效充分条件推理式。以 ├***C***→***D*** 表示 ***C***→***D*** 为有效式，├ 号中的一个短横就表示逻辑一独；以 ⊨***C***→***D*** 表示 ***C***→***D*** 为推理式，***C*** 称为假设或前提，***D*** 称为推断或结论，⊨ 号中的第一、第二两个短横就表示逻辑一独和逻辑二独。***D*** 对 ***C*** 来说是新知，当且仅当，可独立于 ***D*** 的真值确定 ***C*** 为真。若仅据 ***C***、***D*** 的逻辑结构即可确定可独立于 ***D*** 的真值确定 ***C*** 为真，则称 ***D*** 是 ***C*** 的逻辑新知。任一推理式的结论对前提来说是逻辑新知，因为，前提对结论具有逻辑二独。包含在推理式中的逻辑的一独、二独为人们开拓了仅据前提、结论的逻辑结构即可由已有知识（已知）进入逻辑新知识（新知）的途径。

推理式就是对客观推理律的刻划，表达了人对客观推理律的认识、反映。

一独和二独合称两个独立性并简称为两独。两独可分经验的和逻辑的，前者是后者的渊源和归宿。两独是充分条件（必然）关系的逻辑精髓，是作为从

已知进入新知的工具的逻辑科学的两块基石。如果说，逻辑科学如今已成为根深叶茂、硕果盈枝的大树，那么，人们早先对事实上包含在充分条件（必然）关系中的两独的朦胧的认识则是那大树萌芽时的两片子叶。

可以严格证明：作为正统数理逻辑重要研究对象的蕴涵重言式的前后件之间不满足两独，因此，与作为从已知进入新知的工具的推理式殊异。蕴涵重言式只表达了二值的离散数学真理，可应用于获取新知之外的需要这种二值的数量关系规律的场合（比如接点电路、计算机门电路等）。

鉴于充分条件事件 $\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{B}$ 含有一独（大都还有二独），其本身的有无不取决于其前、后件 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的有无，故而不是有无函数（或称真值函数），因此，充分条件事件称为非纯真值复合事件，充分条件关系称为非纯真值联结关系。开事件是个体 - 有无函数，其本身的有无取决于在其中出现的个体变元在个体域中的取值，这时，个体变元的这个出现称为自由的。开事件就是个体变元的自由出现的事件。而闭事件则或者不出现个体变元，或者虽出现个体变元，但其本身的有无却不取决于个体变元的取值，这时，个体变元的这个出现就称为约束的。闭事件就是不出现个体变元，或只有个体变元的约束出现的事件。闭事件的有无不取决于个体变元的取值，故而不是个体 - 有无函数。当 $\boldsymbol{A}$（x）、$\boldsymbol{B}$（x）（$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 表示事件，括弧中的 x 表示在其中出现的个体变元）均为 1 元开事件（即 1 元个体 - 有无函数）时，$\boldsymbol{A}$（x）$\rightharpoondown\boldsymbol{B}$（$x$）却为闭事件。一般地，当 $\boldsymbol{A}$（x_1，…，x_n）、$\boldsymbol{B}$（x_1，…，x_n）均为 n 元事件时，$\boldsymbol{A}$（x_1，…，x_n）$\rightharpoondown\boldsymbol{B}$（$x_1$，…，$x_n$），却是闭事件。这是因为，非纯真值的充分条件关系含有一独，故而在事实上（不管人是否认识）能约束同时在其前、后件中自由出现的个体变元。这是非纯真值的充分条件关系的从一独派生的又一个重要的、客观的逻辑性质。自发而又朦胧地感受到充分条件关系的这个重要客观性质的人们从来在事实上不借助于什么莫须有的施加于个体变元的“量词”来约束个体变元（例如：“凡兰皆虫媒”——“x 是兰，则，x 虫媒”；“相邻的自然数必互素”——“x 与 y 是相邻的自然数，则，x 与 y 互素”）。只有到了 20 世纪，为了逻辑中全面采用数学方法（这从方法论上说无疑是正确的），从而彻底抛弃了充分条件关系中的一独及其派生的重要性质的草创正统数理逻辑的数学家（以提出“复合命题的真值是其支命题的真值的真值函数”这个所谓“弗雷格原理”的弗雷格为代表），才不得不在理论上求助于对无限域来说根本无法实施（因此在事实上人类从来不曾使用过）的竟然要求“无限合取”的“量词”。

1.8 客观世界的导出的非纯真值联结关系和非纯真值复合事件

在本书语境中，充分条件关系就是必然关系。充分条件关系是基本的非纯真值联结关系。自亚里士多德以来两千三百多年，人们对充分条件关系给予了极大的关注。与此同时，人们对充分条件关系以外的其他一些非纯真值联结关系也非常关心。这些关系以及由它们构成的非纯真值复合事件有六类。

1.8.1 必要条件关系和必要条件事件

必要条件关系，用符号表达为 $\leftharpoonup$，读作“倒半箭”或“只有，才”。由必要条件关系联结基础事件构成的非纯真值复合事件称为必要条件事件。其符号表达式为：$\boldsymbol{A} \leftharpoonup \boldsymbol{B}$。可用充分条件关系刻划为：

$$\boldsymbol{A} \leftharpoonup \boldsymbol{B} = \mathrm{df} \quad \boldsymbol{B} \rightharpoonup \boldsymbol{A}$$

1.8.2 约合关系和约合事件

约合关系，用符号表示为！，读作“约合”，或“可以”。由约合关系联结基础事件构成的非纯真值复合事件称为约合事件。约合事件的符号表达式是：$\boldsymbol{A}$ ！ $\boldsymbol{B}$。可用充分条件关系和否定关系刻划为：

$$\boldsymbol{A}\,!\,\boldsymbol{B} = \mathrm{df} \ \neg(\boldsymbol{A} \rightharpoonup \neg\boldsymbol{B})$$

1.8.3 尽举相容选择关系和尽举相容选择事件

尽举相容选择关系，用符号表示为 $\upharpoonright$，读作“右上半箭”或者“尽举相容选择”，还可简化地读做“尽举相容”。由其联结基础事件构成的非纯真值复合事件可称为尽举相容选择事件。尽举相容选择事件的符号表达式为 $\boldsymbol{A} \upharpoonright \boldsymbol{B}$。可用充分条件关系和否定关系刻划为：

$$\boldsymbol{A} \upharpoonright \boldsymbol{B} = \mathrm{df}\, \neg\boldsymbol{A} \rightharpoonup \boldsymbol{B}$$

1.8.4 尽举反相容选择关系和尽举反相容选择事件

尽举反相容选择关系，用符号表示为 $\upharpoonleft$，读作“左上半箭”或者“尽举反相容选择”，还可简化地读做“尽举反相容”。由其联结基础事件构成的非纯真值复合事件可称为尽举反相容选择事件。尽举反相容选择事件的符号表达式为 $\boldsymbol{A} \upharpoonleft \boldsymbol{B}$。可用充分条件关系和否定关系刻划为：

$$\boldsymbol{A} \upharpoonleft \boldsymbol{B} = \mathrm{df} \quad \boldsymbol{A} \rightharpoonup \neg\boldsymbol{B}$$

1.8.5　尽举不相容选择关系和尽举不相容选择事件

尽举不相容选择关系，用符号表示为↑，读作“尽举不相容选择” 或者“上箭”，还可简化地读做“尽举不相容”。由其联结基础事件构成的非纯真值复合事件可称为尽举不相容选择事件。尽举不相容选择事件的符号表达式为 ***A*** ↑ ***B***，可用充分条件关系、合取关系和否定关系刻划为 ：

A ↑ ***B*** = df（***A*** ⇀¬ ***B***）∧（¬ ***A*** ⇀ ***B***）

1.8.6　充分必要条件关系和充分必要条件事件

充分必要条件关系，用符号表示为⇌，读作“当且仅当”或“左右半箭”。由其联结基础事件构成的非纯真值复合事件可称为充分必要条件事件。充分必要条件事件的符号表达式为 ***A***⇌***B***。可用充分条件关系、合取关系刻划为：

A ⇌ ***B*** = df（***A*** ⇀***B***）∧（***B*** ⇀***A***）

1.9　客观世界的事件

真值函数关系（以¬、∧作为基本的）称为纯真值联结关系，充分条件关系称为非纯真值联结关系，此二者合称联结关系。开事件（即个体 - 真值函数）、真值函数都是函数关系，因而是数学关系，是数学的研究对象；充分条件关系则不是函数关系，因而不是数学关系，不是数学的研究对象，由于包含于其中的两个独立性是向人类认识客观世界提供从已知进入新知的工具的逻辑科学的两块基石，因而是真正的逻辑关系，是逻辑科学的主要研究对象。鉴于在主要的逻辑关系的辖域中会出现个体 - 真值函数和真值函数关系，故而，此两类函数关系在这种情况下就成了次要的逻辑关系，因此，逻辑科学也必需附带研究这两类兼是数学关系的次要的逻辑关系，当做一种辅助。

纯真值复合事件和非纯真值复合事件称为复合事件。原子事件和复合事件统称为事件。

跟项一样，事件是另一种为当代形式逻辑语义学所研究的客观世界的重要对象。同样，跟项一样，事件作为一种客观的存在形态，具有客观的形成准则；是否符合这种形成准则，就成了鉴别任一对象究竟是否事件的客观标准。事件的客观的形成准则如下：

1）任一原子事件 p（a_1，…，a_n）是事件；

2）若 ***u***、***v*** 是事件，则¬***u***、***u***∧***v***、***u*** ⇀***v*** 是事件；

3）$\boldsymbol{w}$ 是事件，仅当 $\boldsymbol{w}$ 满足 1）或 2）。

这里，黑斜体小写拉丁字母 $\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{w}$ 指称任意对象。以黑斜体大写拉丁字母 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$，加撇或下标指称任意事件。

显然，对于正在进行的关于事件的讨论来说，存在着互有紧密联系然而却又有严格区别的下述三者：

① 一个由客观的事件组成的集 $\boldsymbol{A}$ 及其客观的共仅属性 α（客体）；

② 关于客观的 $\boldsymbol{A}$、α 的认识——概念“事件”及其递归定义（思考——脑神经元的一种搭接）；

③ 表述②的自然语言、人工语言组成的定义句“事件的形成准则…：1）…；2）…；3）…。”（语言——一串声音或笔道）。

上述三者的联系和区别是：①是讨论的对象；②就是正在进行的讨论本身（但不是讨论的对象）；③是讨论的语言载体（也不是讨论对象）。总起来说：由定义句③表述概念“事件”的递归定义②，揭举客观的事件之集 $\boldsymbol{A}$ 的客观的共仅属性 α①。

若事件 $\boldsymbol{A}$ 在事件 $\boldsymbol{B}$ 中出现，则称 $\boldsymbol{A}$ 为 $\boldsymbol{B}$ 的子事件。$\boldsymbol{A}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的子事件。当 $\boldsymbol{A}$ 是 $\boldsymbol{B}$ 的子事件时，$\boldsymbol{B}$ 可以是也可以不是 $\boldsymbol{A}$ 的子事件。若 $\boldsymbol{A}$ 是 $\boldsymbol{B}$ 的子事件且 $\boldsymbol{B}$ 不是 $\boldsymbol{A}$ 的子事件，则称 $\boldsymbol{A}$ 是 $\boldsymbol{B}$ 的真子事件，亦称支事件，并简称为支。

事件可按是否含有联结关系，或者是否有支，二分为原子事件和复合事件。从基础事件出发，复合事件按为其所含有的联结关系是纯真值的和还是非纯真值的，二分为纯真值复合事件和非纯真值复合事件，后者是逻辑科学的主要研究对象。事件还可以按是否含有个体变元的自由出现，或者，是否个体 - 真值函数，二分为闭事件和开事件。非纯真值的闭事件是逻辑科学的主要研究对象。正由于非纯真值的闭事件的支可以是纯真值的开事件，逻辑科学才对之进行研究，作为一种次要的辅助。

在事件中出现的联结关系的次数，称为事件的高，是一个非负的自然数。原子事件的高为 0，复合事件的高大于 0。原子事件的层为 0；若 $\boldsymbol{A}$ 的层为 $\boldsymbol{k}$，则 $\neg\boldsymbol{A}$ 的层为 $k+1$；若 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 中的最大层为 $\boldsymbol{k}$；则 $\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{B}$ 的层为 $k+1$。事件的层为依据上述算法确定的非负自然数。事件的高和层是事件的客观的逻辑结构的数量特征。

- 事件
  - 原子事件
    - 闭原子事件
    - 开原子事件
  - 复合事件
    - 纯真值复合事件
      - 纯真值闭复合事件
      - 纯真值开复合事件
    - 非纯真值复合事件
      - 非纯真值闭复合事件
      - 非纯真值开复合事件

第 2 章　当代形式逻辑语义学基础（2）——客观世界的逻辑结构和逻辑规律

2.1　客观世界的逻辑结构

我们知道，原子事件由 n 元关系 p 和 n 目组（a_1，…，a_i，…，a_n）构成，亦即，原子事件可分析为 n 元关系 p 和 n 目组（a_1，…，a_i，…，a_n）；n 目组可分析为 n 个项（常项或变项）a_i（i=1，…，n）；按项的形成准则，任一项 a_i 可分析为 m 元函数 f 和 m 个其阶低于 a_i 的项 b_i（i=1，…，m）；如此以往，一直分析到 1 阶常项即个体 e 和 0 阶变项即个体变元 x。故而，任一项 a_i 可有下述不再对之分析的组成部分：m 元函数 f、1 阶常项 e、0 阶变项 x。事件中不再对之分析的组成部分称为基本对象。因此，任一原子事件 p（a_1，…，a_i，…，a_n）可分析为下述基本对象：n 元关系 p、m 元函数 f、个体 e、个体变元 x。

依据事件的形成准则，任一复合事件可分析为联结关系（否定 ¬、合取 ∧、充分条件 ⇀）和原子事件。因此，任一事件（原子事件或复合事件）至多由下述七种基本对象组成：

1）n 元关系 p
2）m 元函数 f
3）个体 e
（以上 1）—3）：经验基本对象）

4）个体变元 x
5）否定关系 ¬
6）合取关系 ∧
7）充分条件关系 ⇀
（以上 4）—7）：逻辑基本对象）

下述依次属于七种基本对象的七种客观性质统称为逻辑性质：

1′）是个 n 元关系；

2′）是个 m 元函数；

3′）是个个体；

4′）在论域中变；

5′）1 元的有无函数；

6′）2 元的有无函数；

7′）具有一独的不会是有前件而无后件。

逻辑外的经验科学（除离散数学外），不研究上述七种逻辑性质；离散数学不研究最后的也是最重要的一种逻辑性质，只从外延的角度部分地研究第一种“n 元关系”的逻辑性质。显然，后四种基本对象除了只具有属于自己的逻辑性质外，不再具有其他的任何性质。故而，这后四种只具有逻辑性质的基本对象——个体变元 x、否定 $\neg$、合取 $\wedge$、充分条件 $\rightarrow$，就统称为逻辑基本对象。同样明显，前三种基本对象除了属于自己的逻辑性质之外，还分别依次具有下述性质：确定的 U^n 的确定的子集 P 的一个确定的共仅属性、从确定的定义域到确定的值域的确定的 m 元映射、确定的论域中的确定的个体。上述三种性质就统称为经验性质。经验性质只为逻辑外的经验科学所研究。前三种同时还具有经验性质的基本对象——n 元关系 p、m 元函数 f、个体 e，就统称为经验基本对象。

由项 f（a_1，…，a_i，…，a_n）的子项的逐阶形成过程所确定的出现在其中的全部基本对象的逻辑性质的总和，称为项的逻辑性质；项的此外的性质，亦即，出现在项中的全部经验基本对象的经验性质的总和，称为项的经验性质。按与项的客观的逻辑性质相对应的人为的形成规则编写出来的表意的人工符号串 f（a_1，…，a_i，…，a_n）称为项符；项符是用来刻划项的客观的逻辑性质的符号语言表述形态。

由事件 $\boldsymbol{A}$ 的子事件的逐层形成过程所确定的出现在其中的全部基本对象的逻辑性质的总和，称为事件的逻辑性质；事件的此外的性质，亦即，出现在事件中的全部经验基本对象的经验性质的总和，称为事件的经验性质。按与事件的客观的逻辑性质相对应的人为的形成规则编写出来的表意的人工符号串 $\boldsymbol{A}$ 称为良构式，并简称为式；式是用来刻划事件的客观的逻辑性质的符号语言表述形态。

鉴于项、事件的逻辑性质体现了由项的逐阶、事件的逐层的客观的形成过程所确定的结构，因此，也可称为项、事件的逻辑结构。

上述规定至少提供了如下信息：逻辑科学研究组成项、事件的逻辑的和经验的基本对象的客观的逻辑性质，以及项、事件的客观的逻辑结构；逻辑外的各门经验科学则研究项、事件中的经验基本对象的经验性质，以及项、事件的经验性质。因此，任何经验科学，只有会同逻辑科学，才能对客观世界进行有意义的研究。

2.2　客观世界逻辑规律的种类

逻辑规律是指客观的逻辑存在事件或逻辑存在事件间的条件关系的事件。客观世界的逻辑规律按仅是逻辑存在事件还是关于逻辑存在事件间的条件关系二分为逻辑定律和逻辑法则；按是否需要对其中出现的事件分析到项，可分为事件逻辑规律和项逻辑规律，事件逻辑法则和项逻辑法则。两相绮互，如图 2.1 所示。

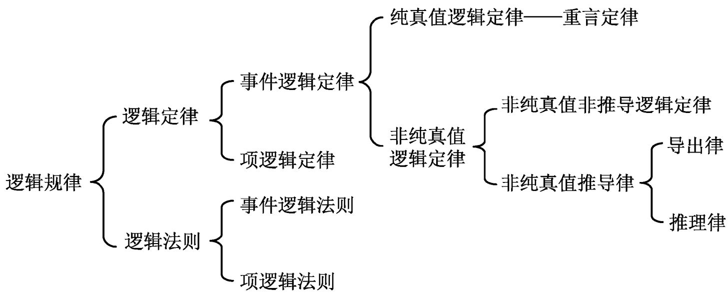


图 2.1　逻辑规律

我们对这种种逻辑规律分述如下。

2.3　客观世界的逻辑定律

客观世界的逻辑定律，就是指客观世界的逻辑存在事件。所谓逻辑存在事件就是仅仅根据它的逻辑性质就可确定其存在，而不取决于它此外的经验性质的事件。逻辑定律分为事件逻辑定律和项逻辑定律。

2.3.1　客观世界的事件逻辑定律

事件逻辑定律，就是无需分析出在其中出现的基础事件本身的逻辑结构（亦即，以基础事件为最小单位）就可以确定其存在的逻辑规律。事件逻辑定律二分为纯真值逻辑定律（又称重言定律）和非纯真值逻辑定律。

1．重言定律

重言定律是指从基础事件出发不含有条件关系只含有纯真值联结关系的逻辑存在事件。亦即，是恒有的真值函数。例如纯真值排中律 $\boldsymbol{A}\vee\neg\boldsymbol{A}$，纯真值不矛盾律 $\neg(\boldsymbol{A}\wedge\neg\boldsymbol{A})$，就是重言定律。表达重言定律的符号表达式称为重言式，又称永真式。下述式都是重言式：

1）蕴涵否定律：$\neg \boldsymbol{B} \wedge (\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}) \rightarrow \neg \boldsymbol{A}$

2）析取肯定律：$\neg \boldsymbol{A} \wedge (\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) \rightarrow \boldsymbol{B}$

3）蕴涵析取律：$(\boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}) \vee (\boldsymbol{B} \rightarrow \boldsymbol{A})$

一个纯真值复合式是否重言式，用真值表在有限步骤内即可判定（请见第 6 章 6.4 节）。重言定律的基本特征是：整个事件的有无取决于基础事件的有无。这就是著名的弗雷格原理。重言定律不是从已知获取新知的客观依据。

2．非纯真值逻辑定律

非纯真逻辑定律是指从基础事件出发含有条件关系的逻辑存在事件。非纯真逻辑定律可二分为非纯真值非推导逻辑定律和非纯真值推导律。

（1）非纯真非推导逻辑定律

例如，韩非不可以矛盾律。

不可以矛盾律与不矛盾律不同。

韩非不可以矛盾律是通过“或曰，‘以子之矛陷子之盾，何如？’”这样的绝妙诘问阐述的。韩非、诘问者、那位楚国商人都明白，在客观世界中，下述事件恒无：

吾矛能陷吾盾，可以，吾矛不能陷吾盾。

其表达式为：

$$p(e_1, e_2)!\ \neg\ p(e_1, e_2)$$

因而，其否定则为恒有事件：

$$\neg\ [p(e_1, e_2)!\ \neg p(e_1, e_2)]$$

容易验证，仅凭以上逻辑结构我们便可确认这一事件为有，而且恒有、普有。故而，这是一个客观世界的逻辑定律，我们称之为“韩非不可以矛盾律”。

韩非不可以矛盾律作为逻辑存在事件，作为客观世界的逻辑定律，也是由具有相同逻辑结构而非逻辑对象互有差异的无限多个事件构成。这样的事件也同样很多。请见表 2.1。

表 2.1　韩非不可以矛盾律

2 元关系	个体常项		事　　件	
p	e_1	e_2	$p(e_1, e_2)$	$\neg p(e_1, e_2)$
高　于	这　山	那　山	这山高于那山	这山不高于那山
侵　略	甲　国	乙　国	甲国侵略乙国	甲国不侵略乙国
认　识	张　三	李　四	张三认识李四	张三不认识李四
快　于	a 马	b 马	a 马快于 b 马	a 马不快于 b 马

表 2.1 中每一行的两个事件构成的约合事件为恒无，而约合事件的否定事件则恒有，且均具有韩非不可以矛盾律的逻辑结构。

不可以矛盾律的一般表达式为：

$\vdash \neg$（$\boldsymbol{A}$！ $\neg$ $\boldsymbol{A}$）

（2）非纯真值推导逻辑定律

非纯真值推导逻辑定律按仅含有第一独立性还是同时具有两个独立性分为推理律和导出律。

1）推理律。推理律不仅含有一独而且还具有二独，即同时具有两个独立性。它是从已知获取新知的客观依据。推理律的符号表达式就叫推理式。例如：

① 充分条件假言推理肯定式　　$\boldsymbol{A}\wedge(\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{B})\rightharpoondown\boldsymbol{B}$

② 充分条件纯假言推理肯定式　　$(\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{B})\wedge(\boldsymbol{B}\rightharpoondown\boldsymbol{C})\rightharpoondown(\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{C})$

③ 尽举相容选言推理肯定式　　$\neg\boldsymbol{A}\wedge(\boldsymbol{A}\upharpoonright\boldsymbol{B})\rightharpoondown\boldsymbol{B}$

④ 强归谬推理式　　$(\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{B})\wedge(\boldsymbol{A}\rightharpoondown\neg\boldsymbol{B})\rightharpoondown\neg\boldsymbol{A}$

2）导出律。导出律只具有第一独立性，没有第二独立性。导出律的符号表达式就叫导出式。例如：

① 合取交换式　　$\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{B}\rightharpoondown\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{A}$

② 合取对析取分配式　　$\boldsymbol{A}\wedge(\boldsymbol{B}\vee\boldsymbol{C})\rightharpoondown(\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{B})\vee(\boldsymbol{A}\wedge\boldsymbol{C})$

③ 析取对合取分配式　　$\boldsymbol{A}\vee(\boldsymbol{B}\wedge\boldsymbol{C})\rightharpoondown(\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B})\wedge(\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{C})$

④ 析取引入式　　$\boldsymbol{A}\rightharpoondown\boldsymbol{A}\vee\boldsymbol{B}$

2.3.2　客观世界的项逻辑定律

项逻辑定律是对传统形式逻辑中“简单判断推理”的真正发展。所谓项逻辑定律，就是需要对在其中出现的事件的逻辑结构分析到项，而不是以基础事件为最小单位的逻辑规律。换言之，需分析出基础事件的项之后，才能确认为逻辑定律。

例如，韩非不自相矛盾律。

在《韩非子 • 难一》中，韩非得出结论：事实上满足“不可陷”的盾和满足“无不陷”的矛这样的实物“不可同世而立”，亦即在客观世界里不可能并存。这里实际上揭示的是下述含有 2 元关系的两个事件在客观世界里不可能并存。

1）“（吾矛）于物无不陷也”（即：吾矛可陷任何物体）

2）“（吾盾）物莫能陷也”（即：任何物体不可陷吾盾）

我们可用符号表达式将以上二事件的逻辑结构分别表示为：

1\` $U(x)\rightharpoondown p(e_1, x)$

2` $U(y) \rightharpoondown \neg\, p(y, e_2)$

这里，U 表示论域“物体”，e_1 表示论域中的个体“吾矛”，e_2 表示论域中的个体“吾盾”，x、y 分别表示在论域中变的个体变元“任何物体”，p 表示 U 上的 2 元关系“…可陷…”。我们可以把上述含有 2 元关系的二事件不可并存，用人工符号表达为：

$$\neg \quad \{[U(x) \rightharpoondown p(e_1, x)] \quad \wedge \quad [U(y) \rightharpoondown \neg\, p(y, e_2)]\}$$

（不可）（这支矛能戳穿任何物体）（并存）（任何物体不能戳穿那面盾）

上述这一客观存在的 4 层复合事件有一个十分引人注目的重要性质：它的存在仅仅取决于它的逻辑结构，或者说，仅仅取决于它的逻辑性质，而不取决于它的此外的经验性质。具体地说，这个 4 层复合事件的存在取决于其中的逻辑对象（即个体变元 x、y 和联结关系 $\neg$、$\wedge$、$\rightharpoondown$）的逻辑性质（即，任意个体，真值函数关系否定、合取，充分条件关系），取决于其中出现的非逻辑对象（即，论域 U，个体 e_1、e_2，2 元关系 p）的逻辑性质（即，是一个论域，是一个个体和另一个个体，是一个 2 元关系）。换言之，这一 4 层复合事件的存在只取决于它的逻辑结构（符号表达式就刻划了它的逻辑结构），而不取决于在其中出现的非逻辑对象（分别用 U、e_1、e_2、p 表示）的经验性质（是实物，是吾矛、吾盾，是…可陷…）。由于上述 4 层复合事件是一个其存在只取决于其逻辑结构而不取决于它的经验性质的客观世界的逻辑存在事件，因而它是一个客观世界的逻辑定律。由于这一逻辑定律是先哲韩非用卖矛与盾的生动寓言故事揭示出来的。故此，我们称之为“韩非不自相矛盾律”。

2.4　客观世界的逻辑法则

客观地存在着的关于客观世界的逻辑定律之间的充分条件关系，称为客观世界的逻辑法则，简称法则。以 $\boldsymbol{A} \vdash\!\!\!- \boldsymbol{B}$ 表示逻辑法则，$\boldsymbol{A}$ 称为前件，$\boldsymbol{B}$ 称为后件。提请注意：当 $\boldsymbol{A} \vdash\!\!\!- \boldsymbol{B}$ 为法则时，这里的 $\vdash\!\!\!-$ 具有一独，即可以在并未确定 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身是否逻辑定律的情况下，便可确定，不会是 $\boldsymbol{A}$ 是定律而 $\boldsymbol{B}$ 却不是定律。这事实上对于不是逻辑定律的 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 也依然成立。

在讨论逻辑定律的语境中，只要不致引起含混，法则可以表述为“若 $\boldsymbol{A}_1$，$\boldsymbol{A}_2$，…，$\boldsymbol{A}_n$ 是定律，则 $\boldsymbol{B}$ 是定律”，或者“若 $\vdash \boldsymbol{A}_1$，$\vdash \boldsymbol{A}_2$，…，$\vdash \boldsymbol{A}_n$，则 $\vdash \boldsymbol{B}$”。

并以

$$\boldsymbol{A}_1，\boldsymbol{A}_2，\cdots，\boldsymbol{A}_n \models\!\!\!- \boldsymbol{B}$$

表示。其中“$\vdash$”为定律号，“$\models\!\!\!-$”为法则号，n 为有限自然数，相应的客观世界的逻辑法则称为 n 元法则。$\boldsymbol{A}_1$，$\boldsymbol{A}_2$，…，$\boldsymbol{A}_n$ 称为前件，$\boldsymbol{B}$ 称为后件。

为了简化，也可用大写希腊字母 $\boldsymbol{\Gamma}$ 表示 $\boldsymbol{A}_1$，$\boldsymbol{A}_2$，…，$\boldsymbol{A}_n$（即 n 个前件，为事件的有限序列）。于是，n 元法则就可表示为：

$$\boldsymbol{\Gamma} \models\!\!\!- \boldsymbol{B}$$

逻辑法则依据是关于事件逻辑定律之间的充分条件关系，还是关于项逻辑定律之间的充分条件关系，二分为事件逻辑法则和项逻辑法则。

2.4.1　客观世界的事件逻辑法则

客观地存在着的关于客观世界的事件逻辑定律之间的充分条件关系，称做事件逻辑法则。

例如，分离法则

当$\boldsymbol{\Gamma}$为 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{C} \rightharpoonup \boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{B}$ 为 $\boldsymbol{D}$ 时，$\boldsymbol{C} \wedge（\boldsymbol{C} \rightharpoonup \boldsymbol{D}）\models\!\!\!- \boldsymbol{D}$ 就是分离法则。

如果 $\boldsymbol{C}$ 正好为：

$$\vdash \boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{e}) \wedge (\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{x}) \rightharpoonup \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{x})) \rightharpoonup \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{e})$$

且 $\boldsymbol{C} \rightharpoonup \boldsymbol{D}$ 正好为：

$$\vdash [\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{e}) \wedge (\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{x}) \rightharpoonup \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{x})) \rightharpoonup \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{e})]] \rightharpoonup$$
$$\{\neg \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{e}) \rightharpoonup \neg[\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{e}) \wedge (\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{x}) \rightharpoonup \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{x}))]\}$$

那么，分离法则就告诉我们，由上式必然得出：

$$\vdash \neg \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{e}) \rightharpoonup \neg[\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{e}) \wedge (\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{x}) \rightharpoonup \boldsymbol{D}_1(\boldsymbol{x}))]$$

显而易见，这时分离法则是从客观世界的逻辑定律“内涵三段律”和“逆否律”得到一个新的客观世界的逻辑定律（姑且称之为“反内涵三段律”）的一种充分条件关系。我们用一个具体的事件为例来进一步理解上述法则。比如：

$\vdash \boldsymbol{C}$ 为：若“北斗是恒星，而且凡恒星必发光”则北斗发光（即一个内涵三段律）。

$\vdash \boldsymbol{C} \rightharpoonup \boldsymbol{D}$ 为：如果“若‘北斗是恒星，而且凡恒星必发光’，则北斗发光”，那么，“若北斗不发光，则并非‘北斗是恒星，而且凡恒星必发光’”（即一个逆否律）。

这时，根据分离法则，一定有“若北斗不发光，则并非‘北斗是恒星，而且凡恒星必发光’”，亦即：若北斗不发光，则北斗不是恒星或者并非凡恒星必发光（即一个反内涵三段律）。

2.4.2　客观世界的项逻辑法则

客观地存在着的关于客观世界的项逻辑定律之间的充分条件关系，称为项逻辑法则。

例如，代入法则。

当 $\boldsymbol{\Gamma}$ 为 $\boldsymbol{A}$（x），$\boldsymbol{B}$ 为 $\boldsymbol{A}$（$\boldsymbol{x}$）[a]时，我们称 $\boldsymbol{\Gamma}\vdash\boldsymbol{B}$ 为代入法则，即

$$\boldsymbol{A}(x)\vdash \boldsymbol{A}(x)[a]$$

若 a 对 $\boldsymbol{A}$ 中的 x 是可代入的，则以 $\boldsymbol{A}$（x）[a]表示 a 对 $\boldsymbol{A}$ 中的 x 的代入：将 $\boldsymbol{A}$ 中的 x 的全部出现以 $\boldsymbol{a}$ 置换。

代入法则告诉我们，如果 $\boldsymbol{A}$ 是定律，那么 $\boldsymbol{A}$ 中出现的 $\boldsymbol{x}$ 以 $\boldsymbol{a}$ 各个代入之后，仍然是定律。即是说：

如果 $\vdash \boldsymbol{A}(x)$，则 $\vdash \boldsymbol{A}(x)[a]$

项 a 对在 $\boldsymbol{A}$ 中出现的 x 是可代入的，当且仅当，若 $\boldsymbol{a}$ 中含有 $\boldsymbol{y}$，则在 $\boldsymbol{A}$ 中不出现具有 $\boldsymbol{B}$（x）$\rightarrow\boldsymbol{C}$（$y$）或 $\boldsymbol{B}$（y）$\rightarrow\boldsymbol{C}$（$x$）形的子式。

提请注意：

1. 若 $\boldsymbol{a}$ 中不含有个体变元，亦即 $\boldsymbol{a}$ 为常项时，则 $\boldsymbol{a}$ 对 $\boldsymbol{A}$ 中的任意 $\boldsymbol{x}$ 都是可代入的；

2. 对在 $\boldsymbol{A}$ 中出现的任何常项不可做代入。

从语义上讲，A（x）[a]是 A[x]的特殊情况，因为，x 以论域为变域，而 a 的值域是论域的一个子域；当 a 是常项 e 时，A（x）[a]是 A（x）的个别情况，因为，e 只指称论域中的一个个体。

我们用代入法则来分析那个卖矛与盾的商人的两句话：

（1）这支矛（e_1）能戳穿（p）任何物体（x）；

（2）任何物体（y）不能戳穿（$\neg p$）那面盾（e_2）。

与这两句话相应的式为：

（1′）$U(x)\rightarrow p(e_1, x)$

（2′）$U(y)\rightarrow\neg p(y, e_2)$

我们只要应用代入法则，便立即揭露其“自相矛盾”来。

对式（1′），我们用项 e_2（即“那面盾”）替换其中的个体变元 x，即得：

（1″）$U(e_2)\rightarrow p(e_1, e_2)$

对（2′）式，我们用项 e_1（即“这支矛”）替换其中的个体变元 y，即得：

（2″）$U(e_1)\rightarrow\neg p(e_1, e_2)$

难怪，韩非子云：“夫不可陷之盾，与无不陷之矛，不可同世而立。”先贤

韩非这句话就是说，“这支矛能戳穿任何物体”和“任何物体不能戳穿那面盾”这两个事件事实上不可能并存。可谓一针见血。这就是我们在前边所说的“韩非不自相矛盾律”。

对 $\vdash\neg\{[U(x)\rightharpoonup p(e_1, x)]\wedge[U(y)\rightharpoonup\neg p(y, e_2)]\}$，

用 e_2、e_1 分别代入 x、y，则得：

$\vdash\neg\{[U(e_2)\rightharpoonup p(e_1, e_2)]\wedge[U(e_1)\rightharpoonup\neg p(e_1, e_2)]\}$

前式是定律，经过代入所得后式仍是定律。

代入法则说的是，一旦 x 要被代入，就必须在 $\boldsymbol{A}$ 中出现的每一处都代入，即各个代入。如上所举的从（1′）式到（1″）式和从（2′）式到（2″）式。

上述所有的客观世界的逻辑定律和客观世界的逻辑法则都是客观世界的逻辑规律（客观世界的逻辑法则是关于规律的规律），二者共同构成了客观世界的洋洋大观的逻辑规律。先贤韩非不曾在 23 个世纪之前周详地指明这些客观世界的逻辑规律和客观世界的逻辑法则（比如，逆否律、代入法则），也许只不过是由于当时在竹片上用漆写字过于艰苦，迫使他不得不采取惜墨如金的方式来表达自己的思想。

至少在下述几个方面，韩非的逻辑思想远远地胜过后来流行的形式逻辑读本：

第一，径直去研究客观世界的逻辑规律，而无需再讨论有无“客观基础”的问题；如今的形式逻辑却还在那里争论“思维的逻辑规律”有无客观基础，当有时，又究竟是什么。

第二，从事包含多元关系的真正关系逻辑的研究，而后来的形式逻辑由于不研究包含多元关系的逻辑规律，因此，根本分析不出那个楚人的自相矛盾来。

第三，不自相矛盾律、从不矛盾得出不自相矛盾法则等属于真正的项逻辑（比德国数理逻辑学家弗雷格的谓词逻辑早两千多年），而后来的形式逻辑由于不研究项逻辑（相当于谓词逻辑），那些建立在直言命题上的直接推理、间接推理名义上分析到“名词”，实质上仍然只不过是最简单的事件逻辑（相当于命题逻辑）。

宇宙原本是通过客观的逻辑结构将各种事件在时间和空间上从一个必然过渡到另一个的无限绵延广漠的网，而逻辑科学则是对宇宙这个无限绵延广漠的从一个事件必然过渡到另一个事件的逻辑结构的网的认识、整理和总结。

第 3 章　逻辑规律是客观世界的规律

3.1　逻辑规律概述

远在百家争鸣的春秋战国时期，我国就产生了研究包含多元关系的客观世界的逻辑规律的光辉灿烂的古代逻辑。在《韩非子·难一》里说：“楚人有鬻盾与矛者，誉之曰：‘吾盾之坚，物莫能陷也’。又誉其矛曰：‘吾矛之利，于物无不陷也’。或曰：‘以子之矛，陷子之盾，何如’？其人弗能应也。夫不可陷之盾，与无不陷之矛，不可同世而立。”这最后的断语揭举了下述含有 2 元关系的两个事件，在客观世界里不可能并有：

“吾矛可陷任何物体”——$U(x) \rightharpoonup p(e_1, x)$；

“任何物体不可陷吾盾”——$U(y) \rightharpoonup \neg\, p(y, e_2)$。

这两个表达式刻划两个事件的逻辑结构：U——论域“物体”；x、y——个体变元，在“物体”中变；e_1——“吾矛”，e_2——“吾盾”，论域“物体”中的两个个体；p——U 上的 2 元关系“…可陷…”。于是：

$U(x) \rightharpoonup p(e_1, x)$——“若 x 是物体，则吾矛可陷 x”。

$U(x) \rightharpoonup \neg\, p(y, e_2)$——“若 y 是物体，则 y 不可陷吾盾”。

这个为韩非揭举的关于包含 2 元关系的两个事件“不可同世而立”的客观世界的逻辑定律可用下式表述：

$$①\vdash \neg\{[U(x) \rightharpoonup p(e_1, x)] \wedge [U(y) \rightharpoonup \neg p(y, e_2)]\}$$

表达式①刻划的客观地存在的 4 层的复合事件可称为“韩非不自相矛盾律”。它具有引人注目的重要性质：它的存在仅仅取决于它的逻辑结构，而不取决于它的此外的经验性质。对此倘有怀疑，请看下述实例。

并非“甲国支援任何国家且任何国家不支援乙国”。

事件“张三认识任何人”和事件“任何人不认识李四”不可同世而立。

不会出现“a 星球大于任何星球而任何星球不大于 b 星球”。

并不是“甲球队战胜任何球队但任何球队不能战胜乙球队”。

容易验证，这几个语句所指谓的由成对事件构成的合取事件的否定事件，永远存在，普遍存在！这类例子俯拾皆是。

其存在只取决于其逻辑结构的事件称为逻辑存在事件，又称恒有事件，或普有事件。“恒”就是永恒、永远，是从时间上说的；“普”就是普遍、到处，是从空间上说的。客观世界的逻辑定律就是客观世界的逻辑存在事件。具有一定的逻辑结构而在其中出现的经验基本对象却不同的逻辑定律有无限多条，由之组成了一个无限集，而对其中的任一条定律之所以存在起决定作用的一定的逻辑结构则是这个无限集的共仅属性。这个共仅属性（即一定的逻辑结构）不可能游离于具有一定经验性质（尽管任一条定律的存在不取决于它们）的具体定律而单独存在。一般必须也只能存在于个别之中。先贤韩非就是通过揭举这无限集里的一个引人入胜的元来阐明作为逻辑定律的“不自相矛盾律”，从而指明这个由无限多个不自相矛盾事件组成的无限集及其共仅属性的。从这里可以体会出一条重要的具有方法论意义的准则：

抓住了本质，一就是一切。

先贤韩非就是在这个准则的指导下，寓普遍、永远存在的逻辑定律（无限集及其共仅属性）于形象、生动的个别事例之中，其手法是十分高明的。上下四方为宇，古往今来为宙，这宇宙就是广漠无垠的空间和绵延不绝的时间，而逻辑定律则用它的逻辑结构的网在这广漠绵延的无限时空中捕捞任意的n元关系和项，以构成逻辑存在的事件。这神奇的网像宇宙一样的广漠、绵延。

以$\vdash \boldsymbol{A}$表示$\boldsymbol{A}$是客观世界的逻辑定律，其中的符号$\vdash$就称为定律号，读做单栅。

客观地存在着的关于客观世界的逻辑定律之间的充分条件关系称为客观世界的逻辑法则，并简称为法则。在讨论逻辑定律的语境中，法则可以表述为“若$\vdash \boldsymbol{A}_1$，…，$\vdash \boldsymbol{A}_n$，则$\vdash \boldsymbol{B}$”，或者省去定律号，简化为“若$\boldsymbol{A}_1$，…，$\boldsymbol{A}_n$，则$\boldsymbol{B}$”，并以“$\boldsymbol{A}_1$，…，$\boldsymbol{A}_n \models\!\!\!- B$”表示。其中的辅助符号$\models\!\!\!-$表示关于定律之间的充分条件关系，$n$为有限自然数，相应的法则称为$n$元法则，$\boldsymbol{A}_1$，…，$\boldsymbol{A}_n$称为前件或假设，$\boldsymbol{B}$称为后件或结果。

客观世界的逻辑定律、逻辑法则统称为客观世界的逻辑规律。定律和法则都是规律，而法则是关于定律的规律，因此也可以称为元逻辑规律。

对于前引《韩非子·难一》里的绝妙的诘问：“以子之矛，陷子之盾，何如？”那个吹牛过头的楚人的回答不是$p(e_1, e_2)$（吾矛可陷吾盾），就是$\neg p(e_1, e_2)$（吾矛不可陷吾盾），然而，韩非和那个寓言中的楚国商人全都明白，在客观世界中，恒无$p(e_1, e_2) \wedge \neg p(e_1, e_2)$；于是，其否定恒有（加上$\vdash$）：

② $\vdash \neg[p(e_1, e_2) \wedge \neg p(e_1, e_2)]$　　（韩非不矛盾律）

韩非不矛盾律可表示为：

$\neg(\boldsymbol{A} \wedge \neg \boldsymbol{A})$

为什么面对这个客观的逻辑定律不矛盾律，那个牛皮吹过头了的商人“弗能应也”了呢？那是由于韩非和那个楚国商人都清楚，楚国商人吹牛时其语言所指谓的自相矛盾事件$[U(x) \rightharpoondown p(e_1, x) \wedge [U(y) \rightharpoondown \neg p(y, e_2)]$，是矛盾事件 $p(e_1, e_2) \wedge \neg p(e_1, e_2)$ 的充分条件，亦即他们都知道存在下述客观世界的逻辑法则：

③ $[U(x) \rightharpoondown p(e_1, x) \wedge [U(y) \rightharpoondown \neg p(y, e_2)] \vdash$

$p(e_1, e_2) \wedge \neg p(e_1, e_2)$　　（韩非从自相矛盾得出矛盾法则）

这里，“自相矛盾事件”指的就是“矛盾事件的充分条件”。韩非要从②和③去得出他的前述①不自相矛盾律，还需通过：

④ $\vdash (\boldsymbol{A} \rightharpoondown \boldsymbol{B}) \rightharpoondown (\neg \boldsymbol{B} \rightharpoondown \neg \boldsymbol{A})$　　（逆否律）

⑤ $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{A} \rightharpoondown \boldsymbol{B} \vdash \boldsymbol{B}$　　（分离法则）

韩非据③、④、⑤才能得出：

⑥ $\neg[p(e_1, e_2) \wedge \neg p(e_1, e_2)] \vdash \neg\{[U(x) \rightharpoondown p(e_1, x)] \wedge [U(y)$

$\rightharpoondown \neg p(y, e_2)]\}$　　（韩非从不矛盾得出不自相矛盾法则）

然后，再据定律②、法则⑥去得出他的彪炳古今的韩非不自相矛盾律①。

以基础事件为最小单位，无需分析在其中出现的基础事件本身的逻辑结构即可确定其逻辑存在的规律称为事件逻辑规律。上述六条规律中的②不矛盾律、④逆否律属于事件逻辑定律；⑤分离法则等，属于事件逻辑法则。不以基础事件为最小单位，需对在其中出现的基础事件分析到项才能确定其逻辑存在的规律称为项逻辑规律。上述六规律中的①不自相矛盾律属于项逻辑定律；③从自相矛盾得出矛盾法则、⑥从不矛盾得出不自相矛盾法则等属于项逻辑法则。

3.2　逻辑规律不是思维自身的规律

辩证唯物主义认为，思维是客观世界高度发展的产物，作为人脑的一种属性而存在，它一经在宇宙中产生便有自身的规律。例如：存在决定意识——唯物律；思维必有物质载体——载体律；思维不能以正在进行的思维自身为思考对象——不自返律；等等。这些真正的名副其实的思维规律已分别为认识论、语言学、心理学等科学所研究，其思维自身并不存在“韩非不矛盾律”、“排中

律”、“同一律”。相反，在现实中，对于通常人来讲，只要他能进行正常的逻辑思维，在他活着的一天中，其思维中的矛盾现象是不难找到的。即使在课堂上，常用“在任何思维的过程中都不允许，不应该自相矛盾”这种所谓“不矛盾要求”来要求学生的逻辑学者，他在实际上也总是抛弃这个事实上不可能实现的“要求”，在他自己的思维过程中出现自相矛盾。

归纳起来，这种“矛盾现象”主要有以下几种表现。

1）谎言。也就是口是心非，表里不一。心里想的是 **A**（或¬**A**），可说的是¬**A**（或 **A**）。从动机和实施效果上可分为善意的谎言（现实中称为美丽的谎言）和恶意的谎言，这由从事的职业而定。前者如医生、外交家、统帅等为了事业的需要编造的唯心之论；后者如盗贼、骗子、反动政客等的自欺欺人之谈。

2）矛盾统治时期的自相矛盾。这里主要是指欧洲中世纪教会统治时期，他们为了维护自身利益，用火刑等残酷手段维护矛盾的 “地球中心说”、“血液再生说”等人们不得不心非口是的自相矛盾。但事实胜于雄辩，波兰天文学家哥白尼经过长期的探测，大胆地否定了教会的观点，在其著作 On the Revolutions of the Celestial Spheres（《天体运行论》）中，提出“以太阳为中心的世界观”，即“日心说”；英国生理医生哈唯提出了“血液循环”的理论。最终彻底推翻了他们的“宗教哲学”。

3）在事实尚未揭示前的自相矛盾。主要表现在物理学领域中。例如，自由落体法则在未被伽俐略（Galileo / Galilei）发现之前的自相矛盾。在欧洲中世纪时期，人们普遍相信亚里士多德的“自由落体运动法则”，即：“重物的自由降落速度必定快于轻物。”然而，伽利略经过证明得出与“亚氏法则”相对立的一对矛盾：“合球的自由降落速度快于大球”与“合球的自由降落速度不快于大球。”在做出以上证明后，他又用实验推翻了流行两千多年的“亚氏法则”。

4）所谓超协调逻辑（又称弗协调逻辑）的自相矛盾。超协调逻辑是 20 世纪 50 年代形成和发展起来的符号逻辑。这种理论认为：A 是对的，非 A 也是对的，“不能‘ A 与非 A 都对’”也是对的。这种逻辑宣称，它能为不协调（即包含矛盾）然而并非无意义的理论提供逻辑基础。超协调逻辑的特点是在系统中纳入相互矛盾的命题，它不否认矛盾而且接收矛盾对矛盾持超然态度。这在实际中是非常有用的，如解决民事纠纷等。

5）作为科学定义的自相矛盾。例如，在集合论中把空集定义为：

$\{x \mid x \in U \wedge x \notin \mathrm{U}\}$ （$x \notin U$ 读做“x 不属于 U”）

这就是自相矛盾的思想。然而，正是这一矛盾思想完整地定义了空集。很明显，如果不矛盾律真的是思维的规律，那么空集将无法定义了。

由此可以看出，思维可以自相矛盾，思维可以违反不矛盾要求。同理，思维可以违反排中要求、同一要求、充足理由要求，等等。

“思维的自相矛盾现象”可以称为“思维可以自相矛盾律”。这名副其实地是思维自身的规律。我们做下述规定：$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 为命题集，若 $\boldsymbol{B}$ 中含有α、$\neg\alpha$，则称 $\boldsymbol{B}$ 是直接矛盾的；若以 $\boldsymbol{A}$ 中的命题为前提，可以推出 $\boldsymbol{B}$ 中的任意命题，且 $\boldsymbol{B}$ 是直接矛盾的，则称 $\boldsymbol{A}$ 是包含矛盾的。直接矛盾与包含矛盾统称为自相矛盾。设 T 为任一人一生中某一时间区间，$\boldsymbol{C}$ 为在由 T 时间区间中所思考的命题组成之集，且 $\boldsymbol{C}$ 是自相矛盾的，则称 T 为矛盾区间。思维可以自相矛盾律是指，在任何能进行正常逻辑思维的人的一生中必定可以找到矛盾区间 T。“思维可以自相矛盾律”简称为“可以矛盾律”，并进一步简称为“矛盾律”。实际上，对于通常的人来说，往往在他活着的一天中，其矛盾区间是不难找到的。换言之，思维的自相矛盾律就是指任何能进行正常逻辑思维的人，都必然有自相矛盾的时候。思维并不具有不矛盾的客观必然性，这才是名副其实的思维的规律。

当然，我们这里的“规律”一词始终是在马克思主义的经典意义上使用的。马克思主义认为：“规律是事物发展中本身所固有的、本质的、必然的、稳定的联系”[①]。它既不能被废除，也不能被创造。规律是客观事物本身所具有的，不是人们外加给它的，因而是客观的，不以人们的意志为转移的。“天行有常，不为尧存，不为桀亡”，荀子这句话说的正是这个道理。人们的一切活动都是在规律的支配下而进行的。实践证明，不遵循规律的一切行为必将失败。一切规律都是客观的。当然，人在客观规律面前并非束手无策、无能为力。规律能为人们所认识、所掌握。不难证明，逻辑规律作为客观世界的一类规律同样也是不以人们的意志为转移的，是客观的，是客观世界的反映；它不是人们能够随意创造、随意规定的；不是实证主义者卡尔纳普所认为的逻辑规律就像玩牌与下棋的规则一样，是人们任意约定的；也不是唯心主义哲学家康德所说的逻辑规律是思维本身所固有的先验的规律。逻辑规律是任何人都违反不了的。因此，必然有下述命题：如果逻辑规律是思维本身的规律，那么思维是不能违反的。比如，对于不矛盾律来说，**如果不矛盾律是思维本身的规律，那么思维是**

[①]转引自赵培星.论规律（M）.北京：人民出版社，1981.33.

不能矛盾的。于是，有下述假言推理：

如果不矛盾律是思维本身的规律，那么思维是不能矛盾的；

可是，如上所述，思维可以矛盾；

所以，不矛盾律不是思维本身的规律。

作为思维，人们可以思考“地球围绕太阳转”和“地球不围绕太阳转”同时并存，也可以思考二者皆无。但是为它们所思考的客观事件却无论如何是不能同时并存也不能同时皆无的。地球绕太阳转的客观事实是永远不会变的（这正是哥白尼的伟大功绩所在）。人们也可以思考“山是山又是非山”，“水是水又是非水”，而这样的“是又非”、“非又是”[①]的实物在客观世界中是不存在的。这就是《墨子·经说下》中所说的“彼此不可”。人的思维中根本不存在什么“不矛盾律”、“排中律”。然而，流行的传统形式逻辑读本却习惯于把客观的不矛盾律“事件$\boldsymbol{A}$、$\neg\boldsymbol{A}$不可能并有”表述为“命题$\boldsymbol{A}$、$\neg\boldsymbol{A}$不可能同真”（当然，只要承认二者同义，这种表述习惯也是可以尊重的），并从而把原本是“客观世界的不矛盾律”叫作“思维的不矛盾律”。至此，我们斗胆建议那些连自己也经常抛弃这个“不矛盾要求”的守卫者们，跟我们一道，在需要自相矛盾时（当然不是恶意的谎言），大胆地、理直气壮地、理论联系实际地自相矛盾。理所当然，人们在作那种在所必行的自相矛盾的思考时$\boldsymbol{A}$与$\neg\boldsymbol{A}$必定有一为假。

综上所述，我们看到，逻辑规律之不矛盾律只能是客观世界的，是客观世界的逻辑规律。

思维事实上是可以自相矛盾的。流行的形式逻辑读本在“不矛盾律是思维的基本规律”的所谓“真理”的指导下提出“思维不矛盾要求”，束缚了人们的创造性思维，抑制理论思维的进步，误导逻辑学爱好者（包括后起逻辑学家）的研究方向，从而阻碍了逻辑科学向前发展的进程。只有从“思维不矛盾要求”的习惯性思维模式的桎梏中摆脱出来，承认思维可以自相矛盾，在需要自相矛盾、必须自相矛盾时，应该自相矛盾，才能使我们的思维活动得以健全发展，从而推动理论思维的进步。

3.3 逻辑规律不是符号自身的规律

如果说逻辑的思维说是源远流长、古已有之的话，那么，逻辑的符号说可

① 引自詹剑峰.墨家的形式逻辑（M）.湖北：人民出版社，1956，59.60.

谓当今的摩登流派。主要以美国哲学家皮尔士和卡尔纳普为代表。皮尔士认为，“逻辑是关于记号的理论”，是“研究关于记号、特别是符号的必然的一般规律的科学。”[①]而卡尔纳普则断言：“逻辑只是按着一定规则来运算的符号系统，无论在任何地方都不涉及这些符号的意义，而只涉及这些符号的种类，以及这些符号所遵循的形式演算”，“逻辑的研究既不涉及作为心理活动的思想，也不涉及思想的内容，我们只涉及语句。”[②]可见，在头脑中进行的思维与其语言载体是截然不同的。因此，符号说坚决否认逻辑在事实上研究过思维本身，彻底分清了在人类头脑中进行的思维和作为思维的一种物质载体的符号（泛指人工符号、自然语言）的根本区别，对当代逻辑科学的发展作出了重大贡献。但符号说又称“逻辑只是按照一定规则来运算的符号系统，无论在什么地方都不涉及这些符号的意义，而只涉及这些符号的种类，以及这些符号所遵循的形式演算”。可是，“符号所遵循的形式演算”以及“这些符号的种类”构建的客观依据又是什么呢？这是“符号说”无法回避也无法解决的问题。

人工符号作为表意符号，是人们认识、揭示客观世界的逻辑结构及其逻辑规律的辅助性工具。不管是刻划词的符号，还是命题的形式化过程中刻划事件的符号串，都不能随意胡编乱造，而必须按照一定的客观规则进行。例如，韩非在《难一》中揭示的不矛盾律，一般用表达式表示为：

$$\vdash \neg(\boldsymbol{A} \wedge \neg\boldsymbol{A})$$

其中，$\vdash$、$\neg$、$\wedge$分别称为断定号（读做“单栅”）、否定号、合取号。除此之外，还有析取号$\vee$、蕴涵号$\rightarrow$、充分条件号 $\rightharpoondown$，等等。尽管符号多种多样，其表达的意义也各有不同，但他们都必须遵循一定的客观规则。不管是刻划词的符号，还是刻划命题的式，都不是人为地胡编乱造的，而是在一定的客观规则下进行的。式的形成规则就是人们以人工符号序列刻划逻辑结构的依据，并不是人为主观随意地给客观世界定的法则，其目的在于严密地刻划客观的逻辑内容。这就明确而客观地回答了“符号说”无法回答的问题：构建“这些符号的种类”以及“这些符号所遵循的形式演算”的客观依据。它要求人工符号的排列结构及其顺序要同客观的逻辑事件相对应。正如当我们要表达一个化学方程式时，化学分子符号的排列结构要和客观物质化合物的化学结构相符合。例如，氢氧化钠和盐酸的反应，其反应式为：$NaOH + HCl = NaCl + H_2O$。其所刻划的是客观的化学规律，而不是什么符号的规律。

① 扬百顺. 现代逻辑启蒙（M）. 北京：中国青年出版社，1989，357.

② 卡尔纳普. 哲学与逻辑语法（M）. 伦敦版，1935，40.46.

可以看出，形成规则作为人工符号的式的规则，是客观的，不依人的意志为转移。没有客观事件的逻辑结构，就没有“式的形成规则”。逻辑结构是客观存在的，在人们还未刻划出客观世界式的规则前早已存在。事件的逻辑结构的客观统一性，必然迫使人们按照客观的规律制定出相应的式的规则来。它是人们认识能力发展的必然产物。

人工符号作为人们认识世界、揭示规律的辅助性工具，为一定的学科所研究。但是作为符号，我们可以把 $e \in p$ 和$\neg$（$e \in p$）写在一起，让它们并存，甚至可以把它们全部擦掉。根本不存在什么符号的不矛盾律、符号的排中律之类的符号的所谓逻辑规律。但是我们永远也擦不掉被符号所刻划的客观存在的客观事件的逻辑结构及其规律，这就从根本上否定了皮尔士等人所谓逻辑是“一种关于记号的理论”、是“按着一定规则来运算的符号系统”的观点。

因此，逻辑规律也不是符号的规律。

3.4 逻辑规律是且只能是客观世界的规律

从以上论述我们可以看到，客观世界有其自身的逻辑结构和规律，这是客观存在的。人们对客观存在的逻辑结构和逻辑规律的思考和认识，属于意识，表现为相应的命题、定理等。人们的思考需要用一定的物质载体来承担，式就是用来承载命题或定理的人工符号序列（在这点功能上，它与自然语言相同）。式是人为地整理、规定，使之与客观世界的逻辑结构和规律（包括逻辑法则和逻辑定律）相对应的物质载体。逻辑规律既不是思维的规律，也不是符号的规律，而是客观世界的规律。

我国作为与古希腊、古印度相并列的世界三大逻辑发源地之一，远在春秋战国时期，就产生了关于客观世界的逻辑结构和客观世界的逻辑规律的光辉灿烂的逻辑思想。主要代表有韩非、墨翟、公孙龙等。其中韩非的逻辑思想家喻户晓。

韩非在其著名的《难一》篇中通过短小生动的寓言故事，对客观世界的不矛盾律等逻辑规律作出了深刻的刻划。他在《难一》中写道：

“楚人有鬻盾与矛者，誉之曰：‘吾盾之坚，物莫能陷也。’又誉其矛曰：‘吾矛之利，于物无不陷也。’或曰‘以子之矛，陷子之盾，何如？’其人弗能应也。夫不可陷之盾与无不陷之矛，不可同世而立。”

这则寓言告诫我们：事实上满足“不可陷”的盾和满足“无不陷”的矛这

样的两件实物在客观世界中是不可并存的。这就是“韩非不矛盾律”。他是通过“或曰：‘以子之矛，陷子之盾，何如？’”这样的反问方式来阐明的。面对诘问者的问题，那个楚国商人不是回答“吾矛可陷吾盾”（$\boldsymbol{A}$）就是“吾矛不可陷吾盾”（$\neg\boldsymbol{A}$）。而韩非、诘问者和楚国商人都知道，在客观世界中，不存在“吾矛可陷吾盾，并且，吾矛不可陷吾盾”这样的事件。如果用人工符号 p 表示 2 元关系“…可陷…”、e_1 表示个体“吾矛”，e_2 表示个体“吾盾”。韩非不矛盾律即可表示为：

$$\neg[p(e_1, e_2) \wedge \neg p(e_1, e_2)]$$

韩非之所以在逻辑规律的研究上取得如此彪炳古今的成就，不仅因为他在《难一》中的矛与盾的故事家喻户晓、老幼皆知，最根本的在于他以实事求是的唯物主义科学态度，正确而真实地揭示了客观世界的逻辑结构和逻辑规律。这体现了他的积极探索精神和求是态度。他为世界逻辑史写下了光辉篇章。

传统形式逻辑从诞生之日起直到如今，事实上始终在研究客观世界的逻辑结构与客观世界的逻辑规律。逻辑规律是且只能是客观世界的规律。我们有下述尽举相容选言推理：

逻辑规律或者是思维本身的规律，“或者是符号自身的规律，或者是客观世界的规律”；

逻辑规律不是思维本身的规律；

所以，逻辑规律或者是符号自身的规律，或者是客观世界的规律；

逻辑规律也不是符号自身的规律；

所以，逻辑规律是客观世界的规律。

总之，逻辑规律是客观世界的规律，是客观世界实实在在地存在着的规律。从人类诞生前直到人类消失后，客观世界的逻辑规律无始无终而又无边无际地客观地存在着。宇宙具有按照客观的逻辑规律从原有事件必然过渡到新事件的运演能力。人类的逻辑思考只不过是对宇宙这种运演能力以脑神经元作为桥梁实现的正确摹写。如此而已。探究逻辑的发展史，人们所建立的一切有关逻辑的科学，都是对客观逻辑规律的揭示。在逻辑思潮层出不穷的今天，人们对逻辑研究对象的争议形成了各种流派，但“真理是时间的儿子，不是权威的儿子”（伽俐略）。只有坚持以辩证唯物主义作为指导思想，实事求是，才能在纷繁复杂的客观世界中正确地揭示客观的逻辑规律。相反，任何唯心的奇谈怪论都是立不住脚的。

第 2 篇　逻辑思考　概念

第 4 章　逻辑思考概述

4.1　逻辑思考的定义

为了方便，当代形式逻辑思考就简称逻辑思考。

在纷纭浩繁的大千世界中，有形形色色的客观对象。有由对象构成的丰富多彩的客观事件，也有无限多样的客观逻辑规律。它们都是可以为人所思考，为人所认识、整理和表述。譬如，以人为论域，对象（张三，李四）可以为人所思考，这个思考就是一个 2 目组词。事件“张三认识李四”、“张三不认识李四”也可以为人所思考，对这两个事件的思考分别是一个 2 元原子命题、一个纯真值复合命题（即否定命题），如此等等。这种思考正是我们所要探讨的逻辑思考。所谓逻辑思考就是关于客观世界的对象、事件或逻辑规律的思考。

关于客观世界的对象的思考称为词（又称概念）。客观的对象是无限多样的，但归而结之，不外乎经验对象和逻辑对象两种。关于经验对象的思考称为经验词；关于逻辑对象的思考称为逻辑词。

关于客观世界事件的思考称为命题。事件分原子事件和复合事件。关于原子事件的思考称为原子命题；关于复合事件的思考称为复合命题。当然，被命题所思考的事件可以为有，也可以为无——为无就是有补或异在。

关于客观世界的逻辑规律的思考称为逻辑定理。逻辑规律可二分为逻辑定律和逻辑法则。于是，逻辑定理也相应地二分为两类：一是关于逻辑定律的思考，称为有效命题；二是关于逻辑法则的思考，称为逻辑规则。

值得指出的是，逻辑定理是一种精神现象，说出来便是一串声音，记下来便是一串文字或符号。它从来不曾揭举“思维的规律”，尽管思维确实也有自身的规律，而且有关的科学也确实有必要探讨它们。逻辑定理是揭举客观世界的逻辑规律的。有效命题是对客观世界的逻辑定律的揭举，逻辑规则是对客观世界的逻辑法则的揭举，它们都不曾揭举过思维自身的规律。迄今为止的传统

形式逻辑作为理论体系，事实上只是对客观的逻辑结构和逻辑规律的不完备的认识、整理和表述，其本身只是受思维规律支配的思维现象，而并非支配思维现象的思维规律。事实上它们从来不曾研究过支配逻辑思维现象的思维规律。

在人类思考的十分广泛的领域里，人们对于客观世界的对象、事件、逻辑规律的思考是逻辑思考。当然，除此而外，还存在大量的非逻辑思考，比如有些音乐家作曲，有些舞蹈家编舞，有些画家构思画面，有些文学家的描写，等等。读过鲁迅的杂文《立论》的人，无不叹服于鲁迅对那位老师的圆滑的处世哲学的刻划。那位老师给学生的所谓“啊呀！这孩子啊！你瞧！多么…。呵唷！哈哈！Hehe！he！he he he！”的答复同样也不是逻辑思考，即使它是用文学语句来表达的。讨论一个思考究竟是否逻辑思考，就看其是否合乎相应的定义。合乎定义的为是，不合乎定义的为否，然而，不管是与否，均无所谓“正确”、“错误”可言。我们不应指着一个非逻辑思考说:“这是个错误的逻辑思考”、“这个逻辑思考是不正确的”、“这个逻辑思考违反了某某逻辑规律”等等。这正如我们在规定清楚“哺乳动物就是有乳腺的动物”之后，就不能指着一把鞋刷子说:“这是只错误的哺乳动物”、“这只哺乳动物是不正确的”、“这只哺乳动物没有乳腺，违反了哺乳规律”等等一样。如果人们把那些非逻辑思考看做逻辑思考，那只是人们认非为是这种愿望的错误，而就在这时，那个非逻辑思考却仍然是非逻辑思考，在一定领域中发挥一定的功能，其本身并无“错误”可言。

4.2　逻辑思考的内容

任一逻辑思考都有内容。为词、命题、逻辑定理所思考的客观世界的对象、事件、逻辑规律就称为相应的逻辑思考的内容，有时也称为具体的内容或全部的内容。

词（概念）的内容就是为词所思考的客观对象。在客观世界中，经验对象具有经验属性又具有逻辑属性，故而经验词既具有经验内容又具有逻辑内容。词的经验内容即被思考的客观对象的经验属性，逻辑内容即被思考的客观对象的逻辑属性。逻辑对象只有逻辑属性而无经验属性，因此，逻辑词只有逻辑内容而无经验内容。

命题的内容就是被命题所思考的客观的事件。事件由逻辑对象和经验对象构成，因而命题由逻辑词和经验词构成。组成命题的经验词的经验内容就是命题的经验内容；组成命题的经验词和逻辑词的逻辑内容就是命题的逻辑内容。

理解了词和命题的内容，也就不难理解逻辑定理的内容。逻辑定理的内容就是被其所思考的逻辑规律。逻辑规律同样有经验性质和逻辑性质，相应地，逻辑定理也有经验内容和逻辑内容；逻辑定理的经验内容即被思考的逻辑规律的经验性质，亦即在逻辑规律中出现的原子事件的经验性质。逻辑定理的逻辑内容即被思考的逻辑规律的逻辑性质，亦即决定其为客观的逻辑定律的逻辑存在事件的逻辑结构或关于普有事件的充分条件关系。

总之，任一逻辑思考都有其具体内容，即被思考的相应的对象、事件、逻辑规律。而任一逻辑思考的具体内容可分为经验内容（当有时）和逻辑内容两方面，是这两方面的有机合成。不包括在具体内容中的经验内容没有，游离于具体内容的逻辑内容也没有。撇开了具体内容也就抛掉了逻辑内容。

4.3　逻辑思考的形式化

从一逻辑思考的具体内容中撇开其经验内容，提取其逻辑内容，并用能表述其逻辑内容的人工语言表述出来的过程，就称为逻辑思考的形式化。作为词、命题、有效命题的形式化的结果的符号序列，分别称之为符号、式（formula）、有效式。

对此，我们用下列实例加以说明：

（1）中华民族的摇篮；

（2）中国战胜日本；

（3）凡在座的解放军学员皆高于 1.6 米；

（4）若温度上升，则水银柱升高。

上述诸例表达的都是有着特定内容的思考。例（1）是以一个 2 阶常项“中华民族的摇篮”为内容的 2 阶常项词，其中的“是一个 2 阶常项”部分为逻辑内容。该 2 阶常项词由一个个体构成的一目组词“中华民族”和一个一元函数词“…的摇篮”所组成。“中华民族”的逻辑内容就是“一个个体”、“一个一目组”，“…的摇篮”的逻辑内容就是“一个 1 元函数”。我们用正体小写拉丁字母 e、f^1 分别表示一个个体词、一个函数词，并对个体词辅以左右括号表示一目组词（e），则有符号序列 f^1（e）。f^1（e）就是例（1）的形式化结果，称为 2 阶常项词符。例（2）是对一闭 2 元原子事件的思考的闭原子命题，其具体内容为被思考的闭原子事件“中国战胜日本”。其中的由一个常 2 目组、一个 2 元关系构成闭原子事件就是逻辑内容。用 p 表示构成该原子命题的 2 元关

系词，用（e_3，e_0）表示构成该原子命题的常 2 目组词，则该原子命题就可形式化为 p（e_3，e_0）。p（e_3，e_0）称为闭原子式。例（3）是以“凡在座的解放军学员皆高于 1.6 米”表述以一闭合取事件为内容的闭合取命题。其中的逻辑内容为：由 m 个 1 目组、m 个辖域不同而关系相同的 1 元关系构成的闭原子事件，上述 m 个闭原子事件的闭合取事件。如果用 p（e_1）、p（e_2）、…、p（e_i）、…、p（e_m）分别依次表示从第一个至第m个全部闭原子式，则有下面的式：p（e_1）∧p（e_2）∧…∧p（e_i）∧…∧p（e_m）。此式就是例（3）的形式化表述，称为闭合取式。（4）是以“若温度上升则水银柱升高”所表述的以一闭充分条件事件为内容的充分条件命题。其逻辑内容为：由两个不同的个体常项，两个不同的 1 元关系构成的两个闭 1 元原子事件，以这两个闭 1 元原子事件为前、后件的闭充分条件事件。如果用 p（e_1）表示作为前件的闭原子命题（一个闭支的式），用 q（e_2）表示作为后件的闭原子命题（另一个闭支的式），那么，此闭充分条件命题可形式化为p（e_1）→ q（e_2）。p（e_1）→ q（e_2）就称为例（4）的闭充分条件式。

以上有关命题的形式化过程表明，命题的形式化常常是在词的形式化的基础上完成的。然而不管是刻划词的符号，还是刻划命题的式都不是随意胡编的，而是按一定的规则（即形成规则）进行的。形成规则是人们以人工符号序列刻划逻辑结构的依据。当然，形成规则也不是随心所欲地随意规定的，而是以客观的逻辑结构为依据。鉴于编写出一命题的式，目的在于严密地刻划该命题的逻辑内容，因而式的形成规则要顺应作为命题的逻辑内容的事件的客观的逻辑结构：组成式的人工符号的排列结构要同事件的逻辑结构相对应，这正如书写化学分子式时，分子式的化学符号的排列结构要和化合物的客观的化学结构相对应一样。事件的逻辑结构原本是客观的，在人定出式的形成规则之前早就存在了，而且，还确实具有规则性（这正像化合物的化学结构具有规律性一样）。这种规则性是不以人的意志为转移的客观的统一性。人为的人工符号排列的式的形成规则，只不过是事件的逻辑结构的客观的统一性在人的认识中的反映。事件的逻辑结构的客观统一性迫使人们制定出如此这般的式的形成规则来。这也正是根据事件逻辑结构确定的形成规则而形成、编写出来的命题的式正好与相应事件的客观的逻辑结构恰好一致的客观依据。为了特别强调式的符号排列结构能良好地表达事件的逻辑结构，有时就称式为良构式（well formed formula）。上述有关命题的形式化结果——各种不同的式，就分别良好地表述了作为命题的逻辑内容的相应事件的逻辑结构，因而是相应的良构式。

我们再来考察逻辑定理的形式化。对于有效命题而言，其形式化过程与命题无异。所不同的是，作为形式化结果的有效式是刻划有效命题的逻辑内容的。一个有效式是一个具体的有效命题的式；并且仅仅依据一有效式就可以确定一有效命题为真。我们曾不只一次地提到我国古代先贤韩非所揭举的客观世界的逻辑定律——不自相矛盾定律。关于这一定律的逻辑思考——不自相矛盾命题的逻辑内容是：决定其为不自相矛盾定律的逻辑存在事件的客观的逻辑结构，亦即：$\neg[(U(x)\rightharpoonup p(e_1,x))\wedge(U(y)\rightharpoonup\neg p(y,e_2))]$，其中，$U$ 指论域“物体”，p 指论域“物体”上的 2 元关系“…戳穿…”，e_1 指这支矛，e_2 指这面盾，x、y 泛指任意物体，$\rightharpoonup$、$\wedge$、$\neg$（或¯）分别为充分条件号、合取号、否定号。对此，除了充分条件、合取、否定采用同名同体符号表示外，如果将其中的斜体拉丁字母改为同名正体拉丁字母，则得到韩非不自相矛盾命题的形式化表示：$\neg[(\mathrm{U}(\mathrm{x})\rightharpoonup\mathrm{p}(\mathrm{e}_1,\mathrm{x}))\wedge(\mathrm{U}(\mathrm{y})\rightharpoonup\neg\mathrm{p}(\mathrm{y},\mathrm{e}_2))]$。此式即为有效式。必须明确的是，一有效式是对一具体逻辑定律的逻辑结构的揭举，或者说，也是对一整类具有这种逻辑结构的具体逻辑定律的揭举。有效式不是对什么“思维形式的规律”的揭举。诚然，“思维形式”（规定清楚后）也许确实有自身的规律。这正像化学反应式事实上揭举物质的化合、分解的客观规律，根本不曾揭举什么“思维的规律”或“思维形式的规律”一样。至于逻辑规则，由于比有效命题高一层次，因此，其形式化不能在有效命题的同一层次中进行。相对于有效命题这一层次的形式语言来说，规则必须采用元语言陈述。当然，为了方便，在元语言中也可以加入作为一种辅助手段的人工符号。如本书中表示各种语构变元的黑正体大写拉丁字母 **A**、**B**、**C**、**D**（表示任意的式）、黑正体小写字母 **a**、**b**、**c**、**d**（表示任意的项符），以及 $\vdash\!\!-$、$\vdash$、$\models$ 等等。在相应的规则中不属于形式语言而属于元语言。为体现与除了规则之外的逻辑思考的形式化的区别，规则的人工符号表达（即对规则的逻辑内容的符号刻划）不妨称为“非形式的符号化”，并简称为“符号化”。

在逻辑科学中引入形式化表达式决不是故弄玄虚，而是鉴于清晰而又简便地进行严格确切的理论探讨的实际需要。传统形式逻辑之所以一直在原地踏步，形式语言贫乏不能不说是一个重要原因。

4.4　逻辑思考、思考对象、语言载体的关系

词（概念）、命题是逻辑思考，语词、语句或符号、式则分别是上述逻辑思考的自然语言或人工语言表述。而现实世界的相应对象、相应事件则是作为

逻辑思考的词（概念）、命题的思考对象（内容）。这三者互有紧密联系，然而又有严格区别：逻辑思考是意识（脑神经元的一种搭接）、自然语言或人工语言是承载意识的语言载体（一串声音或笔道），现实世界的对象、事件则是为意识所反映的物质原型（独立于意识而存在）。

逻辑思考同思考对象是一一对应的。客观世界的对象、事件具有唯一的确定性，由之决定了相应的逻辑思考具有唯一的确定性。

逻辑思考需要有物质载体，而常用的是语言载体。本书所讨论的符号、式等是这种载体的一种特殊情况。由于用以刻划逻辑思考的逻辑内容的符号、式是按一定的形成规则产生的，因而与客观世界的逻辑结构完全一致，并因此与唯一确定的逻辑思考一一对应。作为思考的载体的自然语言则不然。自然语言具有约定性、随意性；由之决定了自然语言本身的语言结构与客观世界的逻辑结构未必一致。事实上二者之间往往是不一致的，它们的关系错综复杂、扑朔迷离。正由于此，自然语言与唯一确定的逻辑思考并不一一对应。承载唯一确定的逻辑思考的自然语言各种各样，而其中每一种又可以有多种用途。同一个逻辑思考可由不同的自然语言承载，同一自然语言也可以承载不同的逻辑思考。逻辑思考同自然语言载体之间的这种关系，可归结为两个“一对多”的关系。我们先考察从语言载体到逻辑思考的一对多关系。俗话说，“听话听声，锣鼓听音”，之所以要去听“声”听“音”，因为说出一句话来，可以有许多含义，即可以承载不同的思考。比如，汉语语词“日”可以指称：太阳（红日高照），白天（日班），一昼夜（一年三百六十五日），某一天（生日），时候（往日，来日方长），一个曾经残暴地侵略过我国的一衣带水的邻邦（抗日战争）等等。再比如，一自然语句“热爱祖国的孩子”，可以在动宾结构中指称：热爱这样一种孩子，祖国的而非外国的；也可以在偏正结构中指称：具有热爱祖国这种思想品德或行为的孩子。类似的例子不胜枚举。引起语言载体到思考之间的“一对多”的原因是很多的，一词多义（如前例）和语法结构歧义（后例）是重要的两个原因。

我们再看另一个“一对多”关系：同一思考可以由不同词语或语句承载的从思考到载体的关系。引起这种关系的原因之一，是自然语言中的同义现象。譬如说，客观世界只有一个唯一确定的个体“太阳”，只有一个唯一确定的闭 2 元原子事件“地球绕太阳转”，故而，对于全人类来说，分别以上述个体和事件为内容的逻辑思考个体词和闭 2 元原子命题也是唯一确定的，也只有一个。然而承载它们的自然语言却有成千上万个，而其中的每一个又都可以有不同的

指谓（世界上至少有两千五百种民族语言，每种民族语言又都有一义多词、一词多义的同义、歧义现象）。仅以汉语而言，承载个体词“太阳”的自然词语至少有以下这些：太阳、日、白驹、金虎、赤乌、阳乌、金乌、金轮、火轮、赤轮、晷景、朱曦、阳景、大明、明光、朱雀等等。而且对不同时候、不同季节出现的“太阳”又有各种不同的称呼。早晨的太阳，称为朝阳、朝曦、朝敦、朝光、朝晖、初旭、旭日、初景等等；而黄昏的太阳则可以叫作夕阳、夕照、夕晖、夕曛、残阳、斜阳、落日等等。用以指称春、夏、秋、冬的太阳却又可以分别采用：春晖、骄阳、丽日、煦日等词语。在分析承载逻辑思考的个体变元词、联结词的语言载体时，也有同样的情况。这时，还有由于表达的省略而引起“一对多”。比如同一思考：若 x 做贼，则 x 心虚（s（x）→ p（x）），可以采用下述不同的语句表达：

（1）谁做贼谁就心虚；

（2）做贼的人一定心虚；

（3）做贼一定心虚；

（4）做贼必心虚；

（5）如果做贼，那么心虚；

（6）做贼心虚；

……

以上的（2）省略了后一个体变元词的语言载体，（3）、（4）、（5）将个体变元词的语言载体统统省去不提。而最合乎语言表达习惯的却是将个体变元词、联结词的语言载体统统省去的最经济、最简洁的说法，即“做贼心虚”。不难看出，与客观世界逻辑结构最接近的表达是“若 x 做贼，则 x 心虚”。但这并不符合一般人的表达习惯。最符合一般人的表达习惯的语句的语言结构，与客观世界的逻辑结构却很不相同。这也佐证了前面关于“事实上自然语言的结构同客观世界的逻辑结构之间往往不一致”的说法。同时也提醒人们，只有从语言载体通过思考中介去抓住客体，并分析出客观的逻辑结构，才能给为语言载体所承载的逻辑思考命名并归类。

总之，语言载体与逻辑思考之间的两个“一对多”关系是十分复杂的。然而，在一定语境下，一个语言载体承载一个唯一的思考。我们正是依据一定的语境和一定的语言载体表达的内容，认定一定语言载体承载的一定的思考。以上游离语境讨论的两个“—对多”关系，则主要为了说明语言载体与思考的联系和区别。倘若把逻辑思考比作酒，那么，语言载体就是玻璃容器。尽管酒往

往盛在玻璃容器里，但酒和玻璃容器根本不相同：同样的酒可以由不同的玻璃容器盛装，同样的玻璃容器也可以注入不同的酒，甚至还可以容纳根本不同于酒的其他物，如硫酸、甲苯、乙醚等等。这就是说，—逻辑思考和思考对象是一一对应的，而与其载体却是相互的一对多关系。当然，语言有自己特有的结构，也值得研究——在语言学中。不过，倘若企图通过分析语言的结构来捉摸思考的结构，就会如同想要通过化验容器的成分来把握酒的特征一样——隔靴搔痒，不得要领。

上述三者之间的关系可用图 4-1 表示。

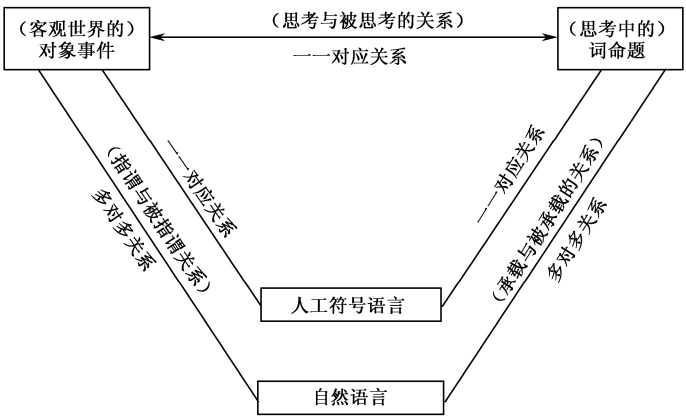


图 4-1　逻辑思考、思考对象、语言载体三者的关系

第 5 章　概　　念

5.1　概念的概述

概念就是关于客观对象的思考。

所谓对象，就是可以对之思考的一切。从对象所处的领域看，又可分为三个方面可以对之思考的对象。第一，在自然界这个领域，山川草木、日月星辰、风云雷雨、电声热力等万事万物，都是对象。第二，在人类社会领域，阶级、国家、军队、警察、商品、货币、生产消费，也都是对象。第三，在人的精神领域，人们头脑里产生的各种各样的思考都是对象。本来，世界上并没有什么思考。在世界上出现思考之前，后来成为思考对象的客观事物就早已存在。在无始无终、无边无涯的宇宙发展过程中出现了人类，并产生了为人类所特有的思考时，世界上才增加了一种新的存在形态——思考。思考又称为意识、思维。至此，二分为正在进行的思考和此外可以对之思考的一切。需要特别说明的是，正在进行的思考不可能以自身为思考对象。这是事实上的不可能。我们称这个具有规律性的事实为思考的不自返律。自然，正在进行的思考一经完成，另起的正在进行的思考便可以以之为思考对象。

我们关于客观世界形形色色的对象的思考，在大脑中就形成形形色色的概念。比如，关于军人的思考，在大脑中就得到军人这个概念，对这个概念可以用汉语“军人”表达，也可以用其他语言如英语“soldier”表达。语词“军人”或者“soldier”表达大脑中关于军人的概念，指称集（有军籍的人）中的任意个体（或者说，指称客观世界军人这类对象）。同样，关于国家的思考就在大脑中得到国家这个概念，可用汉语语词“国家”或者英语语词“country”表达。关于黄果树瀑布的思考就在大脑中得到黄果树瀑布这个概念，可用汉语词组“黄果树瀑布”或英语词组“Huangguoshu Waterfall”表达。关于红旗的性质红的思考，就在大脑中得到红这个概念，可用汉语语词“红”或者英语语词“red”表达。关于物体摩擦与物体生热之间的充分条件关系的思考，在大脑中就得到充分条件关系这个概念，可用汉语语词“充分条件关系”或英语语词“sufficient condition relation”表达。

提请注意的是，传统形式逻辑对于概念问题，实际上只研究 n 元关系概念

中的 1 元关系概念。在传统形式逻辑中概念的内涵只相当于 1 元关系；传统形式逻辑中概念的外延只相当于与 1 元关系相对应的论域上的 1 目组集的一个确定的子集。由于传统形式逻辑只研究 1 元关系概念，因而尽管从主导思想上说传统形式逻辑是名副其实的逻辑科学，然而从研究范围来看至少是“挂 1 漏 $n-1$”的，因而顶多只能算 n 分之一的逻辑。当代形式逻辑研究 n 元关系概念，这里的 $n \geqslant 0$。亦即，当代形式逻辑研究 0 元关系概念、1 元关系概念，以及多元关系概念。为了便于讨论，我们采用亚里士多德的传统叫法，称当代形式逻辑所研究的 n 元关系概念为“词”。在本书中，为了区分思考中的词（概念）和语言中的词（语词），我们用一个“词”字指称前者，而用“语词”或“词语”指称后者。传统形式逻辑所研究的概念只是一元关系概念，流行的传统形式逻辑称之为“概念”。当代形式逻辑所研究的概念是 n 元关系概念（$n \geqslant 0$），我们称之为“词”。在此说清楚后，在本书的语境中，也可称“词”为“概念”，当然也可称“概念”为“词”。但是，我们所研究的是 n 元关系概念。

关于概念的语言表达方式，为了叙述的方便，当我们用小写白正体拉丁字母 a、b、c、d 表示概念时，我们就在字母之前写上“概念”二字，如，概念 a；当我们用汉字表示概念时，我们就用圆括弧括上表达某概念的汉字，并在括弧之前加上“概念”二字，比如，概念（军人）就表示“军人”这个语词所表达的概念。为了行文简洁，我们在列举两个以上的概念时，把概念（中国人民解放军）、概念（舰艇）、概念（军种）表达为：概念（中国人民解放军）、（舰艇）、（军种）。

5.2　当代形式逻辑关于概念的内涵和外延

这里的概念指 n 元关系概念，就是词。概念的内涵和外延就是词的内涵和外延。为了方便，我们先讨论概念的外延。

5.2.1　概念的外延

概念的外延就是为概念所思考的论域上的 n 目组集的确定的子集。

前面，我们讨论过下述三种互有联系又有区别的内容：

（1）论域 U 上的 n 目组集 U^n 的一个确定的子集 P；

（2）P 的共仅属性：n 元关系 p；

（3）对集 P 及其共仅属性 p 的思考的 p。

请注意，这三种内容中最后的字母 p 是白正体小写拉丁字母。p 表达的思考就是概念。p 之前的拉丁字母都是斜体字，指的是客观世界的论域 U、客观世界 U^n 的一个确定的子集 P、客观世界集 P 的共仅属性 p。

简洁地说，概念 p 的外延就是具有共仅属性 p 的集 P。

譬如，在论域（劳动产品）之上，有 1 目组集的一个确定的子集（商品）。集（商品）的共仅属性就是：为了交换而生产的。集（商品）就是由为了交换而生产的所有劳动产品构成的集，这个集就是概念（商品）的外延。

集（人）是论域（动物）上的一目组集的一个确定的子集。对于集（人），我们在第 1 章 1.1 节中举出了下述几个互相对当的共仅属性：①能制造工具的；②具有第二信号系统的；③两手、胎生的；…等等。在论域（动物）上的一目组集中，具有这些共仅属性的个体组成的一个确定的子集（人）就是概念（人）的外延。这个外延集的元可举：（孔丘）、（刘备）、（白居易）、（牛顿）、（希尔伯特）、（冯 • 诺依曼），等等。

语词“父亲”表达论域人上的一个 2 元关系。对这个客观的 2 元关系的思考就是一个 2 元关系概念。这个概念的外延就是论域（人）上的 2 目组集的以“…是…的父亲”为共仅属性的一个确定的子集，即{x | x ＝（y，z），y 是 z 的父亲}。概念（父亲）的外延集的元是一个一个 2 目组，如：（曹操，曹植）、（康熙，雍正）、（毛泽东，毛岸英）、（苏洵，苏轼）、（李格非，李清照），等等。

再如，“认识”这个概念的外延，就是在“人”这个论域上的 2 目组集的以“…认识…”为共仅属性的确定的子集：{（毛泽东，斯大林），（吴王，越王），（刘少奇，邓小平），…}。

5.2.2　概念的内涵

概念的内涵就是为概念所思考的论域上的 n 目组集的确定的子集的共仅属性。

前一问题“概念的外延”归纳我们在第 1 章讨论过的三种互有联系又有区别的内容的黑体字中，概念 p 的内涵就是为概念 p 所思考的集 P 的共仅属性即 n 元关系 p。简洁地说，概念 p 的内涵就是集 P 共仅属性 p。

语词“父亲”表达论域人上的一个 2 元关系。对这个客观的 2 元关系的思考就是一个 2 元关系概念。这个概念的外延集是{x | x ＝（y，z），y 是 z 的父亲}。其内涵则是这个外延集的共仅属性“…是…的父亲”，就是某某人和某某人具有某种血缘的或法律的关系，通常说成“…是…的父亲”。

再如，在论域（劳动产品）之上，有 1 目组集的一个确定的子集（商品）。集（商品）的共仅属性就是：为了交换而生产的。这个共仅属性就是概念（商品）的内涵。

集（人）是论域（动物）上的一目组集的一个确定的子集。集（人）的共仅属性（①能制造工具的；②具有第二信号系统的；③两手、胎生的；…等等）就是概念（人）的内涵。

5.3　概念的种类

形式逻辑对概念的分类是根据为概念所思考的客观对象的不同特征进行的。通过对概念种类的讨论，便于我们进一步了解概念以及为其所思考的客观对象。

5.3.1　实概念　空概念

根据概念所反映的是实类还是空类，将概念分为实概念和空概念。

实概念就是反映实类的概念。实类是指在客观世界中存在作为其分子的对象的类。如下列词语所指称的类都是实类：武器、军事法庭、战争、兵种等。相应地，这些词语所表达的概念就是实概念。

空概念就是反映空类的概念。空类是指在客观世界中不存在作为其分子的对象的类，即分子为零的类。如下列词语所指称的类就是空类：会编计算机程序的狗、永动机、以太、哥德巴赫猜想的解决者、方而圆的图形等。相应地，这些词语表达的概念就是空概念。

5.3.2　普遍概念　单独概念

根据概念所反映的类的分子数量的不同，逻辑学又将实概念分为普遍概念和单独概念。

普遍概念就是为其所思考的是由两个或两个以上的个体组成的类的概念。其外延是两个或两个以上的个体构成的类。类是具有相同属性的个体的综合。如“军人”、“武器”、“国家”、“城市”、“军旗”、“军舰”等词语所表达的都是普遍概念。概念“军舰”的外延是由战列舰、巡洋舰、驱逐舰等所有军用舰艇组成的类。概念“城市”的外延是由北京、伦敦、巴黎、东京等所有一个一个的城市组成的类。概念“武器”的外延是由刀、枪、火炮、导弹等器械、装置

所组成的类。从语言角度来看，一般说来，汉语词语中的普通名词、动词、形容词都表达普遍概念，如“武术”、“军队”、“人”、“看”、“美”、“绿”等。

单独概念就是为其所思考的是唯一一个确定的个体的概念。其外延是一个独一无二的个体。如“周恩来”、“火星”、“上海”、“五四运动”、“长江”等词语所表达的都是单独概念。汉语词语中的专有名词一般都表达单独概念，如上所举。此外，汉语词语中的某些词组也表达单独概念，如“世界上最高的山峰”、“《红楼梦》的作者”、“世界上最大的沙漠”、“中共中央军事委员会第一任主席”等等。

在特定的语境中，专有名词也可以表达普遍概念。语句“千千万万个雷锋在成长”中的“雷锋”，“说曹操，曹操到”中的“曹操”就是专有名词，在这两个语句中，它们表达的都是普遍概念。

关于单独概念、普遍概念，传统形式逻辑的研究也是极其有限的。鉴于传统形式逻辑中概念的外延只相当于与 1 元关系相对应的论域上的 1 目组集的一个确定的子集。传统形式逻辑不研究 1 元关系以外的 n 元关系，不研究 1 目组集以外的 n 目组集，因而还有大量（至少是（n−1）倍）的单独概念和普遍概念，传统形式逻辑不能问津。比如，为概念（居里夫妇）所思考的是客观世界的常 2 目组（居里，斯可罗多夫斯卡），这个 2 目组就是一个个体。因而概念（居里夫妇）是个单独概念。同样，概念（叶尔结夫兄弟）、概念（双胞胎白桦与叶楠）等都是单独概念，为它们所思考的都是唯一无二的个体——确定的 2 目组。而概念（夫妇）、概念（兄弟俩）、概念（双胞胎）等则是普遍概念。为它们所思考的论域（人）上的 2 目组集的确定的子集的元有若干个个体，比如为概念（夫妇）所思考的元有：（居里，斯可罗多夫斯卡）、（周恩来，邓颖超）、（鲁迅，许广平），等等，显然有两个以上的个体。因而，概念（夫妇）是普遍概念。

5.3.3　集合概念　非集合概念

传统形式逻辑根据概念所反映的对象是否为事物的集合体，把概念分为集合概念和非集合概念。

集合概念就是以事物的集合体为反映对象的概念。

集合体是由同类个体构成的整体。集合体有三个基本属性：①集合体由同类个体构成。如“中国女子排球队”是同类（中国优秀女子排球运动员）个体构成；②集合体是整体。如“中国女子排球队”就是一个整体，是一个队；③集合体具有的属性，其中的个体未必具有。如“中国工人阶级”具有“革命

来得最彻底，最有组织纪律性”，而其中的个体未必具有。“中国女子排球队”具有“五联冠”的性质，其中的个体一个一个队员不具有。

非集合概念就是以事物的非集合体为反映对象的概念。

非集合体有两类：一类是在思考时不对之分解而事实上是由不同类对象作为构成部分构成的整体，或者简单地说，就是除了集合体之外的个体。集合体是个体，但集合体具有的属性其中的个体未必具有。集合体之外的个体，在通常意义下是由不同类的对象作为其构成部分构成的，这种个体具有的属性其构成部分不具有。如，鲁迅，在通常意义下，是由其头、手、躯干、脚等作为构成部分构成的，个体鲁迅具有的属性其构成部分头、手、躯干、脚等都不具有。第二类是，传统形式逻辑中讨论的类。如“军事书”、“军人”所指称的一类对象。军事书这个类之中包含古代军事书、现代军事书这些小类。军人这个类之中包含陆军军人、海军军人、空军军人这些小类。这种小类称为“子类”。类具有的属性其中的个体必然具有。例如，军事书具有的属性其中的每一本军事书都具有；军人具有的属性其中的每一个军人都具有。如果某个个体不具有某个类的属性，这个个体怎么能成为这个类的个体？反映非集合体的概念是非集合概念。子类也是类，也是非集合体，所以反映子类的概念当然也是非集合概念。

同一个语词在不同的语境中，有时表达集合概念，有时表达非集合概念。如“贵州青年”这一语词，在“贵州青年是有骨气的”这一语句中指称的是集合体，因而表达集合概念；而在“贵州青年是中国青年”这一语句中，指称的是非集合体（贵州青年这个类是中国青年这个类的子类），因而表达非集合体概念。因此，区分一语词所表达的是集合概念还是非集合概念，要注意分析表达概念的词语所处的语境。

5.3.4 正概念 负概念

传统形式逻辑根据概念所反映的客观对象是否具有某种性质，将概念划分为正概念和负概念。

正概念是反映对象具有某种属性的概念。正概念都使用肯定这种形式表达的，因而又叫肯定概念。例如：“军事秘密”、“革命军队”、“战备方案”、“党员”等词语表达的都是正概念。

负概念是反映对象不具有某种属性的概念。负概念是用否定形式表达的，因而又叫否定概念。例如“非军用物资”，“非武装力量”，“不勇敢”等词语所表达的都是负概念。

流行的传统形式逻辑读本将概念划分为正概念和负概念，其根据事实上是语言标准（不是概念的内涵和外延的不同）。可是其所给出的语言标准却又是不严格的，因而，像“非命”、“非难”、“无线电”、“无产阶级”、“不夜天”、“无机物”、“无核国家”等等词语所表达的究竟是正概念还是负概念，按流行的传统逻辑读本给出的语言标准，难于区分。为了在传统观点的基础上按语言标准区分正概念和负概念，我们提出一种我们认为只是改良（而不是彻底改革）的方法，亦即，鉴别负概念的语言标准是：①表达负概念的自然语词带有否定语词“无”、“不”、“非”等；②否定语词之后是一个语词（或者说是一个完整的语词）。比如，前述“无产阶级”、“无机物”、“无线电”、“不管部”、“不倒翁”、“不夜天”、“不丹”、“非洲”、“非难”、“无锡”等表达的就不是负概念而是正概念；而“无核国家”、“非党员”、“非马克思主义”、“不光荣”、“不勇敢”等表达的才是负概念。

5.3.5　性质概念和关系概念

根据概念所思考的是 1 元关系还是大于 1 元的多元关系，我们把概念分为性质概念和关系概念。

原本应该称这两种概念为 1 元关系概念和多元关系概念，但由于通常的习惯把 1 元关系称为“性质”，把 2 元或 2 元以上的多元关系称为“关系”，因而我们按通常的习惯，把这二者称为性质概念、关系概念。

性质概念就是关于 1 元关系的思考的概念。

所谓 1 元关系就是论域 U 上的 1 目组集 U^1 的子集 P 的共仅属性。“…是文学家”所指称的就是论域（人）上的 1 元关系。日常语言通常把这个 1 元关系说成“文学家”。具有文学家这个共仅属性的集是论域（人）上的 1 目组集的子集，即：{…，（但丁），（李白），（歌德），（曹雪芹），（高尔基），（鲁迅），…}。对 1 元关系“…是文学家”的思考得到的概念（文学家）就是一个性质概念。概念（军官）、概念（美国人）、概念（跑）、概念（红）都是性质概念。

关系概念就是关于 2 元或 2 元以上的多元关系的思考的概念。

所谓多元关系就是论域 U 上的 n（$n\geqslant 2$）目组集 U^n 的子集 P 的共仅属性。2 元或 2 元以上的 n 元关系就称为多元关系。“…和…是战友”、“…是…的上司”、“…和…是…的双亲”，等所表达的就都是多元关系。关于这些关系的思考的概念（战友）、概念（上司），概念（双亲）都是关系概念，。

提请注意：性质概念的外延是论域 U 上 1 目组集的一个确定的子集，而关系概念的外延则是论域 U 上 n（$n\geqslant 2$）目组集的一个确定的子集。关系概念（父

亲）的外延是论域（人）上的 2 目组集的一个确定的子集{z | z =（x，y），x 是 y 的父亲}，而不是 1 目组集{ z | z 是有子女的男人}。作为概念（父亲）的外延的论域（人）上的 2 目组集的一个确定的子集的元可举：（曹操，曹植）、（毛泽东，毛岸英），等等。

5.4　当代形式逻辑关于 2 元关系概念

在关系概念中，2 元关系概念是比较常见的一种。为其所思考的客观世界的 2 元关系是很普遍很常见的关系。因此，我们专节予以讨论。

5.4.1　何谓 2 元关系概念

2 元关系概念就是关于客观世界的 2 元关系的思考。比如，下列语词所表达的概念就是 2 元关系概念。

父亲	侵略
认识	大于
支援	敬仰
帮助	梦见

2 元关系概念的外延就是论域上的 2 目组集的一个确定的子集。譬如：

论域为“自然数”，2 元关系概念“小于”的外延就是论域“自然数”之上的 2 目组集 {（1，1），（1，2），（1，3），（1，4），（1，5）…，（2，1），（2，2），（2，3），（2，4），（2，5），…，（3，1），（3，2），（3，3），（3，4），（3，5）…} 的一个确定的子集 {（1，2），（1，3），…，（2，3），（2，4），（2，5）…（3，4），（3，5），…}。

论域为“国家”，2 元关系概念“侵略”的外延就是论域“国家”之上的 2 目组集 {（中国，中国），（中国，美国），（中国，俄国），（中国，日本）…（美国，美国），（美国，中国），（美国，朝鲜），…（日本，日本），（日本，中国），…，（英国，英国），（英国，中国），…（德国，美国），（德国，苏联），（德国，波兰），（德国，捷克斯洛伐克），…} 的一个确定的子集 {（美国，中国），（美国，朝鲜），…，（日本，中国），…，（英国，中国），…，（德国，苏联），（德国，波兰），（德国，捷克斯洛伐克），…}。

2 元关系概念的内涵就是论域上的 2 目组集的一个确定的子集的共仅属性。譬如上二例中：

2 元关系概念“小于”的内涵就是论域“自然数”上的 2 目组集的那个确定的子集 {(1，2)，(1，3)，…，(2，3)，(2，4)，(2，5)…(3，4)，(3，5)，…} 的共仅属性“…小于…”。

2 元关系概念“侵略”的内涵就是论域“国家”之上的 2 目组集的那个确定的子集 {(美国，中国)，(美国，朝鲜)，…，(日本，中国)，…，(英国，中国)，…，(德国，苏联)，(德国，波兰)，(德国，捷克斯洛伐克)，…} 的共仅属性“…侵略…”。

鉴于 2 元关系概念所思考的客观世界的 2 元关系具有一些须要引起注意的性质，因此，我们有必要介绍这些性质。

5.4.2　2 元关系的性质

我们介绍两方面的性质。

1．2 元关系的对称性

2 元关系的对称性是指：在论域 U 中，对于任意两个对象 a、b，当 a 与 b 具有 p 关系（即成立 p（a，b））时，b 和 a 是否具有 p 关系（即是否成立 p（b，a,)）。依据不同的情况就有下述三种关系。

（1）对称关系

在论域 U 中，对于任意两个对象 a、b，如果 a 与 b 具有 p 关系则 b 和 a 具有 p 关系[即，成立 p（a，b）则成立 p（b，a）]，那么就称 p 在论域 U 中为对称关系。例如：

在论域“人”中，“同学”关系就是对称关系。在论域“实数”中，“等于”关系就是对称关系。在论域“概念”中，“全同”关系、“交叉”关系也是对称关系。

（2）反对称关系

在论域 U 中，对于任意两个对象 a、b，如果 a 与 b 具有 p 关系则 b 和 a 不具有 p 关系[即，成立 p（a，b）则不成立 p（b，a）]，那么就称 p 在论域 U 中为反对称关系。例如：

在论域“人”中，“父亲”关系就是反对称关系。在论域“实数”中，“大于”关系就是反对称关系。在论域“概念”中，“属种”关系、“种属”关系也是反对称关系。

（3）非对称关系

在论域 U 中，对于任意两个对象 a、b，如果 a 与 b 具有 p 关系，则 b 和

a 具有 *p* 关系或者不具有 *p* 关系[即，成立 *p*（*a*，*b*），则或者成立 *p*（*b*，*a*）或者不成立 *p*（*b*，*a*）]，那么就称 *p* 在论域 U 中为非对称关系。例如：

在论域“人”中，“认识”关系、“帮助”关系、“梦见”关系都是非对称关系。

2．2 元关系的传递性

2 元关系的传递性是指：在论域 *U* 中，对于任意三个对象 *a*、*b*、*c*，当 *a* 与 *b* 具有 *p* 关系，并且 *b* 与 *c* 具有 *p* 关系[即，成立 *p*（*a*，*b*）且成立 *p*（*b*，*c*）]时，*a* 和 *c* 是否具有 *p* 关系[即，是否成立 *p*（*a*，*c*）]。依据不同的情况又有下述三种关系。

（1）传递关系

在论域 *U* 中，对于任意三个对象 *a*、*b*、*c*，如果 *a* 与 *b* 具有 *p* 关系并且 *b* 与 *c* 具有 *p* 关系，则 *a* 和 *c* 具有 *p* 关系[即，成立 *p*（*a*，*b*）且成立 *p*（*b*，*c*）则成立 *p*（*a*，*c*）]，那么就称 *p* 在论域 *U* 中为传递关系。例如：

在论域“人”中，关系“…比…高”就是传递关系。在论域“实数”中，“大于”关系、“小于”关系、“等于”关系都是传递关系。在论域“概念”中，“全同”关系、“属种”关系、“种属”关系也是传递关系。

（2）反传递关系

在论域 *U* 中，对于任意三个对象 *a*、*b*、*c*，如果 *a* 与 *b* 具有 *p* 关系并且 *b* 与 *c* 具有 *p* 关系，则 *a* 与 *c* 不具有 *p* 关系[即，成立 *p*（*a*，*b*）且成立 *p*（*b*，*c*）则不成立 *p*（*a*，*c*）]，那么就称 *p* 在论域 U 中为反传递关系。例如：

在论域“人”中，关系“…是…的父亲”、“…是…的爷爷”、“…比…大两岁”、“…比…高两公分”都是反传递关系。

（3）非传递关系

在论域 *U* 中，对于任意三个对象 *a*、*b*、*c*，如果 *a* 与 *b* 具有 *p* 关系并且 *b* 与 *c* 具有 *p* 关系，则 *a* 和 *c* 具有 *p* 关系或者不具有 *p* 关系[即，成立 *p*（*a*，*b*）且成立 *p*（*b*，*c*）则成立 *p*（*a*，*c*）或者成立 $\neg p$（*a*，*c*）]，那么就称 *p* 在论域 *U* 中为非传递关系。例如：

在论域“人”中，关系“…认识…”、“…帮助…”，在论域“国家”中，关系“…支援…”、“…和…相邻”都是非传递关系。

5.5　概念间的关系

传统形式逻辑所谓概念间的关系，其实就是概念外延间的关系。传统形式逻辑在讨论概念外延间的关系时不考虑空类和全类，亦即，不考虑空集和全集。因此，传统形式逻辑关于概念外延间的关系就只有全同关系、种属关系、属种关系、交叉关系和全异关系五种。对这五种关系，瑞士数学家欧拉（1707—1783）用圆形图表示。后人称这种图形为欧拉图。

5.5.1　全同关系

全同关系是指两个概念的外延完全重合的关系。亦即：如果 S、P 是两个概念，S 的全部外延都是 P 的外延，P 的全部外延都是 S 的外延，则 S、P 这两个概念之间的关系是全同关系。从 S 和 P 外延集之间的关系看，S 和 P 的全同关系就是 S⊂P，且 P⊂S，即 S=P。具有全同关系的两个概念是从不同方面反映同一类对象的。下列各组词语所表达的概念之间的关系都是全同关系：

（1）等边三角形　　　　等角三角形

（2）对立统一规律　　　事物的矛盾法则

（3）毛泽东　　　　　　《论持久战》的作者

显然，各组的左右两个语词所表达的概念的外延都是完全重合的。传统形式逻辑通常用欧拉图表示概念的全同关系，如图 5.1 所示。

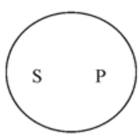


图 5.1　概念的全同关系欧拉图

5.5.2　种属关系

种属关系是指一个概念的全部外延与另一个概念的部分延重合的关系。即，如 S、P 是两个概念，S 的外延小，P 的外延大，而且 S 的全部外延包含在 P 的外延之内，则 S 对于 P 来说，他们之间的关系就称为种属关系。从 S 和 P 的外延集之间的关系来看，S 和 P 的种属关系就是：S⊂P，且 P$\overline{\subset}$S。一些现行的传统形式逻辑读本把种属关系称作“真包含于关系”。下列各对语词所表达的概念的外延间的关系就是种属关系。

（1）战争规律　　　　　规律

（2）军官　　　　　　　军人

（3）国防动员基本理论　军事理论

传统形式逻辑通常用欧拉图表示 S 与 P 具有的种属关系，如图 5.2 所示。

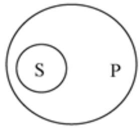


图 5.2　概念的种属关系欧拉图

一个个体与该个体所属的类（或集）的关系，传统形式逻辑也称为种属关系。如概念（科索沃战争）与概念（战争）的外延间的关系也是种属关系。

5.5.3　属种关系

属种关系是指一个概念的部分外延与另一个概念的全部外延相重合的关系。即，对于概念 S 和 P 来说，如果 S 的外延大，P 的外延小，并且 S 的外延包含了 P 的全部外延，则 S 对于 P 的关系就称为属种关系。从 S 和 P 的外延集的关系来看，S 和 P 的属种关系就是：$S \neq P$ 且 $S \supseteq P$ 且 $P \subset S$。一些现行的传统形式逻辑读本把属种关系称作真包含关系。

下述各对语词所表达的概念的外延间的关系就是属种关系；

（1）武器　　　　新式武器

（2）思想　　　　军队建设思想

（3）秘密　　　　军事秘密

传统形式逻辑通常用欧拉图表示 S 与 P 具有属种关系，如图 5.3 所示。

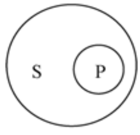


图 5.3　概念的属种关系欧拉图

一类（或集）与该类（或集）中的一个个体的关系，传统形式逻辑也称为属种关系，如概念（理论）与概念（邓小平理论）、概念（人民武装学院）与概念（贵州人民武装学院）的外延间的关系也是属种关系。

传统形式逻辑通常把在种属关系和属种关系中外延较大的概念称作属概念，把外延较小的概念称为种概念，通常还将这两种关系统称为属种关系或从属关系。

5.5.4　交叉关系

交叉关系是指一个概念的部分外延与另一个概念的部分外延重合的关系。亦即，如果 S、P 为两个概念，S 只有一部分外延与 P 的外延相重合，而 P 也只有一部分外延与 S 的外延相重合，则 S、P 这两个概念之间的关系就称作交叉关系。从概念的外延集之间的关系看，S 与 P 的交叉关系就是：$S\overline{\subset}P$，且 $P\overline{\subset}S$，且 $S\cap P\neq\Phi$。例如，下列各对语词所表达的概念的外延间的关系就是交叉关系：

（1）党员　　　士兵

（2）教官　　　学员

（3）青年　　　干部

传统形式逻辑通常用欧拉图表示 S 和 P 的交叉关系，如图 5.4 所示。

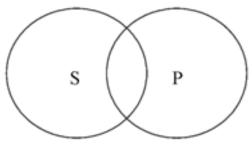


图 5.4　概念的交叉关系欧拉图

5.5.5　全异关系

全异关系是指两个概念的外延没有任何一部分重合的关系。即，如果 S、P 为两个概念，S 的全部外延不与 P 的外延重合，P 的全部外延也不与 S 的外延重合，则 S、P 这两个概念之间的关系就是全异关系。从 S 和 P 的外延集之间的关系看，S 与 P 的全异关系就是：$S\cap P=\Phi$。例如，下列各对语词所表达的概念的外延间的关系都是全异关系：

（1）导弹　　　　　坦克

（2）正义战争　　　非正义战争

（3）军事设施　　　非军事设施

传统形式逻辑通常用欧拉图表示 S 与 P 的全异关系，如图 5.5 所示。

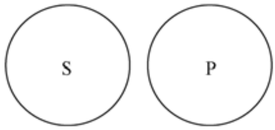


图 5.5　概念的全异关系欧拉图

全异关系可进一步分为反对关系和矛盾关系。

1．反对关系

反对关系就是指，如果具有全异关系的两个概念同时包含在一个属概念之中，而且它们的外延之和小于其属概念的外延，那么，这两个概念之间的关系就是反对关系。下列各对语词所表达的概念的外延间的关系都是反对关系：

（1）中国军人　　　美国军人

（2）机关枪　　　　手枪

（3）海军　　　　　空军

如果用 U 表示属概念，用 S、P 表示包含在 U 中的具有全异关系的两个概念，则 S 和 P 外延间的反对关系可表示如图 5.6 所示。

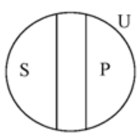


图 5.6　概念的反对关系欧拉图

从 S 和 P 的外延集的关系来看，S 和 P 间的反对关系就是：$S\cap P=\Phi$，且 $S\cup P\subset U$，且 $U\overline{\subset}S\cup P$。

2．矛盾关系

矛盾关系是指，如果两个具有全异关系的概念同时包含在一个属概念之中，并且它们的外延之和等于其属概念的外延，那么这两个概念外延之间的关系就是矛盾关系。例如，下列各对语词所表达的概念的外延间的关系都是矛盾关系：

（1）战备方案　　　非战备方案

（2）军事形态　　　非军事形态

（3）正义战争　　　非正义战争

如果用 U 表示属概念，用 S、P 表示包含在 U 中的具有全异关系的两个概念，则 S 和 P 外延间的矛盾关系可表示如图 5.7 所示。

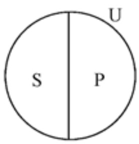


图 5.7　概念的矛盾关系欧拉图

从 S 和 P 的外延集之间的关系来看，S 和 P 间的矛盾关系就是：且 $S \cap P = \Phi$，且 $S \cup P = U$。

概念的全同关系、种属关系、属种关系和交叉关系，通常称作相容关系，而概念的全异关系则称作不相容关系。

传统形式逻辑所谓概念间的关系，事实上是作为其外延的集与集之间的关系，而不是概念与概念的关系。传统形式逻辑从诞生之日起直到如今，事实上始终在研究客观世界的逻辑结构与客观世界的逻辑规律。比如，为传统形式逻辑所津津乐道的“概念间的属种关系”事实上就是在研究被概念所思考的客观世界的类（即集）间的包含关系。十分显然，作为一种思考（传统形式逻辑叫“思维形式”)，一个概念怎么可能包含另一个概念呢？具有包含关系的只能是两个概念所思考的客观世界的两个类（即集）。这就相当于我们指着两张相片说“她是他的生母”一样，说“照这张相片的她这个人是照那张相片的他那个人的生母”，而不是“这张相片是那张相片的生母”。因为一张相片绝不可能生出另一张相片来。具有母子关系的是照两张相片的那两个实实在在的人，而绝不是两张相片。相片好比是对类（即集）的思考，好比是概念，而相片所反映的实实在在的人好比是集。于是，说“一个概念真包含另一个概念”就像说“一张相片生出另一张相片”那样荒诞了。

传统形式逻辑在研究概念的外延集之间的关系时，只讨论 1 目组集之间的关系，不讨论大于 1 的 n 目组集之间关系。亦即，传统形式逻辑只讨论 1 元关系概念（即性质概念）外延间的关系，不讨论 n（n>1）元关系概念（即关系概念）外延间的关系，故而，作为传统简单命题的主、宾词的就只能是 1 元关系概念（性质概念），传统简单命题就只能是 1 元关系概念（性质概念），传统简单命题就只能是性质命题（又称“直言命题”）。这就决定了早先建立的传统命题体系只能从以性质概念为主、宾词的性质命题出发。

5.6 划　　分

5.6.1 何谓划分

划分就是以揭示概念 S 的外延为目的将概念 S 的外延集 S 分为两个或两个以上的子集 S_1、S_2、…、S_i、…、S_m 的逻辑活动。

譬如，为了揭示概念（三角形）的外延，我们将其外延集（三角形）分为三个子集：子集（直角三角形）、子集（锐角三角形）、子集（钝角三角形）。这样的逻辑活动就称为划分。

显然，划分是揭示概念外延的一种逻辑活动。

我们把被划分的概念 S 的外延集 S 称做划分的母集，把划分出来的子集 S_1、S_2、…、S_i、…、S_m 称做划分的子集。关于划分的子集 S_1、S_2、…、S_i、…、S_m 的思考得到的概念 S_1、S_2、…、S_i、…、S_m 是概念 S 的种概念，概念 S 是这些种概念的属概念。

将划分的母集分为一些子集时必须以一定的属性作为标准。这种作为划分的依据的属性就称作划分的根据，也称作划分的标准。比如，将概念（人）的外延集（人）划分为四个子集：子集（黄种人）、子集（白种人）、子集（黑人）、子集（棕种人）。在划分时的依据就是人的肤色，根据人的肤色的不同把集（人）分为四个子集。肤色的不同就是这个划分的根据。

我们通常把划分的母集、划分的子集和划分的根据称作划分的三要素。

提请注意，被划分的不是概念，不是把一个属概念划分成若干个种概念。概念，作为一种思考，能否划分，迄今人类一无所知。我们这里讨论的划分，是将一个概念所思考的对象集分成若干个子集，被划分的是客观的集合，划分出来的是由被划分的母集的元构成的子集。划分其实就是对客观对象进行分类。

划分与分解不同，分解是把一个整体分成它的各个组成部分。比如，化学家把一种化合物分解成两种或两种以上的物质，解剖学家把人体分解成不同的各个部分，就是分解。被分解的整体具有的属性，分解出的部分未必具有。划分则是将母集分成两个或两个以上的子集。划分的母集的共仅属性（即母集的任意元具有的属性），划分出的任意子集的任意元都必然具有。

5.6.2　划分的种类

通过两种不同的划分方法就有不同的划分种类。

第一，一次划分和连续划分。根据对概念的外延集（即母集）一次分成若干个子集就完成了呢，还是对划分出的若干子集再继续进行划分，划分可分为一次划分和连续划分两种。

一次划分就是根据实践的需要对被划分的母集（概念的外延）划分成若干个子集而不再对子集继续进行划分的划分方法。如前所举对集（脊椎动物）和对集（人）的划分就是一次划分。连续划分就是对母集（被划分的概念的外延）划分出若干子集后再对若干子集继续进行划分，一直划分到实践需要的子集为止的划分方法。我们走进某一大学图书馆，就可以看到，该图书馆对几百万册图书构成的集，先分为哲学社会科学书和自然科学书两个子集，然后对这两个子集又进一步划分成若干子集，一直分到检索借阅方便为止。这就是采用连续划分方法完成的图书分类。

第二，二分法和多分法。所谓二分法就是把划分的母集（概念的外延）分为两个子集的划分法。用二分法划分出的两个子集互为补集。对划分出的两个互补的集的思考所得到的两个概念为矛盾关系的概念。比如，把战争分为正义战争和非正义战争、把概念分为空概念和实概念所用的就是二分法。划分出的子集（正义战争）和子集（非正义战争）互为补集，子集（空概念）和子集（实概念）互为补集。对划分出的子集的思考所得的种概念（正义战争）和种概念（非正义战争）为矛盾关系的概念，种概念（空概念）和种概念（实概念）为矛盾关系的概念。所谓多分法就是把划分的母集（概念的外延）分为三个或三个以上的子集的划分方法。比如，前面我们把人分为黄种人、白种人、黑人和棕种人，就是用的多分法。

5.6.3　划分的规则

划分必须遵守下述规则。违反其中一条规则的逻辑活动不是划分。

1．划分出的子集的并集必须等于划分的母集

流行的说法是，划分必须相称。“相称”其实就是子集的并集与母集相等的意思。这条规则可用等式表示为：

$$S=S_1\cup S_2\cup\cdots\cup S_i\cup\cdots\cup S_m$$

譬如，把学校分为军事院校、大学、培训部、中学、小学，就违反了这条

规则，因而不是划分；通常称其为“多出子项”，即多出子集（培训部）。如果把人分为黄种人、白种人、黑人，则也违反这条规则，因而不是划分；通常称其为“划分不全”，因为漏掉棕种人。

2．划分出的子集之间必须是全异关系

这条规则是说，划分出的任意两个子集的交集必须等于空集。即：

$$S_i \cap S_j = \Phi\text{（}i \neq j\text{，且 }1 \leqslant i \leqslant m\text{ ，}1 \leqslant j \leqslant m\text{）}$$

如果把句子分为单句、复句、联合复句，就违反了这条规则，因为其中的复句和联合复句不是全异关系。因而这不是划分。前述把学校分为军事院校、大学……等，因为军事院校和大学是交叉关系而不是全异关系，所以也不是划分。

3．每次划分必须按照同一划分标准进行

每次划分所依据的划分根据，可以是一个属性，也可以是由几个属性组成的属性组。尽管如此，每次划分的全过程中，必须始终遵循同一个划分根据，不能时而用这个划分根据，时而又用那个划分根据。如果把罪犯分为青少年罪犯、中老年罪犯、流窜犯，就违反了这条规则，同时也违反了前述第 2 条规则，因而不是划分。

5.7　概念的限制和概括

设 S_1 和 S_2 为具有属种关系的两个概念，如果 S_1 的内涵比 S_2 的内涵多，则 S_1 的外延比 S_2 的外延小；如果 S_1 的内涵比 S_2 的内涵少，则 S_1 的外延比 S_2 的外延大。我们称这种关系为概念的内涵与外延间的反变关系。比如，概念（秘密）和概念（军事秘密）是具有属种关系的两个概念，概念（秘密）的外延显然比概念（军事秘密）的外延大，而概念（秘密）的内涵则比概念（军事秘密）的内涵少。概念（军事秘密）除了具有概念（秘密）的内涵外，还具有“与军队或战争有关的事情”等内涵。这就是概念（秘密）与概念（军事秘密）的内涵与外延间的反变关系。

依据这种反变关系，就有概念的限制和概念的概括两种方法。

5.7.1　概念的限制

以属种关系的概念间的反变关系为根据，通过增加概念 S_1 的内涵而缩小

其外延，从而使属概念 S_1 过渡到其种概念 S_2 的逻辑方法，就称为概念的限制。通过限制，可从下面左列词语所表达的属概念分别过渡到右列词语所表达的种概念：

（1）方案　　　　　　战备方案
（2）知识　　　　　　现代军事科技知识
（3）工业　　　　　　军事工业

从上面左列词词所表达的概念到相应的右列语词所表达的概念的过渡就叫限制。

对概念进行限制，从语言表达形式看，常常是在表达概念的语词之前加上限制语词。上述（1）、（2）例就是用的这种方法。有时也可以采取另外换一个语词的方法，比如，从概念（法庭）到概念（军事法庭）就是如此。

提请注意，概念的限制必须是从属概念到种概念的过渡。不要误认为只要在表达概念的语词之前加上修饰词语就可达到限制的目的。比如在“小伙子”前加上“年轻的”，其所表达的概念的外延没有缩小，并没有从属概念过渡到种概念，因而不是限制。毛泽东主席 1956 年 11 月 15 日《在中国共产党第八届中央委员会第二次全体会议上的讲话》中指出：“一九五六年国家预算报告中说过‘稳妥可靠’这个话，我建议以后改为‘充分可靠’。今年一月召开知识分子问题会议的时候，我曾经提过要‘充分可靠’。稳妥和可靠，意思是重复的，用稳妥形容可靠，没有增加什么，也没有限制什么。形容词一面是修饰词，一面是限制词。说充分可靠，这就在程度上限制了它，不是普通可靠，是充分可靠”。从逻辑理论上看，“充分可靠”是对“可靠”的限制，二者是属种关系；“稳妥可靠”不是对“可靠”的限制。

对概念可以连续进行限制，但不能无止境地进行。外延只有一个对象的单独概念不能限制，亦即，单独概念是概念限制的极限。

5.7.2　概念的概括

根据属种关系的概念间的反变关系，通过减少概念 S_1 的内涵而扩大其外延，从而使种概念 S_1 过渡到其属概念 S_2 的逻辑方法，就称为概念的概括。通过概括，可从下面左列语词所表达的种概念分别过渡到相应的右列语词所表达的属概念：

（1）军事斗争　　　斗争
（2）军事法庭　　　法庭
（3）法律常识　　　　　常识

从上面左列语词所表达的概念到相应的右列语词所表达的概念的过渡，就叫概念的概括。

同概念的限制相应，在汉语言表达形式上，概念的概括可以采取去掉表达概念的词组中的限制语词的方法，也可以采取另外换一个语词的方法。

对概念也可以连续进行概括，但也不能无限制地进行。范畴是一定领域中最大的属概念，特别是哲学范畴是外延最广的概念。范畴是概念概括的极限。

概念的限制和概括必须在具有属种关系的概念之间进行。不具有属种关系的两个概念之间的过渡，不是概念的限制和概括。比如，从概念（人武学院）到概念（人武学院指挥系）不是限制，从概念（贵阳）到概念（贵州）不是概括，因为前后两个概念之间不具有属种关系。而从概念（贵州青年）到概念（贵阳青年）是限制，从概念（贵阳青年）到概念（贵州青年）是概括，因为前后两个概念之间具有属种关系。

必须指出的是，传统形式逻辑所讨论的概念的限制和概括事实上是概念的外延的缩小或扩大的问题。因而实际上是客观对象集的缩小或扩大的问题。在《孔子家语》中有一则叫“楚王失弓”的故事写道：

“楚恭王出游，亡乌号之弓，左右请求之。王曰：‘止！楚人失弓，楚人得之，又何求之？’孔子闻之，曰：‘惜乎其不大也。亦曰人遗弓，人得之而已，何必楚也？’”

这个故事是讲楚王丢失了弓，左右要求去找回来。楚恭王说，楚人丢失弓，还是楚人捡到弓，何必去找？孔子听到这件事后，就说，楚王的胸襟还不够广大，说人丢失了弓，人捡到弓就行了，何必加个“楚”字呢？从楚恭王到楚人再到人，就是概括。

这个故事里的“楚恭王”、“楚人”、“人”指的就是作为客观对象的楚恭王、楚国人、人。从楚恭王到楚国人再到人的扩大，就是从单元集（楚恭王）到有限集（楚国人）再到更大的有限集（人）的扩大。

第 3 篇　命　　题

第 6 章　原子命题　纯真值复合命题

6.1　命题的概述

6.1.1　何谓命题

命题就是关于事件的思考。事件作为一种客观的存在形态，具有客观的形成准则。是否符合这种形成准则，就成了鉴别任一对象究竟是否事件的客观标准。事件的客观的形成准则如下：

1）任一原子事件 p（a_1，…，a_n）是事件；

2）若 u、v 是事件，则 $\neg u$、$u \wedge v$、$u \rightharpoonup v$ 是事件；

3）w 是事件，仅当 w 满足 1）或 2）。

这里，黑斜体小写拉丁字母 $\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{w}$ 指称任意对象。以黑斜体大写拉丁字母 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$，加撇或下标指称任意事件。有什么样的事件就有什么样的命题。例如，下列语句所指谓的客体就是事件：

1）台湾是中国不可分割的领土；

2）日本侵略中国；

3）如果要进行战争实践，那么首先应动员武装力量；

4）战争不仅是军事和政治的竞赛，也是经济的角逐。

对这些事件的思考，就称为命题。1）、2）语句所指谓的事件称为原子事件。对这种原子事件的思考叫原子命题。3）所表达的叫充分条件假言命题，4）所表达的叫联言命题。

6.1.2　命题的真值

我们以黑斜体大写拉丁字母 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$，加撇或下标表示任意事件，以黑正体拉丁字母 $\mathbf{A}$、$\mathbf{B}$、$\mathbf{C}$、$\mathbf{D}$，加撇或下标表示任意命题。如果命题 $\mathbf{A}$ 是关于事件 $\boldsymbol{A}$ 的思考，那么，当事件 $\boldsymbol{A}$ 为有时，命题 $\mathbf{A}$ 为真；当事件 $\boldsymbol{A}$ 为无时，

亦即当事件 $\neg A$ 为有时，命题 **A** 为假。命题的这种取决于被其所思考的事件的有无是真还是假的属性通常叫做真假性，哲学中叫做真理性，逻辑科学中则称为真值。由于事件 A 的真值是指事件 A 的有无，命题 **A** 的真值是指为其所思考的事件 A 的有无，故而，自从有了人类的思考，有了命题之后，对于曾被人类所思考的事件 A 来说，这二者是一回事。这就是我们把事件 A 的有无称为真值的缘故。由于事件 A 非有必无，不可既有且无，亦不可非有非无，故而，命题 **A** 必有真值，任一命题非真必假，不可既真又假，也不可不真不假。又由于命题 **A** 的真假与事件 A 的有无同义，因而，说命题 **A** 非真必假与说事件 A 非有必无同义。

可以存在无真假可言的思考，但这类思考必定不是命题，因为命题具有非真必假的属性。“永动机是铁制的”这个语句表达一个思考（这个思考是个空想，因为世界上根本就没有什么永动机），但并不表达一个命题。为什么？因为它无真假可言，它既不是真的也不是假的，亦即不是非真必假。如果它是真的，那么必定有为它所思考的客观事件，可是客观世界没有与之对应的事件；如果它是假的，那么为它的否定（用语句“永动机不是铁制的”表达）所思考的客观事件必定有（即必定有“永动机不是铁制的”这个语句所指谓的事件），可是客观世界仍然没有这样的事件。可见这个思考无真假属性，因而不是命题。所谓“永恒的说谎者悖论”中“写在此页上的这句话是假的”这个语句所表达的也是空想，并非命题，因为其无真假可言。这就是客观现实世界根本就不会出现永恒的说谎者悖论的辩证唯物论的铁的根据——基于当代形式逻辑的辩证唯物论真假观。

6.1.3 命题的分类

关于当代形式逻辑所研究的命题，如图 6.1 所示（见下页）。

本著作还将在第 5 篇介绍传统形式逻辑直言命题及其推导理论。由于传统形式逻辑直言命题作为“命题形式”其逻辑语义没有规定清楚，逻辑结构尚未完全定型，因而至今还存在种种逻辑理论上的问题。被称为“传统名词逻辑”的直接推理以及作为“传统名词逻辑”的核心的三段论，实际上只分析到原子命题，不分析到项词，因而名副其实地，理应称作命题逻辑。我们将在第 14 章第 14.4 节和第 14.5 节论证：以三段论为代表的传统形式逻辑是当代形式逻辑命题逻辑的一部分。其中一部分对应于当代形式逻辑的导出式，另一部分对应于当代形式逻辑的推理式。因此，我们不在这里讨论传统形式逻辑直言命题。

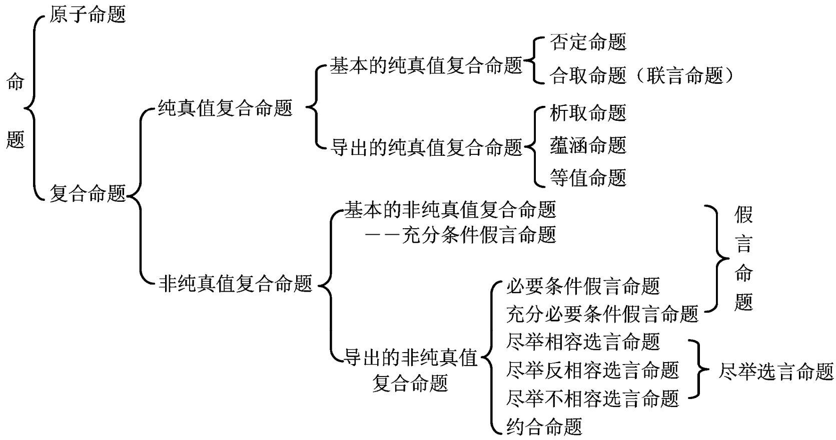


图 6.1　当代形式逻辑所研究的命题分类图

6.2　原 子 命 题

所谓原子命题就是关于客观世界的原子事件的思考。客观世界的原子事件有闭原子事件与开原子事件，相应地，原子命题也分为闭原子命题和开原子命题。

6.2.1　闭原子命题

1．何谓闭原子命题

闭原子命题就是关于客观世界的闭原子事件的思考。在闭原子命题中不出现个体变元。例如：

（1）毛泽东是军事家

这个语句表达的是一客观世界的闭原子事件。其逻辑结构为：p_1（e_1）（e_1——毛泽东，p_1——…是军事家）。对这一事件的思考，就是一个闭原子命题。用人工符号刻划这一命题就得到这一命题的式（也称符号表达式）：p_1（e_1）。

又如：

（2）中国与俄罗斯相邻

这一语句表达的是一客观世界的闭原子事件 q（e_3，e_0）（e_3——中国，e_0——俄罗斯，q——…与…相邻）。对这一事件的思考就是一个闭原子命题，其符号表达式为 q（e_3，e_0）。

再如：

（3）秦桧通过赵构杀害岳飞

这一语句表达的是客观世界的闭原子事件 r（e_3, e_4，e_5）（e_3——秦桧，e_4——赵构，e_5——岳飞，r——…通过…杀害…）。对这一事件的思考就是一个闭原子命题，其符号表达式为 r（e_3，e_4，e_5）。

闭原子事件是客观世界的常 n 目组（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）满足 n 元关系 p[上述例（1）是常 1 目组（毛泽东）满足 1 元关系 p_1（…是军事家），例（2）是常 2 目组（中国，俄罗斯）满足 2 元关系 q（…与…相邻），例（3）是常 3 目组（秦桧，赵构，岳飞）满足 3 元关系 r（…通过…杀害…）]，即 p（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）。对其思考的闭原子命题的符号表达就是：p（a_1，a_2，…，a_i, …，a_n）（每一个 a_i 为常项符）。

提请注意，由于约定俗成的自然语言具有随意性，其语言结构事实上与事件的逻辑结构不相一致，因而当代形式逻辑科学规定了一系列人工符号，其形式和机械的排列结构正好同相应的事件的客观的逻辑结构相一致，并以此作为承载命题的人工语言载体。对于上述两者，即命题的人工符号式（也称命题的式）和事件的客观逻辑结构关系是：后者决定前者，是前者的物质原型；前者指称后者，是后者的意识映像的语言载体。

2．闭原子命题的补闭原子命题

客观世界还存在闭原子命题的补闭原子命题。如：

（1）毛泽东不是军事家——～p_1（e_1）

就是

毛泽东是军事家—— p_1（e_1）

的补闭原子命题。

（2）中国与俄罗斯不相邻——～q（e_0, e_3）

就是

中国与俄罗斯相邻 —— q（e_0, e_3）

的补闭原子命题。

（3）并非赵构通过秦桧杀害岳飞——～r（e_3，e_4，e_5）

就是

赵构通过秦桧杀害岳飞 —— r（e_3，e_4，e_5）

的补闭原子命题。

事实上，p 和 ～ p 互补，故我们也可以称 p（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）为～p（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）的补闭原子命题。

6.2.2　开原子命题

开原子命题就是关于客观世界的开原子事件的思考。开原子命题中含有一个或一个以上的个体变元。例如：

（1）x 国支援 y 国

这一语句表达的是一客观世界的开原子事件。其逻辑结构为：p_1（x，y）（x——个体变元，y——个体变元，x、y 为论域“国家”中的任意个体，p_1——…支援…）。对这一事件的思考就是一个开原子命题。其符号表达式为：p_1（x，y）。

（2）x_1 能被 2 整除

这语句表达的是一开原子事件。其逻辑结构为：q（x_1，e_2）（x_1——个体变元，x_1 为论域“自然数”中的任意个体；e_2——2，q——…能被…整除）。对这一事件的思考就是一个开原子命题。其符号表达式为：q（x_1，e_2）。

上述 p_1（x，y）是一个关于 2 元关系 p_1 和变 2 目组（x，y）的开原子命题，q（x_1，e_1）是一个关于 2 元关系 q 和变 2 目组（x_1，e_1）的开原子命题。关于 n 元关系 p 和变 n 目组（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）的 n 元开原子命题的表达式即为 p（a_1，a_2，…，a_i，…，a_n）（至少有一个 a_i 为变项符）。

6.2.3　1 元原子命题和多元原子命题

1 元原子命题就是关于客观世界的 1 元原子事件的思考。

2 元原子命题就是关于客观世界的 2 元原子事件的思考。

n 元原子命题就是关于客观世界的 n 元原子事件的思考。

2 元或 2 元以上的原子命题称为多元原子命题。

例如：

1）中国是发展中国家；

2）吴国被越国打败；

3）老李把小王推荐给吴排长。

以上三语句所承载的依次为 1 元原子事件、2 元原子事件、3 元原子事件。其逻辑结构依次为 p_1（e_1）、q（e_2, e_0）、r（e_4，e_5，e_6）。p、q、r 分别为 1 元关系、2 元关系、3 元关系。

对以上事件 1）、2）、3）的思考就分别是一个 1 元原子命题、一个 2 元原子命题、一个 3 元原子命题。其符号表达式分别为 p_1（e_1）、q（e_2，e_0）、r（e_4，e_5，e_6）。其中，q（e_2, e_0）和 r（e_4，e_5，e_6）就是多元原子命题。

1 元原子命题的一般表达式为：p（a）。

多元原子命题的一般表达式为：p（a_1，…，a_n）（n>1，n 为有限自然数）。

2 元原子命题是出现较多的一种多元原子命题，是一种较为特殊的多元原子命题。

6.2.4 原子命题的真值

如前所述，我们以黑正体大写拉丁字母 **A** 表示任意的原子命题，以黑斜体大写拉丁字母 ***A*** 表示为命题 **A** 所思考的事件。当事件 ***A*** 为有时，命题 **A** 为真；当事件 ***A*** 为无时，亦即，当事件¬***A*** 为有时，命题 **A** 为假。比如，语句“地球绕太阳转”表达一个事件。我们用 p 表示 2 元关系“…绕…转”，用 e_3、e_0 分别表示个体地球、太阳，则（e_3，e_0）表示由地球、太阳组成的论域上的一个 2 目组。于是，所谓“地球绕太阳转这个事件为有”是指有下述事实：

1）有地球 e_3 这个个体；

2）有太阳 e_0 这个个体；

3）有地球为前项、太阳为后项的 2 目组（e_3，e_0）；

4）有 2 元关系 p；

5）有 2 目组（e_3，e_0）满足 2 元关系 p，即有事件 p（e_3，e_0）（或者（e_3，e_0）∈P）。

因为事件 p（e_3，e_0）为有，所以我们就说命题 p（e_3，e_0）为真。

语句“太阳绕地球转”表述一个事件。我们用 p 表示 2 元关系“…绕…转”，～p 则表示 p 的补关系“…不绕…转”，e_3、e_0 同前，（e_0，e_3）表示由太阳、地球组成的 2 目组。于是，所谓“有事件太阳不绕地球转”就是指：

1）有太阳 e_0 这个个体；

2）有地球 e_3 这个个体；

3）有太阳为前项、地球为后项这个 2 目组（e_0，e_3）；

4）有 2 元关系 p 的补关系～p；

5）有 2 目组（e_0，e_3）满足 2 元补关系～p，即，有事件～p（e_0，e_3）（或者（e_0，e_3）$\overline{\in}P$，或（e_0，e_3）∈～P）。

鉴于补事件～p（e_0，e_3）与否定事件¬p（e_0，e_3）互为充要条件，即事件～p（e_0，e_3）为有，当且仅当事件¬p（e_0，e_3）为有，由于事件¬p（e_0，e_3）为有，故我们说命题 p（e_0，e_3）为假。

6.3 纯真值复合命题

6.3.1 基本的纯真值复合命题

复合命题就是关于客观世界的复合事件的思考。为了进一步介绍复合命题，我们先介绍子命题、基础命题。

若命题 **B** 在命题 **A** 中出现，则称 **B** 为 **A** 的子命题。**A** 是自身的子命题。**B** 是 **A** 的子命题时，**A** 可以是也可以不是 **B** 的子命题。若 **B** 是 **A** 的子命题，而 **A** 不是 **B** 的子命题，则称 **B** 是 **A** 的真子命题。真子命题又叫支命题，并简称为支。例如，**A→B∧C** 为一命题。显然，**A**、**B**、**C**、**B∧C** 和 **A→B∧C** 都为 **A→B∧C** 的子命题。其中，**A**、**B**、**C**、**B∧C** 为 **A→B∧C** 的真子命题。

任一命题都有子命题，但未必任一命题都有真子命题，亦即未必每一命题都有支命题。原子命题是没有支的命题，是 0 层命题，没有本身也是命题的更小的组成部分；复合命题是有支的命题，是 m（m>0）层命题，有本身也是命题的更小的组成部分。

不管 **A** 是不能分析出支命题的原子命题还是能分析出支命题的复合命题，只要我们不对 **A** 进行分析，**A** 就称为基础命题。亦即，不对其进行分析的命题，就是基础命题。

复合事件分为纯真值复合事件和非纯真值复合事件。相应地，复合命题也分为纯真值复合命题和非纯真值复合命题。

纯真值复合命题就是关于客观世界的纯真值复合事件的思考。纯真值复合命题可分为基本纯真值复合命题和导出纯真值复合命题两种。基本的纯真值复合命题又分为否定命题和合取命题。

1．否定命题

否定命题就是关于客观世界的否定事件的思考。例如：

并非“美国侵略英国”。

这语句表达的是一个客观世界的否定事件，是对事件“美国侵略英国”的否定。对这一否定事件的思考就是一个否定命题。其符号表达式为：¬p（e_1，e_2）。其中 p（e_1，e_2）为基础命题（即关于事件“美国侵略英国”的思考），¬为否定词号。

以 **A** 表示在命题中出现的基础命题，则否定命题写做：**¬A** 或 $\overline{\text{A}}$ 。念做：

非 **A**。如前所述，命题必有真值，原子命题有真值，复合命题亦有真值。**纯真值复合命题的真值取决于在其中出现的基础命题的真值，这是由纯真值联结关系联结基础命题构成的纯真值复合命题最根本的特征。这就是著名的弗雷格原理。**

与否定事件的真值相对应，否定命题 **¬A** 的真值，取决于其基础命题 **A** 的真值。其真假特征（真值）是：当 **A** 真时，**¬A** 假；当 **A** 假时，**¬A** 真。否定命题**¬A** 的真值表与否定事件的真值表完全一致，它指谓客观世界第 3 号 1 元真值函数关系f_3^1。

其真值表为：

A	**¬ A**
1	0
0	1

¬A（或$\overline{\mathrm{A}}$）是否定命题的人工符号表达式。自然语言表达否定命题的语句句型则较为灵活。在汉语里，表达否定命题的语句句型有“并非 **A**”、“不 **A**”、“并不是 **A**”、“**A** 的否定”、“**A** 假”，等等。例如：

并非不是法律系的老师就不懂得法律。

并不是军事院校的学生都能成为军事理论家。

不入虎穴。

等等。

2．合取命题

合取命题就是关于客观世界的合取事件的思考。例如：

核能给人类以发展又给人类以灾难。

这语句表达的即为客观世界的一个合取事件。其含义是：事件“核能给人类以发展”（用 ***A*** 表示）与事件“核能给人类以灾难”（用 ***B*** 表示）同有。即 ***A*** 与 ***B*** 同有。对上述合取事件的思考就是一个合取命题。以 **A**、**B** 分别表示两个基础命题（即关于 ***A***、***B*** 的思考），合取命题的符号表达式即为：**A∧B**。其中，∧为合取词号。**A∧B** 念做 **A** 合取 **B**。

与合取事件的真值相对应，合取命题 **A∧B** 的真值取决于其基础命题 **A**、**B** 的真值。其真假特征（真值）是：只有当 **A**、**B** 均为真时，**A∧B** 为真；其余情况下（即 **A**、**B** 中至少有一假），**A∧B** 皆为假。合取命题 **A∧B** 的真值表与合取事件的真值表完全一致，它指谓客观世界第 8 号 2 元真值函数关系f_8^2。∧是 2 元联结号。

其真值表为：

A	B	A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

在汉语里，表达合取命题的语句句型有“**A** 并且 **B**”、“**A** 且 **B**”、“**A** 而 **B**”、“**A** 与 **B**”、“**A** 和 **B**”、“既 **A** 又 **B**”、“不但 **A**，而且 **B**”、“虽然 **A**，但是 **B**”，等等。例如：

国防动员潜力的总体储备水平，既要依赖国家经济的发展和社会的进步，又要靠相应的措施加以发展和提高。

吴连长膀大腰圆。

人来马往。

等等。

以上否定命题和合取命题的联结词（符号为¬，∧），称为基本的纯真值联结词。由这两种基本的纯真值联结词可导出（或定义出）另外三种纯真值联结词（称为导出或被定义联结词）：∨（析取词）、→（蕴涵词）、↔（等值词）。由此，可得到另外三种纯真值复合命题，称为导出的纯真值复合命题。

6.3.2　导出的纯真值复合命题

导出的纯真值复合命题由导出（或被定义）联结词联结基础命题构成。有以下三种。

1．析取命题

析取命题就是关于客观世界的析取事件的思考。析取命题由析取词联结两个基础命题构成。例如：

李明或者是军人，或者是医生。

这语句表达的就是客观世界的一个析取事件。对这一事件的思考就是析取命题。

析取命题的符号表达式为：**A**∨**B**。念做 **A** 析取 **B**。∨为析取词号，可由否定词和合取词导出。**A**∨**B** 被定义为：¬（¬**A**∧¬**B**）。

析取命题 **A**∨**B** 的真假特征（真值）是:当基础命题 **A**、**B** 至少有一为真时，**A**∨**B** 为真；当 **A**、**B** 均为假时，**A**∨**B** 为假。析取命题 **A**∨**B** 的真值表与析取事件的真值表完全一致，它指谓客观世界第 2 号 2 元真值函数关系f_2^2。∨也是 2 元联结号。

其真值表为：

A	**B**	**A**∨**B**
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

在汉语里，表达析取命题的语句句型有“并非既不 **A** 又不 **B**”、“不是‘非 **A** 且非 **B**’”、“**A** 或者 **B**”、“**A** 或 **B**”、“**A**、**B** 至少是其中之一”、“或者 **A**，或者 **B**，二者兼而有之”等等。例如：

老张或者乘飞机，或者乘火车去上海。

各个国家根据本国的需要，或通过进口先进的武器装备以提高国防现代化水平，或通过出口武器装备为国家创汇。

引发战争的原因或者是由于海域划界、海洋资源权益争端问题得不到合理、公正的解决，或者由于历史的原因国家的统一大业尚未定成。

等等。

2．蕴涵命题

蕴涵命题就是关于客观世界的蕴涵事件的思考。蕴涵命题由蕴涵词联结两个基础命题构成。例如：

甲国向乙国挑起战争，蕴涵，丙国支援丁国。

此语句表达的就是一客观世界的蕴涵事件，对这一事件的思考就是一蕴涵命题。

蕴涵命题的符号表达式为：**A**→**B**。读作 **A** 蕴涵 **B**。→为蕴涵词号，可由否定词和合取词导出。**A**→**B** 被定义为：¬（**A**∧¬**B**）。

蕴涵命题 **A**→**B** 的真假特征（真值）是：当 **A** 真、**B** 假时，**A**→**B** 为假；其余情况下（即 **A** 假或者 **B** 真），**A**→**B** 为真。蕴涵命题 **A**→**B** 的真值表与蕴涵事件的真值表完全一致，它指谓客观世界第 5 号 2 元真值函数f_5^2。→是 2 元联结号。其真值表为：

A	B	A→B
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

在汉语里，表达蕴涵命题的语句句型有“并非 **A** 而不 **B**”、“不是 **A** 而非 **B**”、“非 **A** 或者 **B**”、“至少是非 **A**、**B** 中之一”、“**A** 蕴涵 **B**” 等等。例如：

并非“甲国向乙国挑起战争，而丙国不支援丁国”。

张三不是军人，或者美国具有强大的军事实力

2008 年北京将举办奥运会，蕴涵，《孙子兵法》是中国军事史上最早的军事书。

等等。

3．等值命题

等值命题就是关于客观世界的等值事件的思考。等值命题由等值词联结两个基础命题而成。等值命题又称互蕴命题。例如：

军事家蒙哥马利是英国人与巴黎是法国的首都同真假。

这语句表达的就是一客观世界的等值事件，对这一事件的思考就是等值命题。

等值命题的符号表达式为：**A↔B**，念做 **A** 等值 **B**。↔为等值词号，可由否定词和合取词导出。**A↔B** 被定义为：¬（**A**∧¬**B**）∧¬（**B**∧¬**A**）。

等值命题 **A↔B** 的真假特征（真值）是：当 **A** 真 **B** 真或者 **A** 假 **B** 假时，**A↔B** 为真；当 **A** 真 **B** 假或者 **A** 假 **B** 真时，**A↔B** 为假。换句话说，当 **A**、**B** 同真假时，**A↔B** 为真，否则 **A↔B** 为假。等值命题 **A↔B** 的真值表与等值事件的真值表完全一致，它指谓客观世界第 7 号 2 元真值函数f_7^2。↔是 2 元联结号。其真值表为：

A	B	A↔B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

在汉语里，表达等值命题的语句句型有“既非‘**A** 而不 **B**’，又非‘**B** 而不 **A**’”、“**A** 和 **B** 同真假”、“**A** 等值 **B**”、“不会是 **A** 但非 **B**，也不会是 **B** 但非 **A**”等等。例如：

拿破仑是法国人，蕴涵，火药是中国古代四大发明之一；火药是中国古代四大发明之一，蕴涵，拿破仑是法国人。

并非糖是甜的而黄连不苦，也并非黄连是苦的而糖不甜。

广州雪花大如席等值于南极酷暑难当。

等等。

6.3.3　多重纯真值复合命题

多重纯真值复合命题是指其至少有一个支命题是纯真值复合命题的纯真值复合命题。比如：

明天甲值班乙也值班，或者甲值班丙也值班。

这是一个析取命题，左右两个析取支都是复合命题——合取命题。若以 **A**、**B**、**C** 依次表示明天甲值班，明天乙值班，明天丙值班，则其表达式为：

$(\mathbf{A}\wedge\mathbf{B})\vee(\mathbf{A}\wedge\mathbf{C})$

这就是一个多重纯真值复合命题。

多重纯真值复合命题表达式可简称为多重纯真值复合式。根据不同的标准，可对多重复合命题作不同的划分。

1. 以主联结词的不同为标准，可作如下划分

（1）多重纯真值否定命题

比如：

1）并非老王既廉洁奉公又拥政爱民。

其式为：

$\neg(\mathbf{A}\wedge\mathbf{B})$

2）并非张三或者是党员或者是军人。

其式为：

$\neg(\mathbf{A}\vee\mathbf{B})$

（2）多重纯真值合取命题

比如：

1）空洞的理论是没有用的，不正确的，应该抛弃的。

其式为：

$(\mathbf{A}\wedge\mathbf{B})\wedge\mathbf{C}$

2）要是他去我也去，要是他不去我也不去。

其式为：

$(A \to B) \wedge (\neg A \to \neg B)$

（3）多重纯真值析取命题

比如：

1）威慑的目的，或是遏制战争的爆发，或是限制战争的升级，亦或者是以战争制止战争。

其式为：

$(A \vee B) \vee C$

2）这批武器装备或者质量不过关，或者数量不够。

其式为：

$\neg A \vee \neg B$

此外，还有多重纯真值蕴涵命题、多重纯真值等值命题。

2. 以多重纯真值复合命题的真值为标准，可将其划分为：重言命题、矛盾命题和协调命题

1）无论其基础命题的值是什么，皆取值为真的纯真值复合命题称为重言命题，又叫永真命题。表达重言命题的符号式称为重言式。多重纯真值重言式可举：

$A \wedge (A \to B) \to B$　　$(A \to B) \vee (B \to A)$　　$A \wedge \neg A \to B$

2）无论其基础命题的值是什么，皆取值为假的纯真值复合命题称为永假命题，又叫矛盾命题。表达矛盾命题的符号式称为矛盾式。比如下面三式就是多重纯真值矛盾式：

$A \wedge \neg A$　　$(A \to B) \wedge A \wedge \neg B$　　$\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg(A \wedge B)$

3）可取值真也可取值假的纯真值复合命题称为协调命题。表达协调命题的符号式称为协调式。比如下面三式就是多重纯真值协调式：

$\neg A \to B$　　$(A \vee B) \wedge A \to B$　　$A \wedge (B \wedge C) \to A \wedge D$

6.4　重言式的判定方法

判定重言式的方法有：真值表方法、归谬赋值法（这二者是语义的判定方法）、反演分解图法、合取范式法（这后二者是语构的判定方法）等。我们只介绍前两种判定方法若需要了解后两种方法，请参阅龚启荣著《逻辑斯谛——又称“数理逻辑”的二值数学》（贵州教育出版社 1998 年）。

6.4.1 真值表方法

真值表方法为美国数学家、哲学家皮尔斯（Charles Sanders Peirce，1839——1914）所创立。运用真值表可以计算出纯真值复合式的真值，可以判定一纯真值复合式是否重言式、矛盾式、协调式。真值表方法是一种语义方面的判定方法。

在介绍真值表方法之前，我们先介绍纯真值复合式的形成过程。纯真值复合式的形成过程反映了纯真值复合事件的形成过程。它是由基础式和联结号按照形成规则经过有限次联结而逐步形成的。例如：

由一个基础式 **A** 组成的纯真值复合式 **A∨¬A** 的形成过程是：

A

¬A

A∨¬A

由两个基础式 **A**、**B** 组成的式（**A→B**）∧（**¬A→¬B**）的形成过程是：

A，**B**

¬A，**¬B**

A→B

¬A→¬B

（**A→B**）∧（**¬A→¬B**）

从图论的观点看，一纯真值复合式的形成过程，可用倒树形图表示。在倒树形图中，树的结点对应于联结号，而枝对应于纯真值复合式的子式，叶则对应于子式中的基础式。比如：表示纯真值复合式（（**A→B**）∧**¬B**）→**¬A** 的倒树形图如图 6.2 所示。

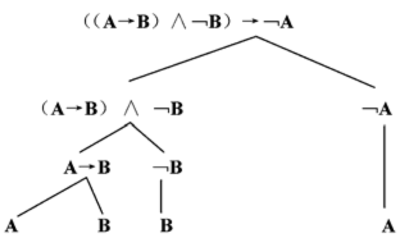


图 6.2　纯真值复合式形式过程的倒树形图

真值表方法和纯真值复合式的形成过程有密切联系。其作法分为三步。

第一步，按照纯真值复合式的形成过程，将给定的纯真值复合式的子式由

简单到复杂地从左至右写出。

比如，设给定的纯真值复合式为（**A→B**）∧（**¬A →¬B**）。要画它的真值表，则首先将其子式由简单到复杂地从左至右写出，并在其下画一长横线：

A	**B**	**¬A**	**¬B**	**A→B**	（**¬A →¬B**）	（**A→B**）∧（**¬A →¬B**）

第二步，从上至下写出给定的纯真值复合式的所有基础式的真假组合情况，并在其右边画一长竖线。如上例：

A	**B**	**¬A**	**¬B**	**A→B**	（**¬A →¬B**）	（**A→B**）∧（**¬A → ¬B**）
1	1					
1	0					
0	1					
0	0					

第三步，再根据五个联结号的真值表，依次计算出每个子式的真值并将真值写在子式和基础式的真假组合的坐标点上。我们继续完成上例的真值表：

	A	**B**	**¬A**	**¬B**	**A→B**	（**¬A →¬B**）	（**A→B**）∧（**¬A→¬B**）
Ⅰ	1	1	0	0	1	1	1
Ⅱ	1	0	0	1	0	1	0
Ⅲ	0	1	1	0	1	0	0
Ⅳ	0	0	1	1	1	1	1
	（1）	（2）	（3）	（4）	（5）	（6）	（7）

这样，便完成了关于（**A→**B）∧（**¬A → ¬B**）的真值表。在这个真值表中，我们用罗马数字Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ标出横排的排数，这横排称做真值表的行。我们用（1）、（2）、（3）等阿拉伯数字标出竖排的排数，这竖排称做真值表的列。真值表的行数为 2^n（n 为基础式的个数）。真值表的列数则与该纯真值复合式的子式的数目相同。

从上面这个真值表我们清楚地看出，最后一列（**A→B**）∧（**¬A→¬B**）的值是2真2假，亦即，该复合式的值是可真可假的，因而它是一个协调式，不是重言式。

由此，我们得出关于重言式的真值表判定定理：一个纯真值复合式是重言式，当且仅当在该纯真值复合式的真值表上最后一列的值均为1。

这个定理的正确性是显然的。

例：用真值表判定下面的表达式是否重言式：

（**A∨B**）∧**¬A→B**

解：列真值表如下：

A	B	¬A	A∨B	（A∨B）∧ ¬A	（A∨B）∧¬A→B
1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1

鉴于这个真值表最后一列皆为 1，因而此纯真值复合式是重言式。

真值表的判定功能，对于无论什么样的纯真值复合式都是有效的，都能在有限步内作出判定。但是，真值表方法的判定程序常常是繁琐的。如果一纯真值复合式含有四个不同的基础式，为了显示它所有的可能的真假组合，我们不得不画一张十六行的真值表。为了解除这种繁琐的缺陷，我们有以下方法。

6.4.2 归谬赋值法

归谬赋值法又称简化真值表法。它是建立在真值表方法基础上的一种判定重言式的有效方法。也是语义方面的判定方法。

归谬赋值法所依据的原则称为归谬赋值原则。归谬赋值原则可表述为：要判定式 **A** 是否重言式，先假定式 **A** 可假，由 **A** 可假出发，如果导致其中的某一基础式 $\mathbf{A}_i$ 的真值既出现真又出现假（即出现赋值矛盾），则证明 **A** 的真值不可假，据排中律，得 **A** 恒取值真，因而是重言式；如果由 **A** 可假出发，不会导致其中的任一基础式 $\mathbf{A}_i$ 的真值既出现真又出现假的赋值矛盾，则 **A** 的真值可出现假值，即 **A** 并非恒取值真，因而不是重言式。

据此，归谬赋值法总的可分三步进行。

第一步，假定被判定的纯真值复合式的真值可假；

第二步，从这一假定出发，严格按照五个真值联结号的真值表定义，依式的长度递减的次序，对该纯真值复合式中各层真子式赋以相应的值，直到所有基础式取得确定的值为止；

第三步，检查所有基础式的真值，如果其中至少有一个基础式的真值既是真的又是假的，那么即可断定被判定的纯真值复合式为重言式；否则，不是重言式。

我们看如下几个例子。

例 1．试用归谬赋值法判定（**B→C**）∧（**D→C**）→（**B∨D→C**）是否重言式。

解：画简化真值表如下。

	(**B**	→	**C**)	∧	(**D**	→	**C**)	→	(**B**	∨	**D**	→	**C**)
（1）								0					
（2）				1								0	
（3）		1				1				1			0
（4）			0				0						
（5）	0*				0								
（6）									1*		0		

我们用（1）、（2）、（3）等表示归谬赋值的步骤。本简化真值表结果出现 **B** = 1 且 **B** = 0，产生赋值矛盾，因而第（1）步的假设不成立，即这个纯真值复合式不可能出现假值，故而它是重言式。我们用星号*标出赋值矛盾。

这个简化真值表的最后一步，可以采取另外两种赋值法：①**B** 取 0，**D** 取 1，这时出现 **D** = 1 且 **D** = 0，矛盾；②**B**、**D** 皆取 1，这时，既出现 **B** = 1 且 **B**= 0，又出现 **D** = 1 且 **D** = 0，仍然矛盾。无论采取哪种赋值，都能证明该纯真值复合式是重言式。

在作简化真值表时，否定号要写在式（复合式或基础式）的前面，便于赋值的书写。

例 2．试用归谬赋值法判定（**B**→**C**）→（¬ **C**→¬**B**）是否重言式。

解：作简化真值表如下。

	(**B**	→	**C**)	→	(¬	**C**	→	¬	**B**)
（1）				0					
（2）		1					0		
（3）					1			0	
（4）						0*			1
（5）	1								
（6）			1*						

检查所有基础式的赋值，**C** = 1 且 **C** = 0，出现赋值矛盾，故而该纯真值复合式是重言式。

此例的第（5）、（6）行赋值还可以有另一种赋值法：第（5）行可赋予 **C** 为假值 0，则第（6）行必赋假值 0 于 **B**，于是 **B** = 1 且 **B** = 0，同样出现矛盾，原式为重言式。

当我们熟练地掌握简化真值表后，为了更简便，也为了节省，可以将多行真值赋值压缩为一行。

例 3．试判定 **B**→（**C**→**B**∧**C**）是否重言式。

解：先作出压缩为一行真值赋值的简化真值表。

(2)	(1)	(3)	(2)	(4)	(3)	(4)
B	→	(**C**	→	**B**	∧	**C**)
1	0	1	0	0	0	1
*				*		

鉴于出现赋值矛盾 **B** = 1 且 **B** = 0，故该式为重言式。

最后第（4）步的赋值还可以有两种赋值法：第一种，**B** = 1，**C** = 0，这样便出现 **C** = 1 且 **C** = 0 的矛盾；第二种，**B** = 0，**C** = 0，这样便出现两对矛盾：①**B** = 1 且 **B** = 0；② **C** = 1 且 **C** = 0。这两种赋值结果同样证明该纯真值复合式为重言式。

这样，我们可得到下面关于重言式的归谬赋值法判定定理：一纯真值复合式是重言式，当且仅当它的归谬赋值结果至少出现一对赋值矛盾。

这个定理的正确性也是显然的。

归谬赋值法主要用于判定多重纯真值蕴涵式或多重纯真值析取式是否重言式。

6.5　纯真值复合命题的否定命题及其恒等命题

如前所述，纯真值复合命题是关于客观世界纯真值复合事件的思考，否定命题是关于客观世界否定事件的思考，因此，纯真值复合命题的否定命题也是关于客观世界的复合事件的否定事件的思考。比如，下列语句所表达的就是纯真值复合命题的否定命题：

1）并非“老赵既是军人又是医生”。（其表达式为：¬（**A**∧**B**））

2）并非“甲去打球蕴函乙去打球”。（其表达式为：¬（**A**→**B**））

对应于纯真值复合命题的否定命题，都有与其恒等的命题。我们用元语言“=”表示恒等，读做“等于”或“恒等于”。于是，有下述关于复合命题的否定命题的表达式及其恒等命题的表达式的恒等式：

（1）¬（**A**∧**B**）=¬**A**∨¬**B**

例如，下列例子等号两边语句所表达的命题就是恒等命题：

（i）并非“价廉物美”= 价不廉，或者，物不美。

（ii）并非“小张工作既认真又努力”= 小张工作或者不认真，或者不努力。

（2）¬（**A**∨**B**）= ¬ **A** ∧¬**B**

（i）并非“张三学习好或者身体好”= 张三学习不好，并且，身体不好。

（ii）并非“你说错了或者我听错了”= 你没有说错，并且，我也没有听错。

（3）$\neg$（$\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B}$）= $\mathbf{A}\wedge\neg\mathbf{B}$

（i）并非“明天天晴我就去打球”= 明天天晴，但我不去打球。

（ii）并非“如果起风，就会下雨”= 起风了，但未下雨。

（4）$\neg$（$\mathbf{A}\leftrightarrow\mathbf{B}$）= $\mathbf{A}\wedge\neg\mathbf{B}\ \vee\neg\mathbf{A}\wedge\ \mathbf{B}$

（i）并非“考试作弊，等值于，取消学位授予资格”=考试作弊但未取消学位授予资格，或者，考试不作弊但取消了学位授予资格。

（ii）并非“甲上场等值于乙上场”= 甲上场而乙不上场，或者，甲不上场而乙上场。

（5）$\neg$（$\neg\mathbf{A}$）= $\mathbf{A}$

（i）并非“明天我不去打羽毛球”= 明天我去打羽毛球。

（ii）并非“昨天未下雨”= 昨天下雨了。

第 7 章　非纯真值复合命题

7.1　基本的非纯真值复合命题 ——充分条件假言命题

7.1.1　何谓充分条件假言命题

充分条件假言命题就是关于客观世界的充分条件事件的思考。例如，为下面的语句所表达的思考就是一个充分条件假言命题：

若某人作案，则某人有作案时间。

这个充分条件假言命题是由充分条件联结词（在此为“若…，则…” 所承载）联结两个命题“某人作案”和“某人有作案时间”而构成的。它就是关于客观世界相应的充分条件事件的思考。

充分条件假言命题的符号表达式为：

$$\mathbf{A} \rightharpoonup \mathbf{B}$$

读做“如果 **A**，那么 **B**”。其中，$\rightharpoonup$为充分条件号，**A**、**B** 为基础命题。**A** 称为前件，**B** 称为后件。

充分条件假言命题 **A** $\rightharpoonup$ **B** 具有两个独立性：可独立于 **A**、**B** 的真假确定（第一独立性）不会是 **A** 真而 **B** 假；前件 **A** 为真可独立于后件 **B** 的真假确定（第二独立性）。两个独立性为逻辑推理从已有知识获取新知识铺平了道路。

在汉语里，表达充分条件假言命题的语句句型有“**A** 必然 **B**”、“若 **A**，则 **B**”、“如果 **A**，那么 **B**”、“**A** 是 **B** 的充分条件”、“只有 **B**，才 **A**”等等。例如：

有国必有防。

若某行为是犯罪行为，则某行为是违法行为。

如果甲发烧，那么甲生病。

某人作案是某人有作案时间的充分条件。

7.1.2　充分条件假言命题前后件真假关系的特征

充分条件假言命题为真，当且仅当，具有一独的不会是前件真而后件假。即，不管 **A**、**B** 是否为真，亦不管 **A**、**B** 是否为假，**A** 真必定 **B** 真，绝不会出

现 **A** 真而 **B** 假的情况。当出现下述情况之一时，充分条件假言命题 **A** → **B** 为假：①**A** 真但 **B** 假；②**A** 真 **B** 可以假；③必须依据 **A**、**B** 本身的真假，才能确定不是 **A** 真而 **B** 假。例如，下列语句表达的充分条件假言命题皆为假：

强国必定有核武器。

若 2+2=5，则李白是军事家。

若华罗庚是数学家，则他是诺贝尔奖获得者。

总之，对于具有一独的确实为真的充分条件假言命题来说：

A 真，必然 **B** 真；

A 假，**B** 未必假也未必真；

B 假，必然 **A** 假；

B 真，**A** 未必真也未必假。

充分条件关系是极其重要的逻辑关系。充分条件假言命题是基本的非纯真值复合命题，在它的基础上，下面我们将逐一分析导出的非纯真值复合命题。

7.2　导出的非纯真值复合命题（1）——必要条件假言命题、充分必要条件假言命题

7.2.1　必要条件假言命题

1．何谓必要条件假言命题

必要条件假言命题就是关于必要条件事件的思考。例如，为下列语句所表达的思考就是必要条件假言命题。

只有熟练掌握电子信息技术为核心的军事高技术，才能在现代战争中立于不败之地。

这个语句所表达的必要条件假言命题就是由必要条件联结词（在此为“只有…，才…”所承载）联结两个命题“熟练掌握电子信息技术为核心的军事高技术”和“能在现代战争中立于不败之地”而构成。它就是关于客观世界相应的必要条件事件的思考。

必要条件假言命题的符号表达式为：

A←**B**

读作：“只有 **A**，才 **B**”，或者“**A** 是 **B** 的必要条件”。其中必要条件号 ← 可由充分条件号 → 导出。**A** ← **B** 可被定义为 **B** → **A**。即：

$\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B} = \mathrm{df}\quad \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$。

必要条件假言命题 $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}$ 也具有两个独立性：可独立于 **A**、**B** 的真假确定（第一独立性）不会是 **A** 假而 **B** 真；前件 **A** 为假可独立于后件 **B** 的真假确定（第二独立性）。

在汉语里，表达必要条件假言命题的句型有“只有 **A**，才 **B**”、“没有 **A** 就没有 **B**”、“除非 **A**，否则不 **B**”等等，例如：

只有运用电子计算机，才能进行信息化战争。

只有在相互信任和共同利益联系的基础上，通过对话与合作，才能营造真正的和平。

除非有军事才能，否则不能成为军事家。

有量的积累，才有质的飞跃。

2．必要条件假言命题前后件真假关系的特征

必要条件假言命题为真，当且仅当，具有一独的不会是前件假而后件真。即不管 **A**、**B** 是否为真，亦不管 **A**、**B** 是否为假，**A** 假必定 **B** 假，绝不会出现 **A** 假而 **B** 真的情况。当出现下列情况之一时，必要条件假言命题 $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}$ 为假：①**A** 假但 **B** 真；②**A** 假 **B** 可以真；③必须依据 **A**、**B** 本身的真假才能确定不是 **A** 假而 **B** 真。例如，下列语句表达的必要条件假言命题皆为假：

只有侦查卫星才是军事卫星。

只有军人才能保家卫国。

2+2=5 是中国是小国的必要条件。

总之，对于具有一独的确实为真的必要条件假言命题来说：

A 假，必然 **B** 假；

A 真，**B** 未必真也未必假；

B 真，必然 **A** 真；

B 假，**A** 未必假也未必真。

7.2.2　充分必要条件假言命题

1．何谓充分必要条件假言命题

充分必要条件假言命题就是关于充分必要条件事件的思考。例如，为下列语句所表达的思考就是充分必要条件假言命题：

x 大于 y 当且仅当 y 小于 x

这个语句所表达的命题是由充分必要条件联结词（在此为“当且仅当”所

承载）联结两个命题“x 大于 y”和“y 小于 x”而构成的。它就是关于客观世界相应的充分必要条件事件的思考。

充分必要条件假言命题的符号表达式为：

A ⇌ **B**

读作“**A**、**B** 互为充分必要条件”或者“**A** 当且仅当 **B**”。其中，充分必要条件号 ⇌ 可由充分条件号 ⇀ 和合取词号 ∧ 导出，**A** ⇌ **B** 可被定义为（**A** ⇀ **B**）∧（**B** ⇀ **A**）。即：

A ⇌ **B** = df（**A** ⇀ **B**）∧（**B** ⇀ **A**）

充分必要条件假言命题 **A** ⇌ **B** 也具有两个独立性：可独立于 **A**、**B** 的真假确定（第一独立性）不会是 **A**、**B** 不同真假；前件 **A** 的真假可独立于后件 **B** 的真假确定，后件 **B** 的真假可独立于前件 **A** 的真假确定（第二独立性）。

在汉语里，可表达充分必要条件假言命题的句型有“**A** 与 **B** 互为充分条件”、“**A** 与 **B** 等价”、“**A** 与 **B** 必定同真假”、“**A** 当且仅当 **B**”、“**A**，只有 **A**，才 **B**”等等。例如：

三角形等角与三角形等边互为充分条件。

前件是后件的充分条件与后件是前件的充分条件等价。

某人是单身汉与某人是成年无偶的男子必定同真假。

x 为负数，当且仅当，x 小于零。

2．充分必要条件假言命题前后件真假关系的特征

充分必要条件假言命题为真，当且仅当，具有一独的 **A**、**B** 同真假，即，不管 **A**、**B** 是否为真，亦不管 **A**、**B** 是否为假，**A** 真必定 **B** 真，**A** 假必定 **B** 假。若 **A**⇀**B**、**B**⇀**A** 中至少有一为假，则 **A** ⇌ **B** 为假。例如，下列语句所表达的充分必要条件假言命题皆为假：

某人是军人当且仅当某人读过某军事院校。

甲是军人，当且仅当甲懂得所有的军事操作。

甲是乙的哥哥，当且仅当乙不是甲的哥哥。

总之，对于具有一独的确实为真的充分必要条件假言命题来说：

A 真，必然 **B** 真；

A 假，必然 **B** 假；

B 真，必然 **A** 真；

B 假，必然 **A** 假。

7.3　导出的非纯真值复合命题（2）
——尽举选言命题、约合命题

7.3.1　尽举选言命题

尽举选言命题也是非纯真值复合命题，它是关于客观世界尽举选择事件的思考。它包括尽举相容选言命题、尽举反相容选言命题和尽举不相容选言命题。

1．尽举相容选言命题

尽举相容选言命题就是关于客观世界的尽举相容选择事件的思考。下面语句所指谓的事件就是一个尽举相容选择事件，所表达的思考就是尽举相容选言命题：

胜者不是因其强就是因其指挥无误。

这个尽举相容选言命题是由尽举相容选言联结词（在此为“不是…，就是…”所承载）联结两个命题“因其强”和“因其指挥无误”而构成的。它就是关于客观世界相应的尽举相容选择事件的思考。

尽举相容选言命题的符号表达式为：

$$\mathbf{A} \upharpoonright \mathbf{B}$$

读作“不是 **A** 就是 **B**”或者“**A** 尽举相容选择 **B**”，还可简化地读作“**A** 尽举相容 **B**”。**A**、**B** 分别称为尽举相容选言命题的左、右选言肢。$\upharpoonright$ 称为尽举相容选择号，它可由否定号 $\neg$ 和充分条件号 $\rightharpoonup$ 导出。$\mathbf{A}\upharpoonright\mathbf{B}$ 可被定义为 $\neg\mathbf{A} \rightharpoonup \mathbf{B}$。即：

$$\mathbf{A} \upharpoonright \mathbf{B} = \mathrm{df}\ \neg\ \mathbf{A} \rightharpoonup \mathbf{B}$$

根据上述定义，显然，尽举相容选言命题 $\mathbf{A} \upharpoonright \mathbf{B}$ 也具有两个独立性。

尽举相容选言命题为真，当且仅当，具有一独的不会是 **A**、**B** 同假。即可在既不需确定 **A** 真又不需确定 **B** 真的情况下确定 **A**、**B** 不同假。显然，**A**、**B** 可以同真。当出现下述情况之一时，尽举相容选言命题 $\mathbf{A} \upharpoonright \mathbf{B}$ 为假：①**A**、**B** 同假；②当 **A** 假时，**B** 可以假；③必须依据 **A** 真或 **B** 真才能确定不是 **A**、**B** 同假。例如，下列语句所表达的尽举相容选言命题皆为假：

在贵州人武学院工作的人，不是教师就是学生。

航天技术不是用来侵略别国，就是用来危害本国人民的社会生活。

不是 2 +2=4，就是中国是个大国。

总之，对于具有一独的确实为真的尽举相容选言命题来说，

A 假，必然 **B** 真；

A 真，**B** 未必真也未必假；

B 假，必然 **A** 真；

B 真，**A** 未必真也未必假。

在汉语里，可表达尽举相容选言命题的语句句型有“若不 **A**，则 **B**”、“除非 **A**，不然 **B**”、“**A** 或者 **B**”、“如果不 **A**，就 **B**”等等。例如：

某军夺下一个堡垒，不是强攻就是智取。

一个成绩拔尖的学生不是具有过人的聪明才智，就是具有勤奋刻苦的精神。

这份军事统计表格的错误，或者因为材料不可靠，或者计算有错误。

生产成本没有降低或者是由于没有节约原材料，或者是由于没有提高劳动生产率。

2．尽举反相容选言命题

尽举反相容选言命题就是关于客观世界的尽举反相容选择事件的思考。下列语句所指谓的事件就是一个尽举反相容选择事件，所表达的思考就是尽举反相容选言命题。

或者武松打死老虎，或者老虎吃掉武松，二者不可兼得。

这个尽举反相容选言命题是由尽举反相容选言词（在此为“或者…，或者…，二者不可兼得”所承载）联结两个命题“武松打死老虎”和“老虎吃掉武松”而构成的，它就是关于客观世界相应的尽举反相容选择事件的思考。

尽举反相容选言命题的符号表达式为：

$$\mathbf{A} \upharpoonleft \mathbf{B}$$

读作“**A** 或者 **B**，二者不可兼得”、“若 **A** 则不 **B**”或者“**A** 尽举反相容选择 **B**”，还可简化地读作“**A** 尽举反相容 **B**”。**A**、**B** 分别是尽举反相容选言命题的左、右选言肢。$\upharpoonleft$称为“尽举反相容选择号”，它可由否定号$\neg$ 和充分条件号$\rightharpoonup$导出。$\mathbf{A} \upharpoonleft \mathbf{B}$ 可被定义为 $\mathbf{A} \rightharpoonup \neg\mathbf{B}$。即：

$$\mathbf{A} \upharpoonleft \mathbf{B} = \mathrm{df}\ \mathbf{A} \rightharpoonup \neg\mathbf{B}$$

当然，尽举反相容选言命题 $\mathbf{A}\upharpoonleft\mathbf{B}$ 也具有两个独立性。

尽举反相容选言命题为真，当且仅当，具有一独的不会是 **A**、**B** 同真。显然，**A**、**B** 可以同假。当出现下列情况之一时，尽举反相容选言命题 $\mathbf{A}\upharpoonleft\mathbf{B}$ 为假：① **A**、**B** 同真；②当 **A** 真时，**B** 可以真；③必须依据 **A**、**B** 的真假才能确

定不会是 **A**、**B** 同真。例如，下列语句所表达的尽举反相容选言命题皆为假：

和平与发展不可兼得。

一篇军事文章或者有军事价值，或者有资料价值，二者不可兼得。

或者 2+2=5，或者中国是个小国，二者不可兼得。

总之，对于具有一独的确实为真的尽举反相容选言命题来说：

A 真，必然 **B** 假；

A 假，**B** 未必假也未必真；

B 真，必然 **A** 假；

B 假，**A** 未必假也未必真。

在汉语里，可表达尽举反相容选言命题的语句句型有“**A** 或者 **B**，二者不可兼得”、“要么 **A** 要么 **B**”“有 **A** 就不会有 **B**”、“**A** 与 **B** 不可同时存在”等等。例如：

二人对弈，或者甲胜乙，或者乙胜甲，二者不可兼得。

要么武松打死老虎，要么老虎吃掉武松。

明天不是星期四就是星期五，二者不可兼得。

日食和月食不会同时出现。

3．尽举不相容选言命题

尽举不相容选言命题就是关于客观世界的尽举不相容选择事件的思考。下面语句所指谓的事件就是一个尽举不相容选择事件，所表达的思考就是尽举不相容选言命题：

要么实行正确的政策，要么实行错误的政策。

这个尽举不相容选言命题就是由尽举不相容选言词（在此为“要么，…要么”所承载）联结两个命题“实行正确的政策”和“实行错误的政策”而构成的。它就是关于相应的客观世界的尽举不相容选择事件的思考。

尽举不相容选言命题的符号表达式为：

$\mathbf{A}\uparrow\mathbf{B}$

读做“要么 **A** 要么 **B**”或者“**A** 尽举不相容选择 **B**”，还可简化地读做“**A** 尽举不相容 **B**”。**A**、**B** 分别称为尽举不相容选言命题的左、右选言肢。↑称为不相容选择号。它可由否定号¬ 和充分条件号⇀ 导出。$\mathbf{A}\uparrow\mathbf{B}$ 可被定义为（$\mathbf{A}\rightharpoonup\neg\mathbf{B}$）∧（$\neg\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$）。即：

$\mathbf{A}\uparrow\mathbf{B} =\mathrm{df}$（$\mathbf{A}\rightharpoonup\neg\mathbf{B}$）∧（$\neg\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$）；

并可被定义为 $\mathbf{A}\rightleftharpoons\neg\mathbf{B}$。即：

A↑B= df **A**⇌¬**B**

显然，尽举不相容选言命题 **A↑B** 也具有两个独立性。

尽举不相容选言命题为真，当且仅当具有一独的不会是 **A**、**B** 同真假。亦即，可在既不需要确定 **A** 的真假，又不需确定 **B** 的真假的情况下确定 **A**、**B** 不同真假。当出现下列情况之一时，尽举不相容选言命题 **A↑B** 为假：①**A**、**B** 同真假；②**A**、**B** 可以同真假；③必须依据 **A**、**B** 的真假才能确定不是 **A**、**B** 同真假。例如，下列语句表达的尽举不相容选言命题皆为假：

中国要么是非洲国家，要么是欧洲国家。

甲要么是炮兵，要么是通信兵。

要么 2+2=4，要么雪是黑的。

总之，对于具有一独的确实为真的尽举不相容选言命题来说：

A 真，必然 **B** 假；

A 假，必然 **B** 真；

B 真，必然 **A** 假；

B 假，必然 **A** 真。

在汉语里，可表达尽举不相容选言命题的语句句型有：“要么 **A**，要么 **B**”、“**A**、**B** 不同真假”、“不 **A** 就 **B**，**A** 就不 **B**”等等。例如：

贵州人民武装学院的南大门要么开着，要么关着。

逆水行舟，不进则退。

对待前进道路上的困难，或者战而胜之，或者被困难吓倒。

要么“吾矛能陷吾盾”，要么“吾矛不能陷吾盾”。

7.3.2　约合命题

约合命题就是关于客观世界的约合事件的思考。例如，为下面的语句所表达的思考便是一个约合命题：

下雨可以出太阳。

这个约合命题是由约合词（在此为“可以”所承载）联结两个命题“下雨”和“出太阳”而构成的。它就是关于客观世界的约合事件“下雨可以出太阳”的思考。

约合命题的符号表达式为：

A ! B

念做“**A** 约合 **B**”或“**A** 可以 **B**”。! 为约合号，它由否定号¬ 和充分条件号⇀导出。**A ! B** 被定义为¬（**A** ⇀¬**B**）。即：

A ! B = df ¬（**A** ⥽ ¬**B**）

约合命题 **A ! B** 为真，当且仅当，并非具有一独的不会是有 **A** 而无非 **B**。这就是说，**A ! B** 为真，当且仅当，“若 **A** 则非 **B**” 为假。约合命题 **A ! B** 为假，当且仅当，假言命题 “若 **A** 则非 **B**” 为真。例如，下列语句所表达的约合命题便是假的：

虽然战士甲比战士乙高，战士乙也可以比战士甲高。

并非若地球绕太阳转则太阳不绕地球转。

人死可以复生。

在汉语中，可表达约合命题的语句句型有“**A** 可以 **B**”、“并非 ‘**A** 必不 **B**’ ”、“**A** 未必不 **B**”、“**A** 仍然可以 **B**”、“可能既 **A** 又 **B**”，等等。例如：

并非好人必不长寿。

今天下雨未必明天不下雨。

弱国仍然可以打败强国。

提请注意，跟纯真值复合命题相反，非纯真值复合命题的真值不是其支命题的真值的真值函数。亦即，非纯真值复合命题的真值不取决于其支命题的真值。这是非纯真值复合命题最根本的特征。

7.4　非纯真值复合命题的否定命题及其恒等命题

7.4.1　充分条件假言命题的否定命题及其恒等命题

充分条件假言命题 **A** ⥽ **B** 为真，当且仅当，具有一独的不会是前件真而后件假。在其余情况下，它都是假的。所以，充分条件假言命题的否定命题¬（**A** ⥽ **B**）的恒等命题为一个相应的约合命题 **A**！ ¬ **B**。其恒等式为：

¬（**A** ⥽ **B**）= **A** ！ ¬ **B**

例如：

并非“如果某国有航天技术，那么就要用于战争”恒等于“有了航天技术，可以不用于战争”。

7.4.2　必要条件假言命题的否定命题及其恒等命题

必要条件假言命题 **A ↽ B** 为真，当且仅当，具有一独的不会是前件假而后件真。在其余情况下它都为假。所以，必要条件假言命题的否定命题¬（**A ↽ B**）的恒等命题为一个相应的约合命题¬ **A ！ B**。其恒等式为：

¬（**A ↽ B**）= ¬ **A ！B**

例如：

并非“只有大国才有电子技术” 恒等于 “不是大国，也可以有电子技术”。

7.4.3　充分必要条件假言命题的否定命题及其恒等命题

充分必要条件假言命题 **A ⇌ B** 为真，当且仅当，具有一独的 **A**、**B** 同真假。若 **A⇀B**、**B⇀A** 中至少有一为假，则 **A ⇌ B** 为假。所以，充分必要条件假言命题的否定命题¬（**A ⇌ B**）的恒等命题为两个相应的约合命题构成的析取命题：（**A！ ¬B**）∨（**¬A ! B**）。其恒等式为：

¬（**A ⇌ B**）=（**A!¬B**）∨（**¬A ! B**）

例如：

并非“天气阴冷，当且仅当，下雨”恒等于“天气阴冷可以不下雨，或者天气不阴冷也可以下雨”。

7.4.4　尽举相容选言命题的否定命题及其恒等命题

尽举相容选言命题 **A ↾ B** 为真，当且仅当，具有一独的不会是 **A**、**B** 同假；否则为假。因此，尽举相容选言命题的否定命题¬（**A ↾ B**）的恒等命题为一个相应的约合命题**¬A ！ ¬B**。其恒等式为：

¬（**A ↾ B**）= **¬A ！ ¬B**

例如：

并非“生病的症状不是发烧就是呕吐”恒等于“生病的症状可以不发烧，也可以不呕吐。”

7.4.5　尽举反相容选言命题的否定命题及其恒等命题

尽举反相容选言命题为真，当且仅当，具有一独的不会是 **A**、B 同真；否则为假。因此，它的否定命题¬（**A** ↿ B）的恒等命题为一个相应的约合命题 **A ！ B**。其恒等式为：

¬（**A** ↑ **B**）= **A** ！**B**

例如：

并非“和平与发展不可兼得” 恒等于 “和平与发展可以兼得”。

7.4.6　尽举不相容选言命题的否定命题及其恒等命题

尽举不相容选言命题为真，当且仅当具有一独的不会是 **A**、**B** 同真假；否则为假。因此，尽举不相容选言命的否定命题¬（**A** ↑ **B**）的恒等命题为两个相应的约合命题构成的析取命题，即（**A**！**B**）∨（¬**A**！¬**B**）。其恒等式为：

¬（**A** ↑ **B**）=（**A**！**B**）∨（¬**A**！¬**B**）

例如：

并非“甲要么是军人要么是学生”恒等于“甲可以是军人也可以是学生；或者甲可以不是军人，也可以不是学生”。

7.4.7　约合命题的否定命题及其恒等命题

约合命题 **A** ！**B** 为真，当且仅当，并非具有一独的不会是 **A** 真而非 **B** 假；**A** ！**B** 为假，当且仅当，若 **A** 则非 **B** 为真。所以，约合命题的否定命题¬（**A** ！**B**）的恒等命题是 **A** ⇀¬**B**。其恒等式为：

¬（**A** ！**B**）= **A** ⇀¬**B**

例如：

并非“甲是乙的哥哥，乙也可以是甲的哥哥”恒等于“如果甲是乙的哥哥，那么乙就不是甲的哥哥。”

在上述恒等命题的恒等式中，把恒等式左边的否定式中的否定号去掉，恒等号左右两边的表达式的真假关系就是矛盾关系：不能同真也不能同假。具有这种关系的两个命题称为矛盾命题，它们也是关于一对矛盾事件的思考。

7.5　外延命题和内涵命题

当代形式逻辑将复合命题区分为外延命题和内涵命题。

7.5.1　外延命题

设集 $S=\{e_1, e_2, \cdots, e_i, \cdots, e_m\}$，其中，$m$ 为大于 0 的确定的自然数，并且，从 e_1 到 e_m 可逐一列举。若命题 **A** 所思考的是集 S 中的个体全都具有属性 p 或至少有一个体具有属性 p，则称 **A** 为外延命题。外延命题包括外延合取命题和

外延析取命题两种。

外延合取命题就是关于集 S 中可逐一列举的个体全都具有属性 p 的思考。例如，下列语句所表达的命题皆为外延合取命题。

1）贵州人武学院 2007 级一区队的学生都是南方人。

2）鲁迅的所有小说都不超过三万字。

例 1）所思考的是集（贵州人武学院 2007 级一区队的学生）中的每一个都具有南方人的属性。或者说，例 1）思考的该区队学员的第一位是南方人、第二位是南方人、……、第 m 位是南方人的合取。例 2）思考的是集（鲁迅的小说）中的每一篇都具有不超过三万字的属性。也就是说，例 2）思考的是鲁迅的小说中第一篇不超过三万字、第二篇不超过三万字、……、第 m 篇不超过三万字的合取。

外延合取命题的逻辑表达式为：

$$p(e_1)\wedge p(e_2)\wedge\cdots\wedge p(e_i)\wedge\cdots\wedge p(e_m)$$

念做“e_1 是 p，并且，e_2 是 p，并且，…，并且，e_i 是 P，并且，…，并且，e_m 是 p”。

外延析取命题就是关于集 S 的可逐一列举的个体至少有一个具有属性 p 的思考。例如，下列语句所表达的便是外延析取命题：

1）这本军事刊物上有的作品是短篇小说。

2）在座有人不会操作传感器。

这里 1）所思考的是集（这本军事刊物上的作品）中至少有一篇具有短篇小说的属性。换言之，1）所思考的是这本军事刊物上的作品第一篇是短篇小说、第二篇是短篇小说、……第 m 篇是短篇小说的析取。2）所思考的是集（在座的人）中至少有一个具有不会操作传感器的属性，亦即，2）所思考的是在座的人中第一个不会操作传感器、第二个不会操作传感器、……第 m 个不会操作传感器的析取。

外延析取命题的逻辑表达式如下：

$$p(e_1)\vee p(e_2)\vee\cdots\vee p(e_i)\vee\cdots\vee p(e_m)$$

念做“e_1 是 p，或者，e_2 是 p，或者，…，或者，e_i 是 p，或者，…，或者，e_m 是 p”。

我们知道，要确定合取命题为真，只有逐一确定每一个合取肢为真；要确定析取命题为假，必须逐一确定每一个析取肢为假。因此，外延命题只能是对其个体可逐一列举的有限集的思考。对其个体不能逐一列举的有限集或无限集或空集的思考的命题不是外延命题，而是内涵命题。

7.5.2　内涵命题

设 S 为其元不可逐一列举的有限集、无限集或空集。若命题 **A** 思考的是集 S 中的个体具有属性 p 必定具有属性 q 或具有属性 p 未必不具有属性 q，则称 **A** 为内涵命题。内涵命题包括内涵充分条件假言命题和内涵约合命题两种。

内涵充分条件假言命题就是关于不可逐一列举的有限集、无限集或空集 S 中的个体具有属性 p 必定具有属性 q 的思考。例如，下列语句表达的命题皆为内涵充分条件假言命题：

1）植物都有生命。

2）杀人犯都是罪犯。

3）歌德巴赫猜想的解决者是数学家。

例 1）所思考的是集（物体）中的个体具有植物的属性必定具有有生命的属性。例 2）所思考的是集（人）中的个体具有杀人犯的属性必定具有罪犯的属性。例 3）所思考的是集（歌德巴赫猜想的解决者）中的个体若具有解决了歌德巴赫猜想的属性则必定具有数学家的属性。或者说，例 1）所思考的是某物体是植物必定有生命，例 2）所思考的是某人是杀人犯必定是罪犯。例 3）所思考的是：x 是歌德巴赫猜想的解决者必定 x 是数学家。

内涵充分条件假言命题的逻辑表达式为：

p（x）→q（x）

念做“若 x 是 p，则 x 是 q”。

内涵约合命题就是关于不可逐一列举的有限集、无限集或空集 S 的个体具有属性 p 未必不具有属性 q 的思考。例如，下列语句表达的命题便是内涵约合命题：

1）歌德巴赫猜想的解决者可以是中国人。

2）乌鸦可以是白色的。

例 1）所思考的是集（歌德巴赫猜想的解决者）中的个体具有解决歌德巴赫猜想的属性未必不具有中国人的属性，例 2）所思考的集（鸟）中的个体具有乌鸦的属性未必不具有羽毛白色的属性。

内涵约合命题的逻辑表达式如下：

p（x）! q（x）

念做“x 是 p 约合 x 是 q”。

内涵命题是对其个体不能逐一列举的有限集、无限集或空集中的个体具有属性 p 必定具有属性 q 或者具有属性 p 未必不具有属性 q 的思考。因此，内涵

命题的真假是不可能通过外延的逐一列举来确定的，只能通过对内涵的科学分析才能确定。这一点也正是内涵命题与外延命题的根本区别。

7.6　下定义和定义

7.6.1　下定义和定义

以揭示一概念 s 的内涵从而确定其外延为目的的逻辑活动称为给 s 下定义。给 s 下定义这个逻辑活动通常是通过下述方式进行的：替 s 找一个具有和 s 相同的外延而内涵为人们所熟识的另一个概念 p，让人们通过熟悉其内涵的概念 p 去明确 s 的内涵从而确定其外延。例如给概念“数学”下定义就是替“数学”这一概念找一个与之具有相同外延而内涵为人们所熟识的另一个概念，这个概念即“研究现实世界的空间形式和数量关系的科学”。

下定义不同于定义。给概念 s 下定义的实质在于揭示 s 所反映的对象的共仅属性，把 s 所反映的对象与其他对象区别开来。定义是一种特殊的命题，它是人们对一定认识对象的认识成果的总结。亦即，定义是下定义这种逻辑活动的结果。人们运用定义的形式把在实践中达到的对事物的共仅属性的认识巩固下来，并用以指导进一步的实践活动。随着人们对事物的认识不断深化，反映这一事物的概念的定义就需要相应修改，甚至全部推翻，而形成新的定义。关于某个概念的定义具体如何下，是各门科学的任务。我们这里所研究的只是下定义的方法和应遵守的规则。

为了让人们通过熟识其内涵的概念 p 去明确 s 的内涵从而确定其外延，作为下定义这个逻辑活动的结果的命题——定义必须具有以下三个性质：

1）以揭示 s 的内涵从而确定其外延（亦及明确概念 s）为目的；

2）在 p 中不出现 s，亦即，不循环；

3）逻辑结构为：s（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）$\rightleftharpoons$ p（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）。亦即，是关于 s（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）、p（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）的充分必要条件假言命题。

上述要求作为通过下定义而得出的结果的命题必须满足的性质 1）、2）、3）称为下定义的规则。其中，要求满足规则⑴是最根本的。鉴于定义的目的是为了揭示被定义概念的内涵从而确定其外延，因此，下定义必须要求用科学术语，不能用含混不清的概念，也不能用比喻。要求满足规则 2）、3）就是为确保能满足 1）。能正确地满足这些规则的命题就称为正则命题。

概念 s 的定义就是通过给 s 下定义得出的正则命题——用来明确概念 s、不循环的关于 s（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）和 p（x_1，x_2，…，x_i，…，x_n）的充分必要条件假言命题。

其中，s 称为被定义概念，p 称为定义概念。如：

$\underbrace{\text{人}}_{s}$ 是 $\underbrace{\text{能够制造和使用生产工具的动物。}}_{p}$

只有在定义中出现的 s、p 才分别是被定义概念、定义概念，否则就不是。指着一个非正则命题 **A** 说："这个定义是非正则的，因而是错误的定义"，"这个定义中的定义名词过宽（或过窄）"，这些说法都是自相矛盾的。当然，把非正则命题 **A** 当作定义是一种错误，不过，在这种情况下，错误的仅仅是那指非为是的态度，那被指的 **A** 本身并没有什么错误。正确的说法应是："这个命题 **A** 并非正则，故而不是定义"，"命题 **A** 中的概念 p 过宽（或过窄），不是定义概念"。

7.6.2　如何鉴别一命题是否定义

只有用来明确概念的不循环的充分必要条件假言命题即正则命题才是定义，否则就不是。

要鉴别一个语句是否承载充分必要条件假言命题，有确定的语用学标准；要鉴别一个充分必要条件假言命题是否循环，有确定的语言学标准；至于一个不循环的充分必要条件假言命题是否"用来明确概念"，则完全取决于命题作出者的意愿（他是否想给 s 下定义），只要"用来明确概念"便可，不问事实上究竟是否起到"明确概念"的作用。例如：

1）圆是平面上的点对一个中心保持相等距离运动所形成的封闭曲线。

2）新民主主义革命就是在无产阶级领导之下的人民大众的反帝反封建的革命。

3）马克思主义哲学是研究自然界、人类社会和思维发展的最普遍的规律的科学。

以上语句所表达的命题 1）、2）、3）均能正确满足下定义的三条规则，亦即是用来明确概念的不循环的充分必要条件假言命题，因而是正则命题，是定义。

下列语句所表达的命题全都不是定义：

4）商品就是通过货币进行交换的产品。

5）麻醉就是麻醉剂所起的作用。

6）原因就是引起结果的事件，结果就是原因引起的事件。

7）人民，只有人民，才是创造历史的真正动力。

8）北京是祖国的心脏。

这是因为：4）不是充分必要条件假言命题，它的宾词想得过窄。5）、6）虽然是企图分别用来明确名词“麻醉”、“原因”与“结果”的充分必要条件假言命题，然而主宾词循环。7）、8）虽是不循环的充分必要条件假言命题，然而不是用来明确概念的。故而命题 4）、5）、6）、7）、8）都不是用来明确概念的不循环的充分必要条件假言命题，即都不是正则命题，因此，都不是定义。当然，也不是什么“定义概念过宽（或过窄）的定义”、“循环的定义”、“并不用来明确概念的定义”。是定义就是定义，不是定义就不是定义。不管 **A** 是否定义，**A** 本身均无所谓对错。倘若有人把非定义的 4）、5）、6）、7）、8）当作定义，有错误的只是那个人对 4）、5）、6）、7）、8）的认识，他的错误在于指非为是。但是即使在这种情况下，那并非定义的 4）、5）、6）、7）、8）本身仍然并没有什么错误可言，仍然可以在不拿它们当作定义使用的领域中发挥确定的效能，依旧不会从非定义变成什么“错误的定义”。这就像即使有人想从鞋刷子身上挤出奶来，有错误的只是那个糊涂人对鞋刷子的认识，那原本不是哺如乳动物的鞋刷子本身并没有什么错误可言，依旧可以在不把它当作哺乳动物的领域里发挥效能，仍然不会从此变成什么“没有乳腺的哺乳动物”一样。

下述命题尽管主、宾词的外延事实上并不相等（故而事实上并不曾起到明确主词的作用），然而，由于是用来明确概念的不循环的充分必要条件假言命题，亦即，是正则命题，因此是定义：

9）数学是按一定规律编写出来的无意义的符号体系。

事实上，9）是虚假的，可是，9）又是定义，因此，9）是个虚假的定义。通过定义所揭示的一名词的内涵（即其外延集的共仅属性）可以是但未必是本质。揭示本质的真实定义称为科学定义，如：

10）人是能制造和使用生产工具的动物。

此外，不揭露本质的真实定义称为区别定义——只起到区别出来的作用，如：

11）人是两足、无羽的动物。

由以上所述可知，命题按是否正则，区分为定义与非定义（这完全取决于是否正则）；定义按其真值，区分为真实定义与虚假定义（这取决于作为正则命题的定义是否符合客观情况）；真实定义按是否揭露本质区分为科学定义与

区别定义（这取决于符合实际的正则命题是否揭露本质）。定义的分类如下：

- 定义
  - 真实定义
    - 科学定义
    - 区别定义
  - 虚假定义

7.6.3　表述定义的自然语句句型

定义是有一定语言表达形式的，表述定义的语句称为定义句，定义句是定义的语言载体。

定义句往往采用下述直陈句句型：“s 是 p”，“s 即 p”，“s 就是 p”，“所谓 s 指的就是 p”，“s 就规定为 p”，“称 s 为 p”，“p 叫做 s”，“s—p”，等等。

此外，也采用下述条件句句型：“若 p，则称为 s”，“如果 p，那么就称为 s”等。如“寒潮就是指异常寒冷的空气潮流。根据我国气象部门的规定，如果一次冷空气能使长江下游及其以北地区四十八小时内降温摄氏十度以上，长江中下游最低气温达到四度或四度以下，陆上、海上都有大风，那么这股冷空气就称为‘寒潮’”。（《北京日报》1978 年 1 月 15 日第二版）

在数学等严格的演绎科学中，往往采用“若 p，则 s”，“s，当且仅当，p”这一类句型。例如：“在一次随机实验中，若事件 ***A*** 与事件 ***B*** 不能同时发生，则称 ***A*** 与 ***B*** 为互斥事件或不相容事件。”等等。

这里要注意的是，虽然定义往往采用上述句型表述，但上述任一句型也可用来表达非定义，例如 4）、5）、6）、7）、8），从而说明，是否定义的鉴别标准不是语言的。一命题是否定义，看它是否能正确满足下定义的三条规则。

传统形式逻辑通常是通过揭示邻近的属和种差来下定义（属加种差定义），它可以用公式表示为：

被定义概念 ＝ 种差 ＋ 邻近的属。

种差是被定义概念所反映的对象的特有的、区别于其他事物的本质属性。由于对象的本质属性是多方面的，种差的类别各不相同，因而“属加种差”的定义方法可以根据种差的不同而区分为性质定义、发生定义、关系定义、功用定义等等。例如：

12）水是无色无嗅无味的液体，在一个大气压下于摄氏零度结冰，一百度沸腾，比重为 1。

13）月蚀是地球运行于月球和太阳之间，三者成一直线时所引起的

天文现象。

14）偶数是能被 2 整除的数。

15）气压计是用以测量大气压力的物理仪器。

其中 12）是性质定义（种差是被定义概念所反映的对象性质），13）是发生定义（种差是被定义概念所反映的对象产生或形成的情况），14）是关系定义（种差是被定义概念所反映的对象与另一对象之间的关系或它与另一对象对第三者的关系），15）是功用定义（种差是被定义概念所反映的对象的特殊功用）。一个命题是否属加种差定义，关键在于能否准确地揭示种差。当被定义概念为哲学范畴时，因为它是外延最广的概念，人们找不出它的属概念，也无法确定其种差，故不能用属加种差的方法来下定义。单独概念也不能用这种方法下定义。

与现行传统形式逻辑相比，当代形式逻辑中讨论的下定义有两个很明显的特点：不拘一格地揭示名词（概念）的内涵（即其外延集的共仅属性），不拘泥于传统形式逻辑的“属加种差”的方法；在当代形式逻辑中被定义名词（概念）可以是 n 元名词（概念），而不像现行传统形式逻辑读本那样仅限于 1 元名词（概念）。与此相应，就至少有两个好处：覆盖面比传统逻辑宽得多；未必一定要通过“属加种差”的途径，只要“正则”即可。

例如，对“逆关系”下定义，为传统逻辑所不能，因为这是一个 2 元关系。当代形式逻辑则很容易做到。设 P、$P' \subset U$，且 p、p' 分别为 P、P' 的共仅属性，p' 为 p 的逆关系，当且仅当，若（x，y）$\in P$，则（y，x）$\in P'$。又如，定义“第一独立性，就是无需依据 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 本身的有无确定不会是有 $\boldsymbol{A}$ 而无 $\boldsymbol{B}$”，也有如上所说的类似情况。“递归定义”是当代形式逻辑的一种下定义的方法，这是一种既科学又方便的下定义的方法。

从以上讨论我们可以得出这样的结论：只有正则命题才是定义。凡定义皆正则；传统的“属加种差定义”是一种特殊的、适用面很窄的正则命题；有许许多多并非通过属加种差方法而得出的正则命题。

7.7　复合命题的自然语言载体

复合命题作为对客观事件的思考，离不开一定的物质载体。复合命题的人工语言载体是其符号表达式，其结构与复合命题所思考的事件的逻辑结构具有一一对应的关系。复合命题的自然语言载体是语句，而语句的句型结构与复合命题所思考的事件的逻辑结构却不具有一一对应的关系。不仅不同的语句句型可以表达同一类复合命题，而且，相同的语句句型也可以表达不同类的复合命题。下面，我们通过实例说明这种关系。

下列语句皆表达充分条件假言命题：

1）如果张三是杀人犯，那么张三是罪犯。

2）当人得肺炎时，便要发烧。

3）金属必然导电。

4）作案定有作案时间。

5）哪里有压迫，哪里就有反抗。

6）甲是党委书记不可能不是党员。

7）既然铜是金属，铜就是导电体。

8）有春夏秋冬，就有花开花落。

9）栽什么树苗结什么果。

10）人皆有死。

11）月晕而风。

下列语句皆表达合取命题：

1）毛泽东是军事家，并且是思想家。

2）小红又高又漂亮。

3）鲁迅既是文学家又是革命家。

4）老张和老赵都是军事教官。

5）有的人为活着而吃饭，有的人为吃饭而活着。

6）中国是社会主义国家，也是第三世界国家。

7）边说话边做事。

8）学员王琼认识教官老洪，而教官老洪不认识学员王琼。

9）他白而胖。

10）有说有笑。

下列语句皆表达必要条件假言命题：

1）只有通过电子对抗的实施夺权电磁优势进而掌握信息优势，才能达成信息战的目的。

2）只有降温到零界温度，才能使气体液化。

3）除非有军事才能，否则不能成为军事家。

4）必须努力，才能攀登到顶峰。

5）学习先进，才能赶超先进。

6）有量的积累，才有质的飞跃。

7）氧气是燃烧的必要条件。

8）只有诚实谦逊、坚韧不拔，才能真正学到系统的知识。

上述实例充分说明，不同句型的语句可以表达同一类复合命题。如“如果张三是杀人犯，那么张三是罪犯”和“人皆有死”，其句型很不相同，但都表达充分条件假言命题。又如“毛泽东是军事家，并且是思想家”与“有说有笑”，其句型差异也很大，然而都表达了合取命题。“除非有军事才能，否则不能成为军事家”和“有量的积累，才有质的飞跃”，表面上句型差别很大，却都表达了必要条件假言命题。`通过上述实例我们还可以看出，句型相同的语句亦可表达不同类的复合命题。如“月晕而风”和“他白而胖”，其句型完全相同，但前者表达充分条件假言命题，而后者却表达合取命题。

鉴于复合命题与其自然语言载体之间存在上述复杂关系，因此，想通过语句句型来确定语句所表达的复合命题类型，显然是办不到的。事实上，当一个语句表达复合命题时，它究竟表达什么样的复合命题，绝不取决于语句本身，而取决于语句在其语境中所指谓的客观事件究竟是什么事件。因此，要确定一个语句表达何种复合命题，只有结合语境确定该语句所指谓的复合事件才能办到。关于这方面的研究我们就叫“当代形式逻辑语用学”。

第 4 篇　逻 辑 定 理

第 8 章　推理和导出

8.1　逻辑定理概述

逻辑定理是关于客观世界逻辑规律的思考。鉴于此，从一个逻辑系统的逻辑定理的数量、规格，以及得出逻辑定理的方法，就可以鉴别一个逻辑系统的水平。

根据逻辑规律的种类，作为对逻辑规律的思考的逻辑定理可做相应的分类。逻辑规律可分为逻辑定律和逻辑法则，相应地，作为关于逻辑规律思考的逻辑定理可二分为逻辑有效命题和逻辑规则。在本书中，我们对逻辑定理做如下分类，如图 8.1 所示。

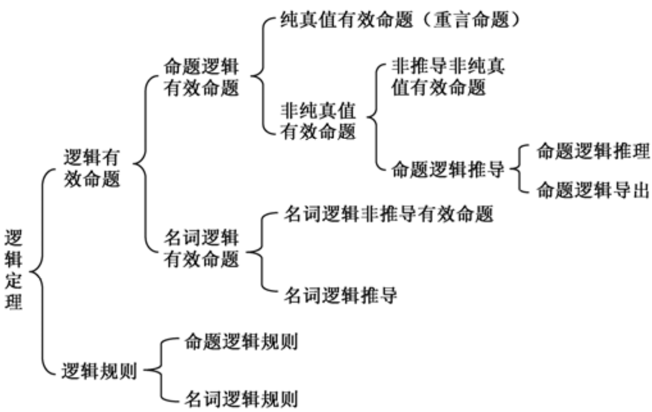


图 8.1　逻辑定理分类

在本章，我们将讨论一系列为传统形式逻辑所无力问津的定理。我们所讨论和介绍的，仍不过是当代形式逻辑定理的沧海一粟，而此外的浩如烟海的逻辑定理，也都可以用当代形式逻辑的语构学将其一网打尽。当代形式逻辑正是一座无数逻辑定理的宏伟宝殿。

8.1.1 命题逻辑和名词逻辑

1．命题逻辑

命题逻辑是关于以基础事件为最小单位的纯真值逻辑定律和非纯真值事件逻辑定律以及事件逻辑法则等客观世界的事件逻辑规律的思考。事件逻辑规律是不同于项、事件的一类客观存在。命题逻辑规律则是研究这类客观存在得出的理论结果。命题逻辑主要特点在于，它在通过基础命题去研究客观世界的事件逻辑规律时，无需对基础命题的内部结构和组成因素进行分析、研究，而是以基础命题为最小单位。

所谓基础命题，是关于基础事件的思考。鉴于基础事件在思考时不分析其内部逻辑结构，因而，基础命题是不分析其思考对象内部逻辑结构的命题。如基础命题 **A**，可以是 p（e）这种原子命题，也可以是 $\mathbf{B}\vee\neg\mathbf{C}$ 这样的复合命题，等等。**A** 本身可能是很复杂的命题，只是在思考时，把那些很复杂的事件当做一个整体，而不分析其内部结构。

关于客观世界纯真值的事件逻辑定律的思考，在命题逻辑里称为纯真值有效命题。其形式化表达式称为重言式（重言式是一类有效式），是纯真值有效命题的式，如 $\mathbf{A}\vee\neg\mathbf{A}$、$\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B}\vee\neg\mathbf{B}$ 等。关于客观世界非纯真值的事件逻辑定律的思考，在命题逻辑里称为非纯真值有效命题。其形式化表达式称为命题逻辑含充分条件式，如 $\mathbf{A}\wedge(\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B})\rightharpoonup\mathbf{B}$。所谓命题逻辑规则，是关于事件逻辑法则的思考。如从有效式 $\mathbf{A}\vee\neg\mathbf{A}$ 与 $\mathbf{A}\vee\neg\mathbf{A}\rightharpoonup\neg(\neg\mathbf{A}\wedge\mathbf{A})$，就可得出有效式 $\neg(\neg\mathbf{A}\wedge\mathbf{A})$。这里所运用的命题逻辑规则是“分离规则”，它是关于客观世界的事件逻辑法则——“分离法则”的思考。

2．名词逻辑

名词逻辑是关于项逻辑定律以及项逻辑法则等客观世界的项逻辑规律的思考。与事件逻辑规律一样，项逻辑规律也是不同于项、事件的一类客观存在。名词逻辑就是研究这类客观存在得出的理论结果。名词逻辑的主要特点在于，它在研究客观世界的项逻辑规律时，要深入到命题的内部结构去，把原子命题分析到 n 元名词和项词。

关于客观的项逻辑定律的思考，在名词逻辑里称为名词逻辑有效命题，其形式化表达式称为名词逻辑有效式。如 $s(e)\wedge[s(x)\rightharpoonup p(x)]\rightharpoonup p(e)$。名词逻辑规则则揭举一些名词逻辑有效式和一个名词逻辑有效式之间的充分条件关系，是逻辑科学关于客观的项逻辑法则的思考。

3．关于命题逻辑和名词逻辑的规则

命题逻辑规则和名词逻辑规则统称为逻辑规则，并且简称为规则。若以Γ、$\mathbf{A}$ 分别表示一些和一个有效式，以 $\vdash$ 表示“可从…得出…”，则$\Gamma \vdash \mathbf{A}$ 表示规则，念做“可从Γ得出 $\mathbf{A}$”。这里，$\vdash$ 是 $\rightharpoonup$（若…，则…）的特殊情况，因为 $\vdash$ 的前后件是关于有效式的，而 $\rightharpoonup$ 的前后件不一定是有效式，可以是任意的式。如从 $\mathbf{C}\vee\neg\mathbf{C}$ 与 $\mathbf{C}\vee\neg\mathbf{C}\rightharpoonup\neg(\neg\mathbf{C}\wedge\mathbf{C})$ 得出$\neg(\neg\mathbf{C}\wedge\mathbf{C})$，$\Gamma$就是 $\mathbf{C}\vee\neg\mathbf{C}$ 与 $\mathbf{C}\vee\neg\mathbf{C}\rightharpoonup\neg(\neg\mathbf{C}\wedge\mathbf{C})$，$\mathbf{A}$ 就是$\neg(\neg\mathbf{C}\wedge\mathbf{C})$，这里的前件$\Gamma$和后件 $\mathbf{A}$ 都是有效式。由于 $\vdash$ 是 $\rightharpoonup$ 的特殊情况，因此，当成立 $\mathbf{A}\vdash\mathbf{B}$ 时，却未必成立 $\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$。如成立$(\mathbf{A}_1\rightharpoonup\mathbf{B}_1)\vdash(\mathbf{C}\rightharpoonup\mathbf{C}_1)\wedge(\mathbf{A}_1\rightharpoonup\mathbf{B}_1)$时，就不成立$(\mathbf{A}_1\rightharpoonup\mathbf{B}_1)\rightharpoonup(\mathbf{C}\rightharpoonup\mathbf{C}_1)\wedge(\mathbf{A}_1\rightharpoonup\mathbf{B}_1)$，其所以如此，这是由于不成立$(\mathbf{A}_1\rightharpoonup\mathbf{B}_1)\rightharpoonup(\mathbf{C}\rightharpoonup\mathbf{C}_1)$。

$\Gamma\vdash\mathbf{A}$ 是规则，当且仅当，为Γ、$\mathbf{A}$ 所思考的关于一些、一个普有事件之间的充分条件关系确实存在。这里所说的规则不是人为的约定，不是可以违反的规范，而是逻辑科学所刻划的关于客观世界的不以人的意志为转移的铁的逻辑法则——一种特殊的逻辑规律。当某个陈述不是某条规则的引用时，我们只能说“这个陈述不是规则”，而不能说“这个陈述是犯了违反某条规则的逻辑错误”，因为，“违反某条逻辑规则”这样的“逻辑错误”是不可能存在的。规则是不可能“违反”的，可以“违反”的就不可能是什么规则。提醒注意，逻辑规则是关于客观世界逻辑法则的思考，而逻辑法则是客观世界的逻辑规律；逻辑规律是规律，规律是不以人的意志为转移的；因此，规则是不可能“违反”的。这是辨证唯物论的常识。

对于向人们提供从已知进入未知的工具的逻辑科学来说，按能否得出新知，可将有效充分条件命题二分为推理和导出两类。推理和导出统称推导。

在$\vdash\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$ 中，若可独立于 $\mathbf{B}$ 为真确定 $\mathbf{A}$ 为真，则称 $\mathbf{B}$ 对 $\mathbf{A}$ 来说是新知。

8.1.2 推理和推理式

若$\vdash\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$，且从逻辑内容上说可在未确定 $\mathbf{B}$ 为真的情况下确定 $\mathbf{A}$ 为真，则称 $\mathbf{A}$ 推出 $\mathbf{B}$，并称 $\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$ 为推理式。以 $\models\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$ 表示 $\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$ 为推理式。$\models$ 中的两个短横表示 $\mathbf{A}\rightharpoonup\mathbf{B}$ 具有两个独立性。其中 $\mathbf{A}$ 称为前件、前提或假设，$\mathbf{B}$ 称为后件、结论或结果。如 $\models(\mathbf{C}\rightharpoonup\neg\mathbf{C})\rightharpoonup\neg\mathbf{C}$（归谬式），$\models\mathbf{C}\wedge(\mathbf{C}\rightharpoonup\mathbf{D})\rightharpoonup\mathbf{D}$（充分条件假言推理肯定式），$\models p(e)\wedge[p(x)\rightharpoonup q(x)]\rightharpoonup q(e)$（内涵三段论式），前二者为命题逻辑推理式，后者为名词逻辑推理式。

这里，把“从逻辑内容上说可在未确定 **B** 为真的情况下确定 **A** 为真”简化为“可独立于 **B** 确定 **A**”，并称此为第二独立性，简称二独。由上述可见，推理式不仅具有一独，而且具有二独。一独和二独合称为两个独立性。$\models$ 为两独有效号，表示不仅有效而且具有两独，两短横就表示具有两个独立性。推理式 $\models$ **A** ⇀ **B** 是有两独的有效式，是具有两个独立性的逻辑真理：仅仅依据其逻辑内容即可独立于 **A**、**B** 确定不会是 **A** 真而 **B** 假，且可独立于 **B** 确定 **A** 为真。

例如，下面用竖式表示的推理式就具有两个独立性：

如果 **C**，那么 **D**；

C

所以，**D**

相应的横式为：$\models$ **C**∧（**C**⇀**D**）⇀**D**

下面就是这个推理式的实例：

例（1）：

如果敌军发动攻击，则敌军必有攻击时间；

敌军确实发动攻击了；

所以，敌军有攻击时间。

由于可独立于 **D** 为真确定 **C**∧（**C** ⇀**D**）为真，因此，结论 **D** 对于前提 **C**∧（**C**⇀**D**）来说是新知。实例中，结论“敌军有攻击时间”对于“如果敌军发动攻击，则敌军必有攻击时间”和“敌军确实发动攻击了”这两个前提来说就是新知。

8.1.3　导出和导出式

若 $\vdash$**A**⇀**B**，且从逻辑内容上说不可在未确定 **B** 为真的情况下确定 **A** 为真，亦即，只有在确定 **B** 为真以后才能确定 **A** 为真，则称 **A** 导出 **B**，并称 **A** ⇀ **B** 为导出式。以$\Vdash$ **A**⇀ **B** 表示 **A** ⇀ **B** 是导出式。$\Vdash$ 中的一短横表示 **A** ⇀ **B** 具有第一独立性，左边一竖表示不具有第二独立性。

下面的实际例子就是不出新知的导出：

例（2）：

贵州旅游资源丰富，并且，能源丰富；

所以，贵州旅游资源丰富。

要确定前提“贵州旅游资源丰富，并且，能源丰富”为真需依赖确定结论“贵州旅游资源丰富”为真。若在未确定“贵州旅游资源丰富”为真之前，根本不可能确定“贵州旅游资源丰富，并且，能源丰富”为真。因此，此例的结

论对前提来说不是新知。这称为导出。表达导出的符号式称为导出式。上例的表达式为：

$$\Vdash \mathbf{C} \land \mathbf{D} \rightharpoonup \mathbf{C}$$

写成竖式就是：

C 并且 **D**
———————
所以，**C**

显然，导出式是不能从已知得出新知的有效式。须在确定结论为真后才能确定前提为真；结论对前提来说不是新知。但是，导出式的前提和结论之间具有充分条件关系，满足第一独立性。

8.2　常见的命题逻辑推理

这里介绍的是在日常工作和生活中经常用到的能从已知获取新知的命题逻辑推理。

8.2.1　假言推理

常见的假言推理指下述三种：充分条件假言推理、必要条件假言推理、充分必要条件假言推理。

1．充分条件假言推理

充分条件假言推理就是关于客观世界的以一个充分条件事件和另一个事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。前述例（1）表达的就是一个充分条件假言推理。鉴于事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的充分条件关系是指：具有一独的不会是有 ***A*** 而无 ***B***。对于 $\boldsymbol{A}\rightharpoonup\boldsymbol{B}$ 来说，有 ***A*** 必有 ***B***，无 ***A*** 未必无 ***B***；无 ***B*** 必无 ***A***，有 ***B*** 未必有 ***A***。因此，充分条件假言推理有四条规则：

1）肯定前件就能肯定后件；

2）否定前件不能否定也不能肯定后件；

3）否定后件就能否定前件；

4）肯定后件不能肯定也不能否定前件。

相应于这四条规则，充分条件假言推理有两个有效式：

（1）肯定式：$\vDash \mathbf{A} \land (\mathbf{A} \rightharpoonup \mathbf{B}) \rightharpoonup \mathbf{B}$

其竖式为：

如果 **A**，那么 **B**；

A

所以，**B**

例如：

如果战争是正义的，那么就会得到人民的支持；

抗日战争是正义的；

所以，抗日战争得到人民的支持。

（2）否定式：$\models \neg \mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \to \mathbf{B}) \to \neg \mathbf{A}$

其竖式为：

如果 **A**，那么 **B**；

非 **B**

所以，非 **A**

例如：

如果张某作案，那么张某有作案时间；

张某没有作案时间；

所以，张某没有作案。

根据充分条件假言推理的规则，下述式是无效式。我们只写出横式：

1）$\neg \mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \to \mathbf{B}) \to \neg \mathbf{B}$；

2）$\neg \mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \to \mathbf{B}) \to \mathbf{B}$；

3）$\mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \to \mathbf{B}) \to \mathbf{A}$；

4）$\mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \to \mathbf{B}) \to \neg \mathbf{A}$。

2．必要条件假言推理

必要条件假言推理就是关于客观世界的以一个必要条件事件和另一个事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。鉴于事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的必要条件关系是指：具有一独的不会是无 ***A*** 而有 ***B***。对于 $\boldsymbol{A} \leftarrow \boldsymbol{B}$ 来说，无 ***A*** 必无 ***B***，有 ***A*** 未必有 ***B***；有 ***B*** 必有 ***A***，无 ***B*** 未必无 ***A***。因此，必要条件假言推理有四条规则：

1）否定前件就能否定后件；

2）肯定前件不能肯定也不能否定后件；

3）肯定后件就能肯定前件；

4）否定后件不能否定也不能肯定前件。

相应于这四条规则，必要条件假言推理有两个有效式：

（1）否定式：$\models \neg \mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}) \to \neg \mathbf{B}$

其竖式为：

只有 **A**，才 **B**；

非 **A**

所以，非 **B**

例如：

只有指挥得当，我们才能打好这场战斗。

此次战斗指挥不当；

所以，我们不能打好这场战斗。

（2）肯定式：$\models \mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{A}$

其竖式为：

只有 **A**，才 **B**；

B

所以，**A**

例如：

只有不畏劳苦，才能有所成就；

杨教授取得的成就居国际领先水平；

因此，杨教授肯定是不畏劳苦的人。

根据必要条件假言推理的规则，下述式是无效式。我们也只写出其横式：

1）$\mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{B}$

2）$\mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}) \rightarrow \neg\mathbf{B}$

3）$\neg\mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}) \rightarrow \neg\mathbf{A}$

4）$\neg\mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{A}$

3．充分必要条件假言推理

充分必要条件假言推理就是关于客观世界的以一个充分必要条件事件和另一个事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。鉴于事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的充分必要条件关系是指：具有一独的 ***A*** 和 ***B*** 同有无。对于 $\boldsymbol{A} \rightleftharpoons \boldsymbol{B}$ 来说，有 ***A*** 必有 ***B***，无 ***A*** 必无 ***B***；有 ***B*** 必有 ***A***，无 ***B*** 必无 ***A***。因此，充分必要条件假言推理有四条规则：

1）肯定前件就能肯定后件；

2）否定前件就能否定后件；

3）肯定后件就能肯定前件；

4）否定后件就能否定前件；

相应于这四条规则，充分必要条件假言推理有如下四个有效式：

（1）肯定前件式：$\models \mathbf{A} \land (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \to \mathbf{B}$

其竖式为：

A 当且仅当 **B**
A
所以，**B**

例如：

某三角形 ABC 是等角三角形，当且仅当它是等边三角形；
三角形 ABC 是等角三角形；
所以，三角形 ABC 是等边三角形。

（2）否定前件式：$\models \neg \mathbf{A} \land (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \to \neg \mathbf{B}$

其竖式为：

A 当且仅当 **B**
非 **A**
所以，非 **B**

例如：

某数是正数，当且仅当该数大于零。
某数不是正数；
所以，该数不大于零。

（3）肯定后件式：$\models \mathbf{B} \land (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \to \mathbf{A}$

其竖式为：

A 当且仅当 **B**
B
所以，**A**

例如：

一个三角形是等边三角形，当且仅当它是等角三角形；
三角形 **DEF** 是等角三角形；
所以，三角形 **DEF** 是等边三角形。

（4）否定后件式：$\models \neg \mathbf{B} \land (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \to \neg \mathbf{A}$

其竖式为：

A 当且仅当 **B**
非 **B**

所以，非 **A**

例如：

一个数的平方是奇数，当且仅当这个数本身是奇数；

4 不是奇数；

所以，4 的平方也不是奇数。

根据充分必要条件假言推理的规则，下述式是无效式。我们也只写出其横式：

1）$\mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \rightharpoonup \neg\mathbf{B}$

2）$\neg\mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \rightharpoonup \mathbf{B}$

3）$\mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \rightharpoonup \neg\mathbf{A}$

4）$\neg\mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \rightleftharpoons \mathbf{B}) \rightharpoonup \mathbf{A}$

8.2.2　尽举选言推理

尽举选言推理分为三种，即：尽举相容选言推理、尽举不相容选言推理和尽举反相容选言推理。

1．尽举相容选言推理

尽举相容选言推理就是关于客观世界的以一个尽举相容选择事件和另一个事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的尽举相容选择关系是指：具有一独的不会是 ***A***、***B*** 同无。对于 $\boldsymbol{A} \upharpoonright \boldsymbol{B}$ 来说，无 ***A*** 必有 ***B***，有 ***A*** 未必有 ***B***；无 ***B*** 必有 ***A***，有 ***B*** 未必有 ***A***。因此，尽举相容选言推理有下述两条规则：

1）否定其中一个选言肢就能肯定另一个选言肢；

2）肯定其中一个选言肢不能肯定也不能否定另一个选言肢。

相应于这两条规则，尽举相容选言推理的有效式是否定肯定式，共两个：

（1）否定肯定式（a）：$\models \neg\mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \upharpoonright \mathbf{B}) \rightharpoonup \mathbf{B}$

其竖式为：

A 尽举相容 **B**
非 **A**
———————
所以，**B**

例如：

一个成绩拔尖的学生不是具有过人的聪明才智，就是具有勤奋刻苦的精神；
成绩拔尖的学生李强不具有过人的聪明才智；
———————————————————————————
所以，成绩拔尖的学生李强具有勤奋刻苦的精神。

（2）否定肯定式（b）：⊨ ¬**B** ∧（**A** ↾ **B**）⇀ **A**

其竖式为：

A 尽举相容 **B**
非 **B**
———————
所以，**A**

例如：

某部队攻下了敌人的一个堡垒，或者强攻，或者智取；
这支部队没有智取；
———————————————————————
所以，这支部队是强攻。

根据尽举相容选言推理的规则，下述式是无效式。我们也只写出其横式：

1）**A**∧（**A**↾**B**）⇀**B**；

2）**B**∧（**A**↾**B**）⇀**A**；

3）**A**∧（**A**↾**B**）⇀¬**B**；

4）**B**∧（**A**↾**B**）⇀¬**A**；

5）¬**A**∧（**A**↾**B**）⇀¬**B**；

6）¬**B**∧（**A**↾**B**）⇀¬**A**。

2．尽举反相容选言推理

尽举反相容选言推理就是关于客观世界的以一个尽举反相容选择事件和另一个事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的尽举反相容选择关系是指：具有一独的不会是 ***A***、***B*** 同有。对于 ***A***↿***B*** 来说，有 ***A*** 必无 ***B***，无 ***A*** 未必无 ***B***；有 ***B*** 必无 ***A***，无 ***B*** 未必无 ***A***。

因此，尽举反相容选言推理有两条规则：

1）肯定其中一个选言肢就能否定另一个选言肢；

2）否定其中一个选言肢不能否定也不能肯定另一个选言肢。

相应于这两条规则，尽举反相容选言推理的有效式为肯定否定式，共有

两个：

（1）肯定否定式（a）：⊨ **A**∧（**A**↑**B**）→¬**B**

其竖式为：

A 尽举反相容 **B**

A

所以，非 **B**

例如：

两人对弈，要么甲胜乙，要么乙胜甲；

甲胜乙；

所以，乙没有胜甲。

（2）肯定否定式（b）：⊨ **B**∧（**A**↑**B**）→¬**A**

其竖式为：

A 尽举反相容 **B**

B

所以，非 **A**

例如：

两人对弈，要么甲胜乙，要么乙胜甲；

乙胜甲；

所以，甲没有胜乙。

根据尽举反相容选言推理的规则，下述式是无效式：

1）¬**A**∧（**A**↑**B**）→¬**B**；

2）¬**A**∧（**A**↑**B**）→**B**；

3）¬**B**∧（**A**↑**B**）→¬**A**；

4）¬**B**∧（**A**↑**B**）→**A**；

5）**A**∧（**A**↑**B**）→**B**；

6）**B**∧（**A**↑**B**）→**A**。

3．尽举不相容选言推理

尽举不相容选言推理就是关于客观世界的以一个尽举不相容选择事件和另一个事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的尽举不相容选择关系是指：具有一独的不会是 ***A***、***B*** 同有无。对于 ***A*** ↑ ***B*** 来说，有 ***A*** 必无 ***B***，无 ***A*** 必有 ***B***；有 ***B*** 必无 ***A***，无 ***B*** 必有 ***A***。因此，尽举不相容选言推理有四条规则：

1）肯定其中一个选言肢就能否定另一个选言肢；

2）肯定其中一个选言肢就不能肯定另一个选言肢；

3）否定其中一个选言肢就能肯定另一个选言肢；

4）否定其中一个选言肢就不能否定另一个选言肢。

相应于这四条规则，尽举不相容选言推理的有效式有下述 4 个：

（1）否定肯定式（a）：$\models \neg \mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \uparrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{B}$

其竖式为：

A 尽举不相容 **B**

非 **A**

所以，**B**

例如：

要么继续闭关锁国而落后挨打，要么实行改革开放而走向富强；

我们不能再继续闭关锁国而落后挨打；

所以，我们必须实行改革开放而走向富强。

（2）否定肯定式（b）：$\models \neg \mathbf{B} \wedge (\mathbf{A} \uparrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{A}$

其竖式为：

A 尽举不相容 **B**

非 **B**

所以，**A**

例如：

对于前进道路上的困难，或者战而胜之，或者被困难所吓倒；

我们不能被前进道路上的困难所吓倒；

所以，我们要战而胜之。

（3）肯定否定式（a）：$\models \mathbf{A} \wedge (\mathbf{A} \uparrow \mathbf{B}) \rightarrow \neg \mathbf{B}$

其竖式为：

A 尽举不相容 **B**

A

所以，非 **B**

例如：

要么为玉碎，要么为瓦全；
宁为玉碎；
————————
所以，不为瓦全。

（4）肯定否定式（b）：$\models$ **B**∧（**A** ↑ **B**）→¬**A**

其竖式为：

A 尽举不相容 **B**
B
————————
所以，非 **A**

例如：

要么为玉碎，要么为瓦全；
宁为瓦全；
————————
所以，不为玉碎。

根据尽举不相容选言推理的规则，下述式为无效式：

1）¬**A** ∧（**A** ↑ **B**）→¬**B**；

2）¬**B** ∧（**A** ↑ **B**）→¬**A**；

3）**A** ∧（**A** ↑ **B**）→**B**；

4）**B** ∧（**A** ↑ **B**）→**A**。

8.2.3 充分条件假言联锁推理

充分条件假言联锁推理就是关于客观世界的以两个或两以上的充分条件事件为前提演进到一个新的充分条件事件的普效的充分条件定律的思考。充分条件假言联锁推理要遵守充分条件假言推理的规则。因此，充分条件假言联锁推理有肯定式和否定式两种：

1）充分条件假言联锁推理肯定式：$\models$（**A**→**B**）∧（**B**→**C**）→（**A**→**C**）

其竖式为：

如果 **A**，那么 **B**；
如果 **B**，那么 **C**；
————————
所以，如果 **A**，那么 **C**。

例如：

如果党内凝聚力增强，那么党的吸引力就会增强；
如果党的吸引力增强，那么党就能更好地发挥领导作用；
————————
因此，如果党内凝聚力增强，那么党就能更好地发挥领导作用。

2）充分条件假言联锁推理否定式：$\models$（**A**→**B**）∧（**B**→**C**）→（¬**C**→¬**A**）

其竖式为：

如果 **A**，那么 **B**
如果 **B**，那么 **C**

所以，如果非 **C**，那么非 **A**

例如：

如果物体受到摩擦，那么物体生热；
如果物体生热，那么物体体积就发生变化；

所以，如果物体体积没有发生变化，那么物体没有受到摩擦。

根据充分条件假言推理的规则，下述式是无效式：

1）$(A \to B) \wedge (B \to C) \to (\neg A \to \neg C)$；

2）$(A \to B) \wedge (B \to C) \to (\neg A \to C)$；

3）$(A \to B) \wedge (B \to C) \to (C \to A)$；

4）$(A \to B) \wedge (B \to C) \to (C \to \neg A)$。

在实际工作和生活中，人们还常常用到必要条件假言联锁推理。比如：

只有方法得当，才能提高学习效率；
只有提高了学习效率，才能获得好的成绩；

因此，方法若不得当，就不能获得好的成绩。

其推理式为：$\models (A \leftarrow B) \wedge (B \leftarrow C) \to (\neg A \to \neg C)$

其余的必要条件假言联锁推理的有效式和无效式留给读者去做。

8.2.4 充分条件假言联言推理

充分条件假言联言推理就是关于客观世界的以两个或两个以上的充分条件事件和一个合取事件为前提演进到一个新的合取事件的普效的充分条件定律的思考。充分条件假言联言推理要遵守充分条件假言推理的规则。充分条件假言联言推理有两种形式：

1）充分条件假言联言推理肯定式：

$\models \{[(A \to B) \wedge (C \to D)] \wedge (A \wedge C)\} \to (B \wedge D)$

其竖式为：

如果 **A**，那么 **B**
如果 **C**，那么 **D**
A 并且 **C**

所以，**B** 并且 **D**

例如：

毛泽东同志说：“如果我们在全体上过高估计敌人力量，因而不敢推翻他

们，不敢胜利，我们就要犯右倾机会主义的错误。如果我们在每一个局部上，在每一个具体问题上，不采取谨慎态度，不讲究斗争艺术，不集中全力作战，不注意争取一切应当争取的同盟者……我们就要犯左倾机会主义错误。”（《毛泽东选集》第 1162—1163 页）

毛泽东同志这个思想，换另一种表述方法，就是“如果在战略上不藐视敌人，我们就要犯右倾机会主义的错误；如果在战术上不重视敌人，我们就要犯左倾机会主义的错误”。

这就表述了一个充分条件假言联言推理，即：

如果我们在战略上不藐视敌人，我们就要犯右倾机会主义错误；
如果我们在战术上不重视敌人，我们就要犯左倾机会主义错误；
我们在战略上不藐视敌人，在战术上又不重视敌人；
因此，我们就既要犯右倾机会主义错误又要犯左倾机会主义错误。

再看一例：

如果我们坚持改革，那么就能加快四化建设速度；
如果我们采取谨慎态度，那么就可以少走弯路；
我们既坚持改革，又采取谨慎态度；
所以，我们既能加快四化建设速度，又可以少走弯路。

2）充分条件假言联言推理否定式：

$$\models \{[(\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B})\wedge(\mathbf{C}\rightarrow\mathbf{D})]\wedge(\neg\mathbf{B}\wedge\neg\mathbf{D})\}\rightarrow(\neg\mathbf{A}\wedge\neg\mathbf{C})$$

其竖式为：

如果 **A**，那么 **B**
如果 **C**，那么 **D**
非 **B** 并且非 **D**
所以，非 **A** 并且非 **C**

例如：

如果他是唯物论者，那么他就能实事求是地看问题；
如果他是辩证论者，那么他就能全面地看问题；
他不能实事求是地看问题，也不能全面地看问题；
所以，他不是唯物主义者，并且不是辩证论者。

根据推理规则，下述式是无效的：

1）$\{[(\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B})\wedge(\mathbf{C}\rightarrow\mathbf{D})]\wedge(\neg\mathbf{A}\wedge\neg\mathbf{C})\}\rightarrow(\mathbf{B}\wedge\mathbf{D})$；

2）$\{[(\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B})\wedge(\mathbf{C}\rightarrow\mathbf{D})]\wedge(\neg\mathbf{A}\wedge\neg\mathbf{C})\}\rightarrow(\neg\mathbf{B}\wedge\neg\mathbf{D})$；

3）$\{[(\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B})\wedge(\mathbf{C}\rightarrow\mathbf{D})]\wedge(\mathbf{B}\wedge\mathbf{D})\}\rightarrow(\mathbf{A}\wedge\mathbf{C})$；

4）$\{[(\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B})\wedge(\mathbf{C}\rightarrow\mathbf{D})]\wedge(\mathbf{B}\wedge\mathbf{D})\}\rightarrow(\neg\mathbf{A}\wedge\neg\mathbf{C})$。

同样，人们也还会用到必要条件假言联言推理。其有效式和无效式也留给读者去做。

8.2.5　二难推理

二难推理就是关于客观世界的以两个充分条件事件和一个选择事件为前提演进到一个新事件的普效的充分条件定律的思考。二难推理要遵守充分条件假言推理的规则。

二难推理是在辩论时经常用到的一种推理。论辩者的一方说出具有两种可能的大前提，对方不论肯定还是否定其中的哪一种可能前提，结果都会陷入进退维谷、左右为难的境地。故此得名。

1．二难推理的有效式

二难推理有 4 种有效式。

1）简单构成式：$\models\{[(\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{C})\wedge(\mathbf{B}\rightarrow\mathbf{C})]\wedge(\mathbf{A}\vee\mathbf{B})\}\rightarrow\mathbf{C}$

其竖式为：

如果 **A** 则 **C**

如果 **B** 则 **C**

A 或者 **B**

所以，**C**

欧洲中世纪曾被称为“黑暗的世纪”。当时基督教神学占据绝对统治地位，它宣扬上帝创世说：上帝在七天之内创造了这个世界。第一天，创造了天和地，并创造了光，把时间分为昼和夜；第二天，创造了空气和水；第三天，用水区分了陆地和海洋，并让地上生长果木菜蔬；第四天，创造了太阳、月亮和星星，并由此区分昼、夜和时间节气；第五天，创造了水中的鱼和空中的鸟；第六天，上帝创造了各种动物，并用泥土按自己的样子造出了人类始祖——亚当，还让他去管理地上的各种动植物（后来，上帝见亚当孤单，取他身上的一根肋骨造出了夏娃）。第七天，上帝歇息了，于是这一天成为万民的休息日——礼拜天。基督教认为，这位创世的上帝是圣父、圣灵、圣子三位一体，是全知、全善、全能的。但有人给神学家提出了这样一个问题：“您说上帝万能，那么我请问您：上帝能不能创造一块他自己举不起来的石头?”

这里包含了这样一个二难推理：

如果上帝能创造一块他自己举不动的石头，那么上帝不是万能的；

如果上帝不能创造一块他自己举不动的石头，那么上帝不是万能的；

上帝或者能创造这样一块石头，或者不能创造这样一块石头；

总之，上帝不是万能的。

2）复杂构成式：⊨ {[（**A**→**C**）∧（**B**→**D**）]∧（**A**∨**B**）}→（**C**∨**D**）

其竖式为：

如果 **A** 则 **C**

如果 **B** 则 **D**

A 或者 **B**

所以 **C** 或者 **D**

据说，古雅典一位居民警告他那想靠演说口才求取功名利禄的儿子说道：

如果你说真话，那么达官贵人就会憎恨你；

如果你说假话，那么平民百姓就会憎恨你；

你或者说真话，或者说假话；

所以，或者达官贵人憎恨你，或者平民百姓憎恨你。

上面就是二难推理复杂构成式的一个实例。

二难推理还有两个有效式，通常称为破坏式。

3）简单破坏式：⊨ {[（**A**→**B**）∧（**A**→**C**）]∧（¬**B**∨¬**C**）}→¬**A**

其竖式为：

如果 **A** 则 **B**

如果 **A** 则 **C**

非 **B** 或者非 **C**

所以，非 **A**

4）复杂破坏式：

⊨ {[（**A**→**C**）∧（**B**→**D**）]∧（¬**C**∨¬**D**）}→（¬**A**∨¬**B**）

其竖式为：

如果 **A** 则 **C**

如果 **B** 则 **D**

非 **C** 或者非 **D**

所以，非 **A** 或非 **B**

2．如何破斥佯二难推理

我们称貌似二难推理的诡辩为佯二难推理。有些诡辩论者常常利用佯二难推理来进行诡辩。对于这种诡辩，我们可以从以下方面进行驳斥。

第一，指出其假言前提虚假。

抗日战争初期，亡国论者与速胜论者曾经竭力散布他们的谬论。对他们的谬论可陈述如下：

如果中国抗战能胜利，那么就是速胜；
如果中国抗战不能胜利，那么就灭亡；
中国抗战或者能胜利，或者不能胜利；
———————————————
所以，中国或者速胜或者灭亡。

这个陈述的问题首先在于它的第一个假言前提不成立：“中国抗战能胜利”不是“速胜”的充分条件，即其间没有第一独立性，不具有充分条件关系。毛泽东同志在《论持久战》中指出，中国的胜利，不是速战速胜，而是坚持持久战取得最后胜利。中国一定胜利！这又有力地驳斥了亡国论者的论调（即他们的第二个前提）。

第二，指出尽举选言前提未必真实。

有人提出这样一个陈述：

如果天热则军人难受；
如果天冷则军人难受；
天或者热或者冷；
———————————————
总之，军人难受。

这个陈述的第三个前提没有尽举一切可能情况，因为还有不冷不热的天气，所以第三个前提不是尽举选言命题——即第三个前提未必真实。

第三，构造一个新的二难推理驳斥之。

据说古希腊有个叫做欧提勒士的人，向著名的辩论者普罗达哥拉斯学习法学。两人签订的合同说，在学习开始时欧提勒士先付普罗达哥拉斯一半学费，另一半学费等欧提勒士毕业后第一次打官司胜诉时付清。但是，欧提勒士毕业后并不履行律师职务，很长时期不接案子。于是，普罗达哥拉斯就向法庭起诉，提出如下论述：

如果欧提勒士这次官司胜诉，那么按照合同，他应补给我另一半学费：
如果他这次官司败诉，那么按法庭判决，他也应补给我另一半学费；

他这次官司或者胜诉或者败诉；

总之，欧提勒士都应补给我另一半学费。

欧提勒士针对上面的二难推理，构造了一个新的论述如下：

如果我这次官司胜诉，那么按法庭判决，我不应补给他另一半学费；

如果我这次官司败诉，那么按照合同，我也不应补给他另一半学费；

我这次官司或者胜诉或者败诉；

总之，我都不补给他另一半学费。

欧提勒士的论述驳斥了普罗达哥拉斯的论述。普罗达哥拉斯的论述的错误在于：普罗达哥拉斯在论述中采取了两个不同的标准，一个是法庭判决，一个是合同。这种判定是否补交另一半学费的标准不同一，出现了自相矛盾。因此，普罗达哥拉斯的论述是不成立的。

欧提勒士的论述，同样地利用了普罗达哥拉斯的那两个不同的标准。欧提勒士的论述，虽然成功地驳斥了普罗达哥拉斯的论述，但是，它本身也是不成立的。但是，欧提勒士的论述证明普罗达哥拉斯的论述不成立。

二难推理在日常工作和生活中运用很普遍。日常工作和生活中还常常用到三难推理、四难推理等多难推理。

8.2.6 归谬推理

归谬推理就是关于客观世界的以两个充分条件事件为前提演进到一个新事件的普效充分条件定律的思考。归谬推理的语义是：如果从某前件能够得出自相矛盾的后件，则这个前件必定不成立。

归谬推理最常用的有两种形式：强归谬式和弱归谬式。

1．强归谬式：$\vdash (\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B}) \wedge (\mathbf{A}\rightarrow\neg\mathbf{B}) \rightarrow \neg\mathbf{A}$

其竖式为：

如果 **A** 则 **B**

如果 **A** 则非 **B**

所以，非 **A**

例如，在生活中，我们常听到类似的话："一切都是不可信的"。对此，我们可做出如下推理：

如果"一切都是不可信的"，那么"至少有一句话是不可信的"这句话是可信的；

“如果一切都是不可信的”，那么，“至少有一句话是不可信的”这句话是不可信的；

因此，并非“一切都是不可信的”。

2．弱归谬式：$\models$（**A** $\rightarrow \neg$**A**）$\rightarrow \neg$**A**

其竖式为：

如果 **A** 则非 **A**

所以，非 **A**

例如，古希腊学者克拉底鲁宣称：“我们对任何事物所做的肯定或否定都是假的”。亚里士多德指出：“克拉底鲁的话等于说：‘一切命题都是假的’”，而如果一切命题都是假的，那么，这个‘一切命题都是假的’命题也是假的。亚里士多德所使用的推理式即为弱归谬式。这一推理式可表达如下：

如果“一切命题都是假的”，那么，“一切命题都是假的”是假的；

因此，并非“一切命题都是假的”。

8.2.7　假言易位推理

假言易位推理就是关于客观世界的以一个充分条件事件（或必要条件事件）为前提演进到一个其前后件改变位置的新事件的普效的充分条件定律的思考。假言易位推理有两种：

1．充分条件假言易位推理

鉴于事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的充分条件关系是指：具有一独的不会是有 ***A*** 而无 ***B***。对于 ***A*** $\rightarrow$ ***B*** 来说：①有 ***A*** 必有 ***B***；②无 ***A*** 未必无 ***B***；③无 ***B*** 必无 ***A***；④有 ***B*** 未必有 ***A***。依据③无 ***B*** 必无 ***A***，充分条件假言易位推理有下述有效式：

$\models$ **A**$\rightarrow$**B** $\rightleftharpoons \neg$**B**$\rightarrow \neg$**A**

其竖式为：

如果 **A** 那么 **B**；

所以，如果非 **B** 那么非 **A**。

其意为“**A** $\rightarrow$ **B**”与“$\neg$**B** $\rightarrow \neg$**A**”互为充要条件，可以互相推出。比如：“如果要做一个人民的作家就要熟悉人民的语言”和“如果不熟悉人民的语言那么就不能做一个人民的作家”所表达的两个命题互为充要条件，二者可以互相推出。

2．必要条件假言易位推理

鉴于事件 ***A*** 和事件 ***B*** 的必要条件关系是指：具有一独的不会是无 ***A*** 而有

B。对于 $A \leftarrow B$ 来说：①无 ***A*** 必无 ***B***；②有 ***A*** 未必有 ***B***；③有 ***B*** 必有 ***A***；④无 ***B*** 未必无 ***A***。依据③有 ***B*** 必有 ***A***，必要条件假言易位推理有下述有效式：

$$\models A \leftarrow B \rightleftharpoons B \rightarrow A$$

其竖式为：

只有 **A** 才 **B**；

所以，如果 **B** 那么 **A**。

其意为“**A←B**”与“**B→A**”互为充要条件，可以互相推出。比如：“只有熟悉人民的语言才能做一个人民的作家”和“如果要做一个人民的作家就要熟悉人民的语言”所表达的两个命题互为充要条件，二者可以互相推出。

8.3　常见的命题逻辑导出

命题逻辑导出虽然不能让人们获取新知，但它们是有效的，在人的普通的逻辑思考中也要经常用到。下面所列各式便是一些常见的命题逻辑导出式：

1．合取吸收式：$\Vdash A \wedge A \rightleftharpoons A$

其竖式略去不写，以下同。

其意为“**A** 并且 **A**”与“**A**”互为充要条件，可互相导出。我国著名的逻辑学家金岳霖先生在指出数理逻辑中的推论没有由已知进入未知的意义时说了这样一段话：“在数理逻辑由‘赵云姓赵，赵云姓赵’这一命题可以推论到‘赵云姓赵’，可是这种推论没有以上的意义。”在这段话中，“赵云姓赵，赵云姓赵”与“赵云姓赵”就互为充要条件，二者可以互相导出。

2．析取吸收式：$\Vdash A \vee A \rightleftharpoons A$

其意为“**A** 或者 **A**”与“**A**”互为充要条件，可互相导出。例如，“x＞0 或者 x＞0”与“x＞0”就互为充要条件，二者可以互相导出。

3．双重否定吸收式：$\Vdash \neg\neg A \rightleftharpoons A$

其意为“并非不 **A**”与“**A**”互为充要条件，可互相导出。例如，某机关在考虑派谁下乡工作时，有人说道：“目前看来小张比较适合，就是怕他不愿意去。”党支部书记说：“我也觉得小张较为适合，而且前不久他本人也提出过准备下基层锻炼，不会不愿意去。”支部副书记说：“小张也对我讲过这一想法。想来，他愿意去。”在这里，“不会不愿意去”与“愿意去”就互为充要条件，二者可以互相导出。

4．合取交换式：$\models A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A$

其意为“**A** 并且 **B**”与“**B** 并且 **A**”互为充要条件，可互相导出。比如，甲乙两人对话，当甲说道“我爱老师，也爱真理”时，乙接着说：“你的话说得很对，老师就像蜡烛一样，燃烧了自己，照亮了别人，所以，我爱真理，也爱老师。”在这里“我爱老师，也爱真理”与“我爱真理，也爱老师”就互为充要条件，二者可以互相导出。

5．析取交换式：$\models A \vee B \Leftrightarrow B \vee A$

其意为“**A** 或者 **B**”与“**B** 或者 **A**”互为充要条件，可互相导出。比如：“甲是党员，或者，甲是教师”与“甲是教师，或者，甲是党员”就互为充要条件，二者可以互相导出。

6．合取结合式：$\models (A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C)$

其意为“‘**A** 且 **B**’并且 **C**”与“**A** 并且‘**B** 且 **C**’”互为充要条件，可互相导出。比如，某中学生问某老师，“自杀和他杀属非正常死亡，并且其他的不幸事故死亡也属于非正常死亡，这样理解对吗？”老师说：“正是这样。自杀属于非正常死亡，他杀和其他的不幸事故死亡也属于非正常死亡。”这里，“自杀和他杀属非正常死亡，并且其他的不幸事故死亡也属于非正常死亡”与“自杀属于非正常死亡，他杀和其他的不幸事故死亡也属于非正常死亡。”就互为充要条件，二者可以互相导出。

7．析取结合式：$\models (A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C)$

其意为“‘**A** 或 **B**’或者 **C**”与“**A** 或者‘**B** 或 **C**’”互为充要条件，可以互相导出。比如，甲队与乙队比赛篮球，开赛之前，看台上的小王问小张：“比赛的结果应该有几种可能情况?”小张说，“有三种，对甲队而言，甲队或胜或输，或者与乙队打平”。这一命题与“甲队或者胜，亦或者输，或者与乙队打平”就互为充要条件，二者可以互相导出。

8．合取对析取的分配式：$\models A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

其意为“**A** 并且‘**B** 或者 **C**’”与“‘**A** 并且 **B**’或者‘**A** 并且 **C**’”互为充要条件，可以互相导出。比如，某大学征聘一名教师，条件是：这位教师必须能承担英语教学，并且至少还能胜任物理或者化学中的任意一门课。在应聘人员中，有一位说：“我至少能胜任英语和物理学或者英语和化学两组课程中的一组。”该教师经过试讲合格，被聘为这所大学的名誉讲师。在这里，“能承担

英语教学，并且至少还能胜任物理或者化学中的任意一门课”与“至少能胜任英语和物理学或者英语和化学两组课程中的一组”就互为充要条件，二者可以互相导出。

9．析取对合取的分配式：$\Vdash$**A** ∨（**B** ∧ **C**） ⇌（**A** ∨ **B**）∧（**A** ∨ **C**）

其意为“**A** 或者‘**B** 并且 **C**’”与“‘**A** 或者 **B**’并且‘**A** 或者 **C**’”互为充要条件，二者可以互相导出。比如，某工程公司接受三项任务：一是土石方工程；二是电器安装；三是管道安装。该公司决定：或者由甲工程队完成土石方工程任务，或者由甲工程队完成电器安装和管道安装任务。向下传达这个决定时，某负责人说：你们甲队至少要完成土石方工程或者电器安装两项任务之一，并且至少必须完成土石方工程或者管道安装两项任务之一。在这里，“或者由甲工程队完成土石方工程，或者由甲工程队完成电器安装和管道安装任务”与“甲队至少要完成土石方工程或者电器安装两项任务之一，并且，至少必须完成土石方工程或者管道安装两项任务之一”就互为充要条件，二者可以互相导出。

10．合取反演式：$\Vdash$¬（**A** ∧ **B**）⇌¬**A** ∨¬**B**

其意为“并非‘**A** 并且 **B**’”与“‘非 **A**’或者‘非 **B**’”互为充要条件，二者可以互相导出。比如，甲、乙、丙三位学生在一次文艺汇演时，有如下一段话：甲说“哲学系的这个节目政治性既强，艺术性也高”；乙说“不对”；丙说“哲学系的这个节目或者政治性不强、或者艺术性不高”。这里，学生乙与学生丙的话互为充要条件，互相可以导出。

11．析取反演式：$\Vdash$¬（**A** ∨ **B**）⇌¬**A**∧¬**B**

其意义为“并非‘**A** 或者 **B**’”与“‘非 **A**’并且‘非 **B**’”互为充要条件，可以互相导出。有下列对话：小张说“我认为或者火星上有生物，或者土星上有生物”；小李说“不是这样”；小王听了小李的话，说道：“你的意思是说，火星上没有生物，并且土星上也没有生物，对吗？”小李说：“对！”在这里，小李的话与小王的话就互为充要条件，可以互相导出。

12．或与吸收式：$\Vdash$**A** ∧（**A** ∨ **B**）⇌**A**

其意为“**A** 并且‘**A** 或者 **B**’”与“**A**”互为充要条件，可以互相导出。如“*x* 是奇数，并且，*x* 是奇数或者 *x* 大于 5”与“*x* 是奇数”就互为充要条件，二者可以互相导出。

13．与或吸收式：$\Vdash \mathbf{A} \vee (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \rightleftharpoons \mathbf{A}$

其意为“**A** 或者‘**A** 并且 **B**’”与“**A**”互为充要条件，可以互相导出。如有甲、乙两个开关控制一盏灯。有这样一种情况：打开甲开关灯亮，或者打开甲开关并且又打开乙开关灯亮。于是便有下述两个命题互为充要条件：“打开甲开关灯亮，或者打开甲开关并且又打开乙开关灯亮”和“打开甲开关灯亮”。此二命题可以互相导出。

14．合取分解式：$\Vdash (\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{A}$

其意为“**A** 并且 **B**”是“**A**”的充分条件，从前者可以导出后者。比如：“动物和植物都由细胞组成”就是“动物由细胞组成”的充分条件，从前者可以导出后者。

15．析取引入式：$\Vdash \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} \vee \mathbf{B}$

其意为“**A**”是“**A** 或者 **B**”的充分条件，从前者可以导出后者。比如：“动物是由细胞所组成的”就是“动物是由细胞所组成的，或者植物是由细胞所组成的”的充分条件，从前者可以导出后者。

在上述常见的命题逻辑导出式中，有必要说明的是，现行传统形式逻辑读本把合取分解式（$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$）当作演绎推理中的所谓“联言推理”。这是不对的。我们知道，推理的根本性特点是能从已有的知识推出新的知识，然而在“$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$”中，后件“**A**”对于前件“$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$”中 **A** 来说纯粹是一种同语反复，得不出新知识。因此，合取分解式（$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$）和上述其他式一样，只是导出式，而不是推理式。

8.4　关于“必然”、“可能”的推理

这里的“必然”、“可能”所表达的不是像现代的所谓模态逻辑所说的作为一元联结词的模态词，而是二元的非纯真值联结词，亦即存在于两命题之间的“必然”、“可能”所表达的联结词。这种二元的非纯真值联结词是对客观世界的联结关系的如实刻划，它符合人们的普通逻辑思考实际，也与传统形式逻辑中的“必然”、“可能”相一致。

关于“必然”、“可能”，在当代形式逻辑中有下述式：

1）$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$，其含义是，**A** 必定 **B**。如，下雨必定路湿。

2）$\mathbf{A}\ !\ \mathbf{B}$，其含义是，**A** 可以 **B**。如，出太阳可以下雨。

3）$U_{(X)} \rightharpoonup$ **B**，其含义是，必然 **B**，即 $U_{(X)}$ 必定 **B**。如，实数的平方必然不小于零。

4）$U_{(X)}$！**B**，其含义是，可能 **B**，即 $U_{(X)}$ 可以 **B**。如，行星可能有卫星。

其中，3）和 4）分别是 1）和 2）当 **A** 为 $U_{(X)}$ 时的特殊情况。为了顺应汉语的习惯，我们把置于 **A**、**B** 之间的 $\rightharpoonup$ 、！分别念做“必定”、“可以”，而把置于 **B** 之前的 $U_{(X)} \rightharpoonup$、$U_{(X)}$！分别念做“必然”、“可能”。需要指出的是，这里的“必然”、“可能”分别是“$U_{(X)}$ 必定”、“$U_{(X)}$ 可以”的简称。

关于“必然”、“可能”的推理，传统形式逻辑在 **A** 为 $U_{(X)}$ 这种特殊情况下进行过研究，但它没有也不可能对 2 元联结词“必然”、“可能”进行全面、细致的分析，因此它对“必然”、“可能”推理的研究只限于极小的范围。当代形式逻辑一方面继承了传统形式逻辑关于“必然”、“可能”推理的正确思想，另一方面又对 2 元联结词“必然”、“可能”进行了全面而深刻的分析，扩展了“必然”、“可能”推理的研究范围。所以，在当代形式逻辑中，有大量的“必然”、“可能”推理式或规则为传统形式逻辑所无力问津。这里我们将讨论“必然”、“可能”之间的关系。“必然”、“可能”命题之间的关系可以用逻辑方阵来表示出它们类似 AEIO 对当关系的那样一种真假关系。如图 8.2 所示。

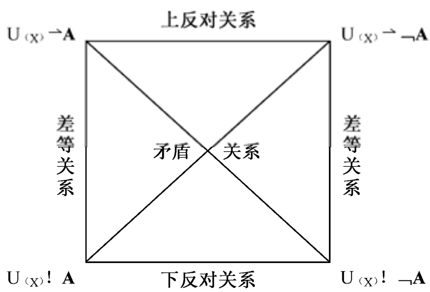


图 8.2　“必然”、“可能”的逻辑方阵

8.4.1　上反对关系推理

$U_{(X)} \rightharpoonup \mathbf{A}$ 与 $U_{(X)} \rightharpoonup \neg\mathbf{A}$ 之间是上反对关系，即不能同真、可以同假的关系。根据上反对关系，有两个推理。其竖式为：

（1）$\dfrac{\text{必然 }\mathbf{A}}{\text{所以，不必然非 }\mathbf{A}}$

（2）$\dfrac{\text{必然非 }\mathbf{A}}{\text{所以，不必然 }\mathbf{A}}$

形式化为：

（i）$\models$（U $_{(X)}\rightharpoonup$**A**）$\rightharpoonup\neg$（U $_{(X)}\rightharpoonup\neg$**A**）

（ii）$\models$（U $_{(X)}\rightharpoonup\neg$**A**）$\rightharpoonup\neg$（U $_{(X)}\rightharpoonup$**A**）

8.4.2　下反对关系推理

U $_{(X)}$! **A** 与 U $_{(X)}$! ¬**A** 之间是下反对关系，即不能同假、可以同真的关系，根据下反对关系，也有两个推理。其竖式为：

（3）$\dfrac{\text{不可能 }\mathbf{A}}{\text{所以，可能非 }\mathbf{A}}$

（4）$\dfrac{\text{不可能非 }\mathbf{A}}{\text{所以，可能 }\mathbf{A}}$

形式化为：

（iii）$\models\neg$（U $_{(X)}$!**A**）$\rightharpoonup$（U $_{(X)}$!¬**A**）

（iv）$\models\neg$（U $_{(X)}$!¬**A**）$\rightharpoonup$（U $_{(X)}$!**A**）

8.4.3　矛盾关系推理

U $_{(X)}\rightharpoonup$**A** 与 U $_{(X)}$! ¬**A** 和 U $_{(X)}\rightharpoonup\neg$**A** 与 U $_{(X)}$! **A** 之间都是矛盾关系，即不能同真、也不能同假的关系，根据矛盾关系，就有四个推理。其竖式为：

（5）$\dfrac{\text{必然 }\mathbf{A}}{\text{所以，不可能非 }\mathbf{A}}$

（6）$\dfrac{\text{不必然 }\mathbf{A}}{\text{所以，可能非 }\mathbf{A}}$

（7）$\dfrac{\text{可能非 }\mathbf{A}}{\text{所以，不必然 }\mathbf{A}}$

（8）$\dfrac{\text{不可能非 }\mathbf{A}}{\text{所以，必然 }\mathbf{A}}$

形式化为：

（v）$\models (U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A}) \rightharpoonup \neg (U_{(x)} ! \neg \mathbf{A})$

（vi）$\models \neg (U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A}) \rightharpoonup (U_{(x)} ! \neg \mathbf{A})$

（vii）$\models (U_{(x)} ! \neg \mathbf{A}) \rightharpoonup \neg (U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A})$

（viii）$\models \neg (U_{(x)} ! \neg \mathbf{A}) \rightharpoonup (U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A})$

即：

$\models (U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A}) \rightleftharpoons \neg (U_{(x)} ! \neg \mathbf{A})$

$\models (U_{(x)} ! \neg \mathbf{A}) \rightleftharpoons \neg (U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A})$

（9）$\dfrac{\text{必然非 }\mathbf{A}}{\text{所以，不可能 }\mathbf{A}}$

（10）$\dfrac{\text{不必然非 }\mathbf{A}}{\text{所以，可能 }\mathbf{A}}$

（11）$\dfrac{\text{可能 }\mathbf{A}}{\text{所以，不必然非 }\mathbf{A}}$

（12）$\dfrac{\text{不可能 }\mathbf{A}}{\text{所以，必然非 }\mathbf{A}}$

形式化为：

（iv）$\models (U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A}) \rightharpoonup \neg (U_{(x)} ! \mathbf{A})$

（x）$\models \neg (U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A}) \rightharpoonup (U_{(x)} ! \mathbf{A})$

（xi）$\models (U_{(x)} ! \mathbf{A}) \rightharpoonup \neg (U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A})$

（xii）$\models \neg (U_{(x)} ! \mathbf{A}) \rightharpoonup (U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A})$

即：

$\models (U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A}) \rightleftharpoons \neg (U_{(x)} ! \mathbf{A})$

$\models (U_{(x)} ! \mathbf{A}) \rightleftharpoons \neg (U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A})$

8.4.4　差等关系推理

$U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A}$ 与 $U_{(x)} ! \mathbf{A}$ 和 $U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A}$ 与 $U_{(x)} ! \neg \mathbf{A}$ 之间都是差等关系。设上位命题 $U_{(x)} \rightharpoonup \mathbf{A}$、$U_{(x)} \rightharpoonup \neg \mathbf{A}$ 简称为“上”，下位命题 $U_{(x)} ! \mathbf{A}$、$U_{(x)} ! \neg \mathbf{A}$ 简称为“下”，则上下间的真假关系可表述为：

1）上真则下真，上假则下不定；

2）下假则上假，下真则上不定。

就必然 **A** 与可能 **A** 来说，必然 **A** 真，可能 **A** 必真；必然 **A** 假，可能 **A**

则真假不定（即可真可假）；可能 **A** 假，必然 **A** 必假；可能 **A** 真，必然 **A** 则真假不定（即可真可假）。必然非 **A** 与可能非 **A** 之间的真假关系亦然。其推理式共四个：

（13）$\dfrac{\text{必然 }\mathbf{A}}{\text{所以，可能 }\mathbf{A}}$

（14）$\dfrac{\text{不可能 }\mathbf{A}}{\text{所以，不必然 }\mathbf{A}}$

形式化为：

（xiii）$\models (U_{(X)} \rightharpoonup \mathbf{A}) \rightharpoonup (U_{(X)}\, !\mathbf{A})$

（xiv）$\models \neg (U_{(X)}\, !\mathbf{A}) \rightharpoonup \neg (U_{(X)} \rightharpoonup \mathbf{A})$

（15）$\dfrac{\text{必然非 }\mathbf{A}}{\text{所以，可能非 }\mathbf{A}}$

（16）$\dfrac{\text{不可能非 }\mathbf{A}}{\text{所以，不必然非 }\mathbf{A}}$

形式化为：

（xv）$\models (U_{(X)} \rightharpoonup \neg\mathbf{A}) \rightharpoonup (U_{(X)}\, !\neg\mathbf{A})$

（xvi）$\models \neg (U_{(X)}\, !\neg\mathbf{A}) \rightharpoonup \neg (U_{(X)} \rightharpoonup \neg\mathbf{A})$

8.4.5　关于“实然”与“必然”、“可能”的推理

我们把实然命题 **A**、**¬A** 与上述四个命题之间的真假关系考虑进来后，就有下面扩展了的逻辑方阵。如图 8.3 所示。

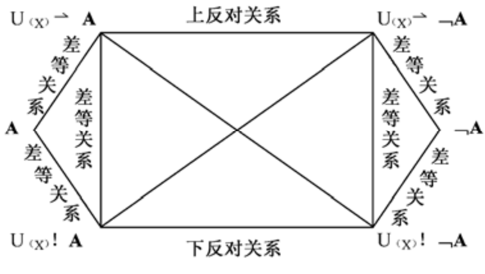


图 8.3　“必然”、“可能”与“实然”的逻辑方阵

A 与非 **A** 之间是矛盾关系；必然 **A** 与 **A** 之间是差等关系；**A** 与可能 **A** 之间是差等关系；必然非 **A** 与非 **A** 之间也是差等关系；非 **A** 与可能非 **A** 之间也是差等关系。它们之间的真假关系可表示为：

（17）必然 **A**

所以，**A**

（18）非 **A**

所以，不必然 **A**

形式化为：

（xvii）$\models(U_{(X)}\rightharpoonup \mathbf{A})\rightharpoonup \mathbf{A}$

（xviii）$\models\neg \mathbf{A}\rightharpoonup\neg(U_{(X)}\rightharpoonup \mathbf{A})$

（19）**A**

所以，可能 **A**

（20）不可能 **A**

所以，非 **A**

形式化为：

（xix）$\models \mathbf{A}\rightharpoonup(U_{(X)}\,!\mathbf{A})$

（xx）$\models\neg(U_{(X)}\,!\mathbf{A})\rightharpoonup\neg \mathbf{A}$

（21）必然非 **A**

所以，非 **A**

（22）非非 **A**

所以，不必然非 **A**

形式化为：

（xxi）$\models(U_{(X)}\rightharpoonup\neg \mathbf{A})\rightharpoonup\neg \mathbf{A}$

（xxii）$\models\neg\neg \mathbf{A}\rightharpoonup\neg(U_{(X)}\rightharpoonup\neg \mathbf{A})$

（23）非 **A**

所以，可能非 **A**

（24）不可能非 **A**

所以，非非 **A**

形式化为：

（xxiii）$\models\neg \mathbf{A}\rightharpoonup(U_{(X)}\,!\neg \mathbf{A})$

（xxiv）$\models\neg(U_{(X)}\,!\neg \mathbf{A})\rightharpoonup\neg\neg \mathbf{A}$

8.5　归纳规则　类比规则

传统逻辑中的不完全归纳推理、类比推理其实也分别是某种特殊演绎。可以找到与传统的不完全归纳推理与类比推理相应的当代形式逻辑定理。

8.5.1　不完全归纳规则

传统的不完全归纳推理包括简单枚举归纳推理和科学归纳推理。其原理是：如果大量的（非全部）某类对象在各种各样的条件下被考察过，而且如果所有被考察过的某类对象都无例外地具有（或没有）某种性质，那么，所有的某类对象都具有（或没有）某种性质。不完全归纳推理前提中的个别性知识只是考察某类的部分对象（并非全部），结论断定的超出了前提已有知识的范围，因而它不具有必然性。所谓“无例外地”即指没有发现任何反面事例，否则，就不能概括出一般性结论。没有发现矛盾的情况对一般性结论来说是必要的，但还不够，因为没有碰到矛盾的情况并不等于不存在矛盾的情况。

在当代形式逻辑中，不完全归纳规则可表达为：

$$\mathbf{A}_{(e)} \vdash \mathrm{U}_{(X)}!\mathbf{A}_{(X)}$$

读作：若 $\mathbf{A}_{(e)}$，则可能 $\mathbf{A}_{(X)}$。

与传统的不完全归纳比较，可看出，传统的不完全归纳是从 n 个（并告诉人们说，n 愈大愈可靠）归纳前提 $\mathbf{A}_{(ei)}$（$1 \leqslant i \leqslant n$）出发可能得出必然 $\mathbf{A}_{(X)}$；而我们这里是从一个前提 $\mathbf{A}_{(e)}$ 出发，必然得出可能 $\mathbf{A}_{(X)}$。这二者除了归纳前提的多寡不同外，其余是完全等价的：可能得出必然 $\mathbf{A}_{(X)}$ 与必然得出可能 $\mathbf{A}_{(X)}$ 等价。然而，值得注意的是，这二者并不完全等同，其间还有着质与量两方面的差别：从质上看，前者结论 $\mathbf{A}_{(X)}$ 本身是"必然的"，而其推导过程是"可能的"；而后者的结论 $\mathbf{A}_{(X)}$ 本身是"可能的"，而其推导过程则是"必然的"。因此，当发现一个反例时，如证实了 $\neg\mathbf{A}_{(ei)}$ 时，"可能"得出的必然的 $\mathbf{A}_{(X)}$ 就被推翻。例如，过去人们根据观察得到一些结论："天下乌鸦一般黑"、"鸟都会飞"、"鱼都用鳃呼吸"、"金属都会沉在水底"、"血都是红的"等等。这些都是通过传统的不完全归纳推理得出来的。但是，后来在日本发现了白色的乌鸦，在非洲有不会飞的鸵鸟，在南美洲有用肺呼吸的鱼，金属中的钾和钠可以浮在水面上，在南极洲有一种鱼的血是白色的。这样就推翻了原来的结论。而后者，只要 $\mathbf{A}_{(e)}$ 为真，作为必然得出的"可能 $\mathbf{A}_{(X)}$"就永远不会被推翻。即从一个 $\mathbf{A}_{(e)}$ 去得出可能 $\mathbf{A}_{(X)}$ 的过程是必然的，亦即前提真结论必然真。再从量上看，前者要求以 n 个（$n>1$，而且越大越好）$\mathbf{A}_{(ei)}$ 为归纳前提，而后者的归纳前提只要一个就足够了，未必要越多越好，只要归纳是"不完全"的。这就是说，不管有多少例证，那全称结论始终只是"可能的"。当然，在当代形式逻辑中，n 个归纳前提 $\mathbf{A}_{(e)}$ 可必然得出 n 个可能 $\mathbf{A}_{(X)}$，然而，这等价于一个可能 $\mathbf{A}_{(x)}$ 。为了得出必定可能 $\mathbf{A}_{(X)}$，一个 $\mathbf{A}_{(e)}$ 就够了，无需许许多多个，即使成千上万个 $\mathbf{A}_{(e)}$，仍然得不出必然 $\mathbf{A}_{(x)}$。例如，解剖一只麻雀，就足以确定任意麻雀（甚至鸟类）都有脊椎。然而，观察一万只白天鹅仍然不足以确定天鹅必定是白色的。当 U 为无限域时，这成千上万甚至连渺如沧海之一粟都远远谈不上。例如，在两百多年前的 1742 年，哥德巴赫写信给欧拉，提出了每个不小于 6 的偶数都是两个素数之和。有人验算到三亿三千万之时，都表明这是对的，但更大的数目呢？更大更大的数呢？猜想起来也应该是对的。这就是应用传统的不完全归纳推理而提出的著名"哥德巴赫猜想"（即任何一个大于 4 的偶数都能表示为两个奇素数之和）。之所以是"猜想"，是因为结论是或然的而不是必然的，即未必是确实的。虽然现已证明了任何一个大于 4 的偶数都可以表示为一个素

数和不少于两素数的乘积之和。这虽离解决“哥德巴赫猜想”的证明只有一步之差，但“哥德巴赫猜想”仍然还是悬而未决。可能最后被证明，也可能最后被推翻。所以说，与其如此，倒不如就从一个 $\mathbf{A}_{(e)}$ 去必然地得出“可能的”$\mathbf{A}_{(X)}$。考察一万只白天鹅远不足以确定“天鹅必定是白色的”，澳洲发现一只黑天鹅，这个结论就完结了。然而我们却可以毫不犹豫地说：“天鹅可能是白色的”，即使有成千上万只黑天鹅，我们的结论仍然正确，永远不会被推翻。可见，传统形式逻辑认为归纳前提越多结论就越可靠的提法对于确定是否可能来说，是毫无意义的。

探索从 $\mathbf{A}_{(e)}$ 的真到思考甚至断定必然 $\mathbf{A}_{(X)}$ 的过渡的机制，不是演绎逻辑的使命，尽管人们长期来进行这种过渡。在当代形式逻辑中有下述有效式：

$\mathbf{A}_{(e)}\,!\,(U_{(X)} \rightharpoonup \mathbf{A}_{(X)})$（读做：$\mathbf{A}_{(e)}$ 可能“必然 $\mathbf{A}_{(X)}$”）

这就是有效式 $\neg[\mathbf{A}_{(e)} \rightharpoonup \neg(U_{(X)} \rightharpoonup \mathbf{A}_{(X)})]$，而这等价于 $\neg[(U_{(X)} \rightharpoonup \mathbf{A}_{(X)}) \rightharpoonup \neg\mathbf{A}_{(e)}]$（必然 $\mathbf{A}_{(X)}$ 不是 $\neg\mathbf{A}_{(e)}$ 的充分条件）。最后一式的有效性是很明显的。当然，上述有效式均非推理式，只能认为是与传统的不完全归纳相应的有效式。

8.5.2　类比规则

传统的类比推理是根据两个对象在某些属性上类似而推出其他属性也类似。从推理的方向来说，它是一种从特定的对象（或领域）推导到另一特定对象（或领域）的推理类型。我们知道客观世界是一个有规律的体系，它的各个部分是相互联系的。一事物的各个属性之间也是相互联系相互制约的。在被类比的对象中的已知共有属性与推出属性之间有规律的联系，构成类比推理的客观基础。如有角、有蹄（的动物）与草食的习性有依赖关系。又如蛋壳易碎，可是握在巴掌里却捏不破（因为张力的作用）等等。对象的某些属性之间的依赖性、规律性在人类实践中的亿万次的重复，告诉人们，如果被研究的两个对象在一些特定属性上是相似的，那么它们在其他属性上可能也是相似的。但是，由于对象之间不仅存在着相似性，而且存在着差异性，此其一。其二，对象中并存的许多属性，有些是对象的本质属性，即固有属性，有些则是非本质属性。如血液循环是人体的固有属性（本质属性），而六指拇则是个别人身上的属性，是偶有属性（非本质属性）等。所以，类比推理虽有其客观基础，但是它的结论是或然的。

在当代形式逻辑中，类比规则可表述为：

$$\mathbf{A}_{(e)} \vdash\!\!\!-\, U_{(e')}\,!\,\mathbf{A}_{(e')}$$

读作：若 $\mathbf{A}_{(e)}$，则可能 $\mathbf{A}_{(e')}$。

与传统的类比推理比较可看出，传统逻辑中的类比是从 e 、e′ 之间有 $n-1$ 项性质相同与 $\mathbf{A}_{(e)}$ 去或然地推出 e′ 也有第 n 项性质，即 $\mathbf{A}_{(e')}$。我们这里则是从一项性质相同，即同时有 $U_{(e)}$ 和 $U_{(e')}$，去必然地推出 e′ 可能具有 $\mathbf{A}$ 的性质，即 $U_{(e')}!\mathbf{A}_{(e')}$。两者除了“类比前提”的多寡有所区别外，其余是完全等价的：可能得出 $\mathbf{A}_{(e')}$ 和必然得出可能 $\mathbf{A}_{(e')}$ 等价。为了必然得出可能 $\mathbf{A}_{(e')}$，一个性质相同就够了，无需许许多多个，即使成千上万个性质相同，仍然得不出必然 $\mathbf{A}_{(e')}$。传统逻辑以为类比推理的前提中相同的性质越多越好，实际上就像“东施效颦”一样的不可靠。尽管东施和西施有许多性质相同：同龄、同村、同衣着、同发型、同捂着心口、同皱着眉头、说着同样的话，也仍然不可能推出东施也一定更妩媚。然而，我们却可以根据西施、东施都是姑娘，西施捂着心口、皱着眉头更妩媚，必然推出，可能东施捂着心口、皱着眉头也更妩媚。所以说，尽管类比推理的前提中相同的性质再多，类比推理也并不因此就向必然靠近一步，它的结论总是或然的。例如，20 世纪人们根据火星和地球有许多相似之处，如同样是行星、圆形、绕轴自转、被大气包围、有水等等，推出火星上也有生命的结论，就被上世纪空间探测的结果所否定。另一个例子却不同：1785 年法国物理学家库仑把电荷之间的相互作用与牛顿万有引力定律加以类比，提出了著名的静电相互作用定律，即库仑定律，并在实践中得到了证明。

探索从 $\mathbf{A}_{(e)}$ 为真到思考甚至断定 $\mathbf{A}_{(e')}$ 的过渡的机制，不是演绎逻辑的使命。

在当代形式逻辑中有下述有效式：

$\mathbf{A}_{(e)}!\,U_{(e')}!\mathbf{A}_{(e')}$（读做：$\mathbf{A}_{(e)}$ 可能“可能 $\mathbf{A}_{(e')}$”）。而这就是有效式 $\neg[\mathbf{A}_{(e)}\rightharpoonup\neg\neg(U_{(e')}\rightharpoonup\neg\mathbf{A}_{(e')})]$，而这等价于 $\neg[\mathbf{A}_{(e)}\rightharpoonup(U_{(e')}\rightharpoonup\neg\mathbf{A}_{(e')})]$（$\mathbf{A}_{(e)}$ 不是必然 $\neg\mathbf{A}_{(e')}$ 的充分条件）。最后一式的有效性是很明显的。当然，上述有效式均非推理式，只能看作是与传统的类比推理相应的有效式。

传统形式逻辑中的完全归纳是演绎。这可以说已获得公认。在传统形式逻辑中原来就有把某些演绎称为“……归纳”的习惯。传统的内容单薄的不完全归纳、类比推理原本与内容丰富的演绎推理三足鼎立，我们如今按不完全归纳、类比推理的逻辑结构而将它们一并归入传统的内涵名词逻辑。这样一来，原本内容上比例失调的传统的演绎、归纳、类比推理将被当代形式逻辑三位一体地正式统一为演绎。可以有实质上不同于演绎的真正的归纳，然而，传统形式逻辑中的不完全归纳不是那种真正的归纳，而是演绎。当然，仍然可以按习惯保留“不完全归纳”、“类比”这样的名称，不过，它们全都是某种特殊的演绎。

第 9 章　非推导逻辑定理

逻辑定理就是关于客观世界逻辑规律的思考。它就像物理、化学、数学中的定理一样，是对客观世界某种规律的认识、整理和表述。逻辑定理所表述的是客观世界的规律，而不是思维的规律，也不是符号的规律。我们在这里专章讨论非推导逻辑定理中最著名的不矛盾定理和排中定理

9.1　不矛盾定理

9.1.1　何谓不矛盾定理

关于客观世界的不矛盾律的思考称为不矛盾定理。作为关于客观世界的不矛盾律的思考的不矛盾定理是指，在同一条件下，命题 **A** 与其否定命题¬**A** 不可同真。或者说，在同一条件下，同一个命题不可能既是真的又是假的。

用人工符号表示为：$\dashv\!|$ ¬（**A**∧¬**A**）

读作：并非“**A** 并且非 **A**”。$\dashv\!|$ **B** 表示 **B** 是非推导有效式。

换个说法，不矛盾定理是指，如果命题 **A** 真则命题¬**A** 假；如果命题¬**A** 真则命题 **A** 假。总之，“**A** 真并且¬**A** 真”是不能成立的，在 **A** 与¬**A** 中必有一个是假的。**A** 与¬**A** 称为互相矛盾的命题。

逻辑定理是关于客观世界逻辑规律的思考，归根到底是客观世界逻辑规律在人们头脑中的反映。在同一条件下，一个事件是 **A**，就不能同时又是¬**A**。也就是说，事件 **A** 与事件¬**A** 不能并存，这是客观世界的逻辑规律。我们通过对它的思考、研究、整理与表述，就称为逻辑定理。

9.1.2　不矛盾定理的运用

不矛盾定理是关于客观世界的逻辑规律不矛盾律的思考。如果我们不按照这一规律进行思考，思维将会出现自相矛盾。下面是一位中学生在作文中写的话：

1）深夜了，全校学生宿舍一片漆黑，只有 4 号学生宿舍还亮着灯。

2）所有的人都是自私自利的，只有极少数人不自私。

这位学生的语言表达了他的思维，这类思维是自相矛盾的，不符合客观实际。当然，不符合客观实际的思维，有些是很有用的，比如集合论中给空集下定义，就必须用自相矛盾的思维，否则，空集就无法定义。可是，上述二例的这类思维在实际生活和工作中就是无用的。有些甚至是有害的，比如骗子骗人，政客耍阴谋，都是害人的。

按照对客观世界不矛盾律的思考的不矛盾定理去工作和生活，会给人们带来极大的方便和好处。也就是说，不矛盾定理在工作和生活中有重要应用。请看下面的实例。

在第一次世界大战中，英法联军在前线总吃败战，根本原因是德军对英法联军的行动和部署了如指掌，这主要是德国派出的间谍非常厉害。为此，位于松姆河前线德法交界处的法军加强了对所有人的排查。终于有一天，英法联军根据情报抓获了三个嫌疑人。经审讯，三人做了如下口供：

甲：我不是间谍。　　乙：甲是间谍。　　丙：乙是间谍。

经查证，这三句话中有且只有一句话是假话（即，有且只有一句话所表达的命题是不符合实际情况的假命题），英法联军根据三人的口供很快推断出乙是间谍。英法联军根据不矛盾定理进行的推断如下：根据不矛盾律，甲说的“我不是间谍”和乙说的“甲是间谍”这两句话所表达的一对命题互相矛盾，二者之中必有一假。由于三句话中有且只有一句话所表达的命题是假的，这个假命题必定在甲的“我不是间谍”和乙的“甲是间谍”两个命题之中，由此可以断定丙说的是真话，其所表达的命题是真命题。因此可得：乙是真正的间谍。把间谍除掉后，英法联军才得以转败为胜。

9.2　排 中 定 理

9.2.1　何谓排中定理

在《韩非子·难一》中有句绝妙的诘问：“以子之矛，陷子之盾，何如？”那位吹牛的楚国商人面对这一诘问张口结舌，“弗能应也”。何以如此？因为，回答只有两种情况。

一是吾矛可陷吾盾，即 $p(e_1, e_2)$；二是吾矛不可陷吾盾，即：$\neg p(e_1, e_2)$。两种回答所表述的两个事件之间的关系是：不是“吾矛可陷吾盾”，就是“吾矛不可陷吾盾”，或者，不是“吾矛不可陷吾盾”，就是“吾矛可陷吾盾”。其符号表达式为：

$p(e_1, e_2) \lor \neg p(e_1, e_2)$

仅凭其逻辑结构，我们很快确定这个复合事件为有，而且恒有，普有。因此，这是个客观世界的逻辑定律，我们称为“韩非排中律”。

具有韩非排中律所揭举的逻辑结构的逻辑存在事件有无限多个。比如，下列语句所指谓的皆是这样的事件：

1）不是甲国侵略乙国，就是甲国不侵略乙国。

2）不是张三认识李四，就是张三不认识李四。

3）不是集 P 真包含集 Q，就是集 P 不真包含集 Q。

4）不是实数 n 大于实数 m，就是实数 n 不大于实数 m。

我们用表 9.1 再举几例。

表 9.1　符合韩非排中律的实例

2 元关系	个体常项		事　件	事　件
p	e_1	E_2	$p(e_1,e_2)$	$\neg p(e_1,e_2)$
高　于	这　山	那　山	这山高于那山	这山不高于那山
侵　略	甲　国	乙　国	甲国侵略乙国	甲国不侵略乙国
认　识	张　三	李　四	张三认识李四	张三不认识李四
快　于	a 马	b 马	a 马快于 b 马	a 马不快于 b 马

表 9.1 中每一行的两个事件构成的析取事件恒有，且均具有韩非排中律的逻辑结构。

排中定理就是关于客观世界排中律的思考。排中定理是指：在同一条件下，命题 **A** 与其否定命题¬**A** 不同假，其中必有一真。排中定理的一般表达式为：

$\dashv\vdash \mathbf{A} \lor \neg\mathbf{A}$

读作：**A**，或者，非 **A**。

换个说法，排中定理是指，如果命题 **A** 假则命题¬ **A** 真；如果命题¬ **A** 假则命题 **A** 真。总之，“**A** 假并且¬ **A** 假”是不能成立的，在 **A** 与¬ **A** 中必有一个是真的。如前所述，**A** 与¬ **A** 称为互相矛盾的命题。

排中定理是关于客观世界排中律的思考，归根到底是客观世界排中律在人们头脑中的反映。在同一条件下，一个事件不是 **A**，就不能同时又不是¬ **A**。也就是说，事件 **A** 与事件¬ **A** 不能皆无，这是客观世界的逻辑规律。我们通过对它的思考、研究、整理与表述，就称为排中定理。

9.2.2　排中定理的运用

现在，我们将上述关于英法联军捕获德军间谍的故事稍作改动。把丙说的

话改为“乙不是间谍”，并且，已知三句话中有且只有一句是真话：

甲：我不是间谍。　　　　乙：甲是间谍。　　　　丙：乙不是间谍。

按照排中定理，互相否定的两个命题（即，甲的话“我是不间谍”和乙的话“甲是间谍”）不能都为假，必有一为真（亦即，有且只有一句话所表达的命题是符合实际情况的真命题）。因此，真话必定在甲说的话和乙说的话之中。虽然，英法联军不知道谁说的是真话，也不知道谁说的是假话，但是根据假设条件“三句话中有且只有一句话是真话”，而真话又必定在甲说的话和乙说的话之中。于是，可推知，丙说的是假话，因而，乙是真正的间谍。

可见，逻辑定理在工作、生活中有重要应用。这里所举实例是逻辑定理在军事管理工作中的应用。

第 5 篇　传统形式逻辑直言命题及其推导理论简介

第 10 章　传统形式逻辑直言命题

本章和下一章集中介绍传统形式逻辑直言命题及其推导理论。在第 14 章中我们有 14.4 和 14.5 两节专门对传统形式逻辑直言命题及其推导理论进行讨论，以求得传统形式逻辑当代发展的实现。

被称为“逻辑之父”的古希腊大名鼎鼎的逻辑学家亚里士多德所构造的著名的三段论就是由直言命题构成的。直言命题由直陈句表达。直言命题反映了客观对象具有或不具有某种性质，因而它又被称做性质命题。

10.1　传统直言命题概述

10.1.1　什么是直言命题

在传统形式逻辑中，直言命题被称为简单命题。传统形式逻辑所谓简单命题就是本身不包含其他命题的命题。传统形式逻辑认为直言命题是简单命题，并把直言命题定义为“断定对象具有或不具有某种性质的命题”。我们将在第 14 章 14.4 节“传统形式逻辑直言命题的当代形式逻辑剖析”中进行讨论。例如：

1）王若飞是安顺人。

2）王若飞不是审判员。

3）所有贵州人武学院现有在校生都是贵州人。

4）凡贵州大学现有保安都不是贵阳人。

5）有些贵州人武学院在职教师是河北人。

6）有些贵州大学现任副校长不是湖北人。

以上六例分别是对对象“王若飞”、“贵州人武学院现有在校生”、“贵州大

学的现有保安”、“贵州人武学院在职教师”、“贵州大学现任副校长”具有或不具有某种性质的断定，因而都是直言命题。

传统形式逻辑认为，每一直言命题都是由四个部分组成的，即主词、宾词、系词、量词。反映对象的那个词，叫主词，传统形式逻辑常用 s 表示。如上述例子中“王若飞”、“贵州人武学院现有在校生”、“贵州大学现有保安”、“贵州人武学院在职教师”、“贵州大学现任副校长”等词语所表达的词就是主词。反映对象具有或不具有的某种性质的词，叫做宾词，常用 P 表示。上述例中的“安顺人”、“审判员”、“贵州人”、“贵阳人”、“河北人”、“湖北人”等词语表达的都是宾词。连结主词和宾词的词叫做系词。系词有两种：肯定系词和否定系词。前者一般用“是”表达，后者一般用“不是”表达。反映被断定对象的数量的那个词，叫量词。量词实际上有三种：一是全称量词，它反映主词的全部外延，通常用“所有”、“凡”等词语表达；二是特称量词，它反映主词的外延中至少有一个对象，通常用“有的”、“有些”等词语表达；三是单称量词，它反映主词的独一无二的一个对象的外延，单称量词可以用“某个”、“这个”、“那个”等表达。当主词是单独概念（词）时，不需用单称量词；如果主词是普遍概念，则单称量词的语言标志通常不能省略。

10.1.2　直言命题的种类

根据直言命题中量词和系词的特点，可以将直言命题做如下划分。

1．按照量词的不同，可将直言命题分为单称命题、全称命题和特称命题。

（1）单称命题是断定某一个别对象具有或不具有某种性质的命题

例如：

1）雷锋是好战士。

2）福尔摩斯不是警察。

（2）特称命题是断定某类中有对象具有或不具有某种性质的命题

例如：

3）有些现任贵州省副省长是华北人。

4）有的现任贵州省军区副司令员不是遵义人。

（3）全称命题是断定某类中每一个对象具有或不具有某种性质的命题

例如：

5）所有贵州人武学院的在职教师都是勤奋的。

6）所有现任贵州省副省长都不是安顺人。

2．按照系词的不同，可将直言命题分为肯定命题和否定命题两种

前述例 1)、例 3)、例 5) 皆为肯定命题，而例 2)、例 4)、例 6) 则为否定命题。

3．按照量词和系词结合的不同情况，可将直言命题分为六种

1）单称肯定命题。断定某一对象具有某种性质的命题叫单称肯定命题。通常的语言表达形式为：某个 s 是 p。

2）单称否定命题。断定某一对象不具有某种性质的命题叫单称否定命题。通常的语言表达形式为：某个 s 不是 p。

3）全称肯定命题。断定某类的全部对象具有某种性质的命题叫全称肯定命题。通常的语言表达形式为：所有 s 都是 p。

4）全称否定命题。断定某类的全部对象不具有某种性质的命题叫全称否定命题。通常的语言表达形式为：所有 s 都不是 p。

5）特称肯定命题。断定某类中至少有一个对象具有某种性质的命题叫特称肯定命题。通常的语言表达形式为：有些 s 是 p。

6）特称否定命题。断定某类中至少有一个对象不具有某种性质的命题叫特称否定命题。通常的语言表达形式为：有些 s 不是 P。

前面所举的例 1）至 6)，正是这六种命题的实例。

由于单称命题的主词是对某一个别对象的反映，亦即反映了其全部外延，因此，传统形式逻辑在讨论单称命题主宾词的周延问题时，把单称命题当做全称命题。这样，在传统形式逻辑中，就把直言命题归结为四种：

全称肯定命题，用 **A** 表示，也可写做 s**A**p

全称否定命题：用 **E** 表示，也可写做 s**E**p

特称肯定命题，用 **I** 表示，也可写做 s**I**p

特称否定命题，用 **O** 表示，也可写做 s**O**p

在上述四种命题中，**I**、**O** 的量词“有些”，与我们日常用语中所说的“有些”（或“有的”）的含义略有不同。在日常用语中，当讲到“有些是……”时，经常意味着“有些不是……”；而讲“有些不是……”时，又经常意味着“有些是……”。但作为传统形式逻辑的特称量词，“有些”（或“有的”）只表示“有”或“存在”之意。亦即，它只表达了在一类事物中有对象具有或不具有某种性质，至于这一类事物中是否有其他对象不具有某种性质，它没有表达。所以特称命题中的“有些”的含义是指“至少有一个”，可以多到“所有”。因此，当事实上所有 s 都具有性质 p（或都不具有性质 p）时，特称命题 s**I**p（s**O**p）为真命题。

传统直言命题的四个组成部分，在语言表达上都可以省略。比如：

1）犯罪行为是有社会危害性的。

2）巾帼不让须眉。

3）黄继光很勇敢。

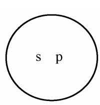
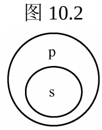
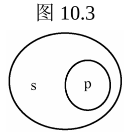
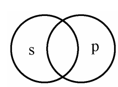
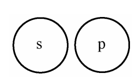
就分别省掉了全称量词“所有”、特称量词“有些”、肯定系词“是”。

10.2　AEIO的真假情况

传统直言命题实际上反映着现实中这样两类对象之间的关系：一类是为主词 S 所反映的客观对象，一类是为宾词 P 所反映的客观对象的性质。而这两类对象之间无外乎“**A**、**E**、**I**、**O** 的真假情况表”中五种图形所显示的五种关系：①全同关系，②种属关系，③属种关系，④交叉关系，⑤全异关系。一直言命题是真是假，就看其是否如实反映现实中两类对象之间的上述关系。具体地说，当且仅当 s 和 p 在实际上反映着图 10.1、图 10.2 所示的全同关系、种属关系之一时，s**A**p 为真；否则便假。当且仅当 s 和 p 在实际上反映着图五所示的全异关系时，s**E**p 为真；否则便假。当且仅当 s 和 p 实际上反映着图 10.1、10.2、10.3、10.4 所示的全同关系、种属关系、属种关系、交叉关系之一时，s**I**p 为真；否则便假。当且仅当 s 和 p 在实际上反映着图 10.3、10.4、10.5 所示的属种关系、交叉关系、全异关系之一时，s**O**p 为真；否则便假。

如果以数码“1”表示真，以数码“0”表示假，那么，传统直言命题 **A**、**E**、**I**、**O** 的真假情况如表 10.1 所示。

表 10.1　AEIO 的真假情况表

s和p外延间的关系 / 命题实例的真假值 / 命题的类别	图 10.1	图 10.2	图 10.3	图 10.4	图 10.5
					
	s：等边三角形	s：贵州人	s：中国人	s：老人	s：日本人
	p：等角三角形	p：中国人	p：贵州人	p：数学家	p：美国人
A	1	1	0	0	0
E	0	0	0	0	1
I	1	1	1	1	0
O	0	0	1	1	1

10.3　AEIO的真假关系

从上面所列出的 **A**、**E**、**I**、**O** 的真假情况表，我们可以清楚地看出，在通常所说的“素材相同”的情况下，即在主词与主词相同、宾词与宾词相同的情况下，这四种命题之间有如下真假关系。

1．上反对关系

上反对关系就是指 **A** 与 **E** 两种命题之间不能同真、可以同假的关系。所谓不能同真，就是当其中之一真时，另一必假；所谓可以同假，就是当其中之一假时，另一可真可假（即有时真有时假）。请看如下实例。

A：某甲所有证词都是可信的。

E：某甲所有证词都不是可信的。

这两个语句所表达的命题就是素材相同的命题。

1）当 **A** 真时，即当事实上某甲所有证词都是可信的时，**E** 必然假；当 **E** 为真时，即当事实上某甲所有的证词都不可信时，**A** 必然假。此即 **A**、**E** 二者不能同真。

2）当 **A** 假时，有下列两种情况：一是，当事实上某甲所有证词都不可信，这种情况下，**E** 为真；二是，当事实上某甲的证词中有一部分是可信的，有一部分不是可信的，在这种情况下，**E** 亦为假。同样，当 **E** 为假时，亦有两种情况：一是，当某甲的证词全部可信，这种情况下，**A** 为真；二是，当某甲的证词事实上有一部分可信，有一部分不可信，此种情况下，**A** 亦为假。此即 **A**、**E** 二者可以同假。

2．下反对关系

下反对关系就是指 **I** 与 **O** 两种命题之间不能同假、可以同真的关系。所谓不能同假，就是当其中之一假时，另一必真。所谓可以同真，就是当其中之一真时，另一可真可假。例如：

I：有些在座的同学是逻辑爱好者。

O：有些在座的同学不是逻辑爱好者。

这两个语句所表达的命题素材相同。它们之间的真假关系就是下反对关系。具体说：

第一，它们不能同假。①当 **I** 假时，即，当事实上在座的同学全部都不是

逻辑爱好者时，**O** 必为真；②当 **O** 为假时，即，当事实上在座的同学全部都是逻辑爱好者时，**I** 必为真。此即 **I**、**O** 不能同假。

第二，它们可以同真。①当 **I** 真时，有两种情况：一是，当事实上在座的同学部分是部分不是逻辑爱好者时，**O** 为真；二是，当事实上在座的同学都是逻辑爱好者时，**O** 为假。②当 **O** 真时，亦有两种情况：一是，当事实上在座的同学部分是部分不是逻辑爱好者时，**I** 为真；二是，当事实上在座的同学都不是逻辑爱好者时，**I** 为假。此即 **I**、**O** 可以同真。

3．矛盾关系

矛盾关系就是指 **A** 与 **O**（或者 **E** 与 **I**）两种命题之间不能同真也不能同假的关系。亦即，在 **A** 与 **O**（或 **E** 与 **I**）之间，当其中之一真时另一必假，当其中之一为假时另一必真。例如：

A：此案中所有证据都是间接证据。

O：此案中有的证据不是间接证据。

显然，二者既不能同真、也不能同假。

又如：

E：此案中所有证据都不是间接证据。

I：此案中有的证据是间接证据。

同样明显，二者也既不能同真、也不能同假。

4．差等关系

差等关系就是指 **A** 与 **I**（或者 **E** 与 **O**）两种命题之间的真假关系。鉴于全称命题又称上位命题，特称命题又称下位命题，因此，我们用“上”表示全称命题 **A**（或 **E**），用“下”表示特称命题 **I**（或 **O**），这样，**A** 与 **I**（或 **E** 与 **O**）之间的真假关系可以表述为：

1）上真则下真，上假则下不定；

2）下假则上假，下真则上不定。

所谓“不定”，亦即“真假不定”或“可真可假”。比如，就 **A** 与 **I** 而言，当 **A** 真时 **I** 必然真，当 **A** 假时 **I** 可真可假；当 **I** 假时 **A** 必假；当 **I** 真时 **A** 可真可假。举例说明如下。

A：甲班所有同学都是团员。

I：甲班有些同学是团员。

（1）上真则下真

当 **A** 真时，即事实上全班同学都入了团时，**I** 必然真。

（2）上假则下不定

当 **A** 假时，有两种情况：一是，当事实上甲班所有同学都没有入团时，**I** 为假；二是，当事实上甲班部分同学入团部分同学没有入团时，**I** 为真。

（3）下假则上假

当 **I** 假时，即事实上甲班同学全都没有入团时，**A** 必然假。

（4）下真则上不定

当 **I** 真时，亦分两种情况：一是，即当事实上甲班同学部分入团部分没有入团时，**A** 为假；二是，当事实上甲班所有同学都入了团时，**A** 为真。

上述这四种关系，在逻辑史上有人曾用一个正方图形来表示。这就是传统形式逻辑史中所谓“逻辑方阵”，又称为“逻辑正方形”。如图 10.6 所示。

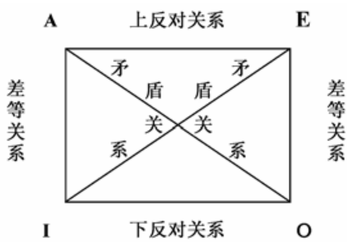


图 10.6　A、E、I、O 的逻辑方阵

通过这个方阵表述的 **A**、**E**、**I**、**O** 四种命题之间的真假关系，传统形式逻辑称为 **A**、**E**、**I**、**O** 命题的对当关系。按照这种对当关系，可由一种直言命题的真假推知其他三种直言命题的真假情况。

提请注意的是：在从对当关系方面讨论直言命题时，不能把单称命题看作全称命题。单称肯定命题和单称否定命题之间是不能同真也不能同假的矛盾关系，而不是上反对关系。

10.4　AEIO的主词和宾词的周延性问题

传统形式逻辑关于直言命题主、宾词周延性问题的讨论，目的在于寻求保证在推理体系中对直言命题作逻辑推导的有效性的规定。传统形式逻辑规定，词的周延性就是指在直言命题中对主词或宾词的外延数量的断定情况。在一个直言命题中，如果对其主词或宾词的全部外延作了断定，那么，称其主词或宾

词周延；如果未对其主词或宾词的全部外延作断定，那么就称其主词或宾词不周延。这样：

1）在直言命题“所有 s 都是 p”和“所有 s 都不是 p”中，主词 s 的全部外延被断定，故 s 周延。

2）在“有的 s 是 p”和“有的 s 不是 p”中，未对 s 的全部外延作断定，故 s 不周延。

3）在“所有 s 都不是 p”和“有的 s 不是 p”中，断定了 p 类所有分子不是 s 类的所有分子或部分分子，故宾词 p 周延。

4）在“所有 s 都是 p”和“有些 s 是 p”中，由于只断定 s 类的所有分子或 s 类的部分分子是 p 类的分子，没有断定 s 类的所有分子或 s 类的部分分子就是 p 类的所有分子，亦即没有断定 p 类的所有分子就是 s 类的全部分子或部分分子，也就是说并未对 p 的全部外延作断定，因此，其宾词 p 不周延。

综上所述，可得如表 10.2 所示情况。

表 10.2　主词 s 和宾词 p 的周延情况

词的类别 / 词的周延情况 / 命题的类别	**主词 s**	宾词 p
sAp	周延	不周延
sEp	周延	周延
sIp	不周延	不周延
sOp	不周延	周延

归纳起来可得：

1）全称命题主词周延；

2）特称命题主词不周延；

3）肯定命题宾词不周延；

4）否定命题宾词周延。

在讨论周延性问题时，流行的传统形式逻辑读本还做如下说明。

1）周延问题是关于直言命题的主词和宾词的问题，因此，不能离开一个确定的命题独立地说某一词周延或不周延；同时，必须根据在命题中对主、宾词外延间关系的断定，而不能根据客观事实来确定主、宾词周延与否。

2）一命题主、宾词周延与否，只能就命题的一般形式而言，而不能以个别具体命题的主、宾词的外延有某种关系作为主、宾词周延不周延的理由。

此外还须说明，在讨论周延问题时，把单称命题看做全称命题，其主词周延。

10.5　直言命题的否定命题及其恒等命题

根据直言命题逻辑方阵中的矛盾关系，否定其中一个命题必然恒等于对角线另一头的那个命题。因此有：

1．全称肯定命题的否定命题恒等于特称否定命题

用符号表示为：¬（s**A**p）= s**O**p。例如：

并非所有犯罪都是贪污犯罪。

恒等于：

有些犯罪不是贪污犯罪。

2．全称否定命题的否定命题恒等于特称肯定命题

用符号表示是：¬（s**E**p）= s**I**p。例如：

并非所有军人都不是高素质人才。

恒等于：

有些军人是高素质人才。

3．特称肯定命题的否定命题恒等于全称否定命题

用符号表示为：¬（s**I**p）= s**E**p。例如：

并非有些事物是静止的。

恒等于：

所有的事物都不是静止的。

4．特称否定命题的否定命题恒等于全称肯定命题

用符号表示为：¬（s**O**p）= s**A**p。例如：

并非我班有的同学不是共青团员。

恒等于：

我班所有的同学都是共青团员。

在上述恒等命题的恒等式中，把恒等式左边的否定式中的否定号去掉，恒等式左右两边的表达式的真假关系就是矛盾关系：不能同真也不能同假。

第 11 章　传统形式逻辑直言命题推导

传统形式逻辑称其直言命题推导为“直言命题推理”。鉴于被称为“直言命题推理”中有一些是不能从已有知识获取新知识的导出，因而，我们如实地称之为“直言命题推导”。

11.1　传统直言命题对当关系推导

根据相同素材的 **A**、**E**、**I**、**O** 四种命题之间存在着的对当关系所进行的推导，传统形式逻辑称为“对当关系推理”。传统直言命题对当关系推导共有 16 个推导式。

11.1.1　以sAp或其否定命题¬（sAp）为前提的四种推导

其表达式为：

（1）s**A**p $\rightharpoonup$ ¬（s**E**p）　（根据反对关系的“不能同真”的关系）

（2）s**A**p $\rightharpoonup$（s**I**p）　（根据差等关系的“全真则特真”的关系）

（3）s**A**p $\rightleftharpoons$ ¬（s**O**p）　（根据矛盾关系的“不能同真”的关系）

（4）¬（s**A**p）$\rightleftharpoons$ s**O**p　（根据矛盾关系的“不能同假”的关系）

11.1.2　以sEp或其否定命题¬（sEp）为前提的四种推导

其表达式为：

（5）s**E**p $\rightharpoonup$ ¬（s**A**p）　（根据反对关系的“不能同真”的关系）

（6）s**E**p $\rightleftharpoons$ ¬（s**I**p）　（根据矛盾关系的“不能同真”的关系）

（7）¬（s**E**p）$\rightleftharpoons$ s**I**p　（根据矛盾关系的“不能同假”的关系）

（8）s**E**p $\rightharpoonup$ s**O**p　（根据差等关系的“上真则下真”的关系）

11.1.3　以sIp或其否定¬（sIp）为前提的四种推导

其表达式为：

（9）¬（s**I**p）$\rightharpoonup$ s**O**p　（根据下反对关系“不能同假”的关系）

（10）s**I**p $\rightleftharpoons$ ¬（s**E**p）　（根据矛盾关系的“不能同真”的关系）

（11）¬（s**I**p）⇌s**E**p　　　（根据矛盾关系的“不能同假”的关系）

（12）¬（s**I**p）⇀¬（s**A**p）　（根据差等关系的“下假则上假”的关系）

11.1.4　以sOp或其否定命题¬（sOp）为前提的四种推导

其表达式为：

（13）¬（s**O**p）⇀s**I**p　　　（根据下反对关系“不能同假”的关系）

（14）s**O**p⇌¬（s**A**p）　　　（根据矛盾关系的“不能同真”的关系）

（15）¬（s**O**p）⇌s**A**p　　　（根据矛盾关系的“不能同假”的关系）

（16）¬（s**O**p）⇀¬（s**E**p）（根据差等关系的“下假则上假”的关系）

例如，“11.1.1”中第（1）个表达式的实例可举：从“一切事物都是发展变化的”就可推出“并非一切事物都不是发展变化的”。即：s**A**p ⇀¬（s**E**p）。

11.2　传统直言命题变形推导

传统形式逻辑的“直接推理”是指以一个命题为前提得出结论的推导。上节已介绍了传统的直言命题对当关系推导。本节介绍传统的直言命题变形推导。

直言命题变形推导是改变一个直言命题的形式从而得出另一个直言命题的直接推导。这样的推导主要有下述几种。

11.2.1　换质推导

传统形式逻辑所谓换质就是改变直言命题的质，亦即，将肯定系词“是”变为否定系词“不是”，或将否定系词“不是”换为肯定系词“是”。换质推导就是通过改变已知的直言命题的质，得出另一个直言命题的直接推导。例如：

有些军人是党员，
____

所以，有些军人不是非党员。

这就是一个换质推导。传统形式逻辑通常用一长横线表示“从…推导出…”。

换质推导必须遵守下述规则：

1）改变作为前提的命题的质；

2）结论中的宾词是前提中宾词的矛盾关系的概念。

传统形式逻辑换质推导的符号表达式为：

前提　　推导关系　　结论

s**A**p	⇌	s**E** $\tilde{p}$
s**E**p	⇌	sA $\tilde{p}$
s**I**p	⇌	s**O** $\tilde{p}$
s**O**p	⇌	sI $\tilde{p}$

表达式中的 p 与 $\tilde{p}$ 表示具有矛盾关系的词。用当代形式逻辑的观点来说，被它们所指谓的客观对象互为补关系。“～”读做“补”，也可按汉语的习惯读作“非”、“不”、“无”等。我们用符号 ⇀ 表示传统形式逻辑的推导关系，读做“从…得出…”或“从…推导出…”；为了方便，也可读做“得出”或“推导出”。上述四式，由于既可从左式推导出右式，也可从右式推导出左式。故而用双向推导符号 ⇌ 读作“互相推导”。

11.2.2　换位推导

传统形式逻辑所谓换位推导就是将直言命题的主、宾词互换位置，从而得出另一个直言命题的直接推导。例如：

有些军人是党员，
———————————
所以，有些党员是军人。

这就是一个换位推导的实例。

换位推导也有两条规则：

1）换位时，只将作为前提的命题的主词和宾词的位置互换，不得改变命题的质；

2）前提中不周延的词在结论中也不得周延。

传统换位推导符号表达式为：

前提	推导关系	结论
s**A**p	⇀	p**I**s
s**E**p	⇌	p**E**s
s**I**p	⇌	p**I**s

由于 s**A**p 的宾词 p 不周延，根据第 2 条规则，换位后成为结论的主词，p 在结论中不能周延，因此，**sAp** 换位后得 **pIs**。**sAp** 的换位称为限制换位。**sEp** 的主、宾词都周延，换位后仍然都周延。**sIp** 的主、宾词都不周延，换位后仍然都不周延。以 **sEp** 和 **sIp** 为前提的换位推导称为简单换位。限制换位只能从 **sAp** 推导出 **pIs**，故表达式中只用单向推导符号“⇀”；而简单换位既可以从左式推导出右式，又可以从右式推导出左式，故用双向推导符号“⇌”。

s**O**p 不能作为前提进行换位推导。根据第 1 条规则，作为否定命题的 s**O**p 如果要换位，换位后的结论必须仍然是否定命题。但 s**O**p 的主词 s 不周延，换位后成为结论中的宾词，而否定命题的宾词是周延的，于是违反换位推导的第 2 条规则。因此，s**O**p 不能进行换位推导。

11.2.3　换质位推导

现行传统形式逻辑读物中介绍的换质位推导就是通过对直言命题先换质后换位从而得出另一个命题的直接推导。例如：

人民的子弟兵是保卫祖国安全的守护神，

所以，人民的子弟兵不是不保卫祖国安全的守护神，

因此，不保卫祖国安全的守护神不是人民的子弟兵。

从第一个命题到第二个命题是换质，从第二个命题到第三个命题是换位。二者合起来就称为换质位推导。前提是第一个命题，结论是第三个命题。

换质位推导要遵守换质推导和换位推导的规则。

换质位推导的符号表达式如下：

前　提	（换质）		（换位）	结　论
s**A**p	⇀	s**E** p̄	⇀	p̄**E**s
s**E**p	⇀	s**A** p̄	⇀	p̄**I**s
s**O**p	⇀	s**I** p̄	⇀	p̄**I**s

以 s**I**p 为前提不能进行换质位推导，因为 s**I**p 换质后得 s**O** p̄，而 s**O** p̄ 是 **O** 命题，**O** 命题不能换位。

换质位推导可以连续进行。我们列出其符号表达式：

	（换质）		（换位）		（换质）		（换位）		（换质）	
（1）s**A**p	⇀	s**E** p̄	⇀	p̄**E**s	⇀	p̄**A** s̄	⇀	s̄**I** p̄	⇀	s̄**O**p
（2）s**E**p	⇀	s**A** p̄	⇀	p̄**I**s	⇀	p̄**O** s̄				
（3）s**O**p	⇀	s**I** p̄	⇀	p̄**I**s	⇀	p̄**O** s̄				

s**I**p 不能连续换质位。

有的书将先换位后换质的推导称为换位质。换位质也要遵守换位推导和换质推导的规则，并且也可以连续进行。其符号表达式为：

	（换位）		（换质）		（换位）		（换质）	
（1）s**A**p	→	p**I**s	→	p**O**$\bar{s}$				
（2）s**E**p	→	p**E**s	→	p**A**$\bar{s}$	→	$\bar{s}$**I**p	→	$\bar{s}$**O**$\bar{p}$
（3）s**I**p	→	p**I**s	→	p**O**$\bar{s}$				

s**O**p 不能换位，因此也不能进行先换位后换质的连续换位质推导。

11.3　传统直言三段论

11.3.1　三段论的概述

传统三段论就是以含有一个公共名词的两个直言命题去得出一个不出现公共名词的直言命题为结论的推导；也就是通常所说的四格十九式。例如：

军人应当熟悉军事法规；
熊岷是军人；
———————————————
所以，熊岷应当熟悉军事法规。

这就是三段论的一个实例。前两个命题中包含一个公共名词“军人”。由于这个公共名词的媒介，使“应当熟悉军事法规”和“熊岷”这两个名词的外延发生了关系，从而得出第三个命题“熊岷应当熟悉军事法规”。

一个三段论，由且仅由三个直言命题构成。其中已知的两个命题称为前提，被推导出的命题称为结论。

任何一个三段论都包含三个名词：大词、中词、小词。在结论中作宾词的是大词，一般用 p 表示。在结论中作主词的是小词，一般用 s 表示。在前提中出现两次而在结论中不出现的那个词，叫做中词，一般用 m 表示。

在三段论中含有小词的前提称为小前提，如上例中的“熊岷是军人”；含有大词的前提称为大前提，如上例中的“军人应当熟悉军事法规”。

11.3.2　三段论的规则

三段论推导必须遵守以下几条规则：

1．一个三段论有而且只能有三个不同的词

在三段论中，大词和小词，是借助于分别与中词所发生的联系，来确定它们彼此之间的关系的。假如不是三个词而是两个词，就构不成一个三段论。假如是四个词，就意味着失去了大、小前提的共同词——中词；由于两个命题没

有共同的词作媒介，因而也构不成三段论。例如：

军人是英勇善战的；
廖劲是军人；
所以，廖劲是英勇善战的。

乍一看，这好像是由三个名词构成的三段论。但仔细一分析，其中有四个名词。“军人”，这个词语，在第一个命题的语句中所指谓的是传统形式逻辑所讲的集合概念，在表达第二个命题的语句中所指谓的是非集合概念。因此，这也不是只有三个名词的三段论。

当代形式逻辑对待这种“四名词”问题，不是用集合概念、非集合概念这种不科学的理论来解释，而是用客观世界的集与集，元与集的关系理论来解释的。第一个句子所表达的是集（军人）和集（英勇善战的）具有属于（∈）关系（集（军人）相对于集（英勇善战的的）来说，前者是后者的元；第二个语句所表达的是个体（廖劲）与集（军人）具有属于（∈）关系。若用 m 表示集（军人），p 表示集（英勇善战的的），s 表示廖劲，则前两个语句所指谓的是：$m \in p$，$s \in m$。由于∈关系不具有传递性，得不出 $s \in p$，因而上例不是三段论。

2．中词在前提中至少周延一次

中词是由前提推出结论的媒介。在三段论的前提中，中词分别和大词、小词发生联系，这就要求中词在前提中必须至少周延一次。如果在两个前提中，中词都不周延，那么，中词的一部分和大词发生关系，另一部分和小词发生关系。这样，中词就不可能起到联结大词和小词的作用，就不能必然地得出 **A**、**E**、**I**、**O** 这样的结论。例如：

有些拥有核遏制力的国家是资本主义国家；
中国是拥有核遏制力的国家；
所以，中国是资本主义国家。

由于作为中词的“拥有核遏制力的国家”在大小前提中都不周延，因而它失去媒介作用，不能保证必然得出 **A**、**E**、**I**、**O** 的结论。违反这条规则的，也不是三段论，传统形式逻辑叫“中词不周延”

3．前提中不周延的词在结论中也不得周延

结论是由前提推出来的，因此，在前提中所反映的如果是大小词的一部分外延，在结论中也只能反映大小词的一部分外延。违反这条规则的有两种情况。

1）大词在前提中不周延，而在结论中周延了。例如：

军人都应热爱祖国；

朱瑞基不是军人；

所以，朱瑞基不应热爱祖国。

这个例子的问题在于大词“应热爱祖国”在前提中不周延，而在结论中周延了。因而，这也不表达三段论。传统形式逻辑称这种情况叫“大词不当周”或“大词扩大”。

2）小词在前提中不周延，而在结论中周延了。例如：

侵略战争是非正义的；

侵略战争是战争；

战争都是非正义的。

此例中的小词“战争”在前提中不周延，而在结论中周延了。其所表达的也不是三段论。传统形式逻辑称这种情况叫“小词不当周延”或“小词扩大”。

4．从两个否定前提不能得出结论

如果两个前提都是否定的，那么大词与中词相互排斥，小词与中词也相互排斥。既然大词、小词都与中词相排斥，中词就起不到联结大、小词的媒介作用，大、小词之间的关系就难于确定。因而不能必然得出结论。例如：

有的武器爱好者不是军校的学生；

谭菁然不是武器爱好者；

所以，谭菁然？

此例的结论是“是军校的学生”呢，还是“不是军校的学生”?无法确定。因而不能必然地得出结论。

5．有一个前提是否定命题，当且仅当，结论是否定命题

前提中如有一个为否定，另一个前提必为肯定。亦即，大、小词中有一词与中词的全部外延相排斥，另一词与中词结合，这样，大、小词之间也是排斥的，因此结论必为否定命题。例如：

侵略战争都不是正义战争；

日本对华战争是侵略战争；

所以，日本对华战争不是正义战争。

6．两个特称前提不能得出结论

若以两个特称命题作前提，则两个前提的组合为如下三种情况。

1）两个前提都是特称肯定命题 **I** 命题。若大、小前提都是特称肯定命题，

中词在前提中两次都不周延，则违反前述第二条规则，因而得不出结论。

2）两个前提都为特称否定命题 **O** 命题。此时大、小前提皆为否定命题，故违反前述第四条规则，也得不出结论。

3）大、小前提中，一为特称肯定命题 **I** 命题，一为特称否定命题 **O** 命题。这时，在两个前提中仅有一个周延的词（**O** 命题的宾语），从而难以避免“中词不周延”或“大词不当周延”的情况，因此仍得不出结论。

7．如果一个前提是特称命题，则结论必为特称命题

根据第六条规则，如果两个前提中有一个是特称命题，另一个必然为全称命题。如此，两个前提的组合有如下三种情况：

1）**A** 与 **I**。

在这种情况下，只有一个词是周延的。根据第二条规则，这个周延的词必须是中词。这样，大词和小词都不周延，因而结论必然是特称命题。

2）**E** 与 **O**。

在这种情况下，大小前提都是否定命题。根据第四条规则，两否定前提不能得出结论。

3）**E** 与 **I** 或 **A** 与 **O**。

在这种情况下，全称命题的主词周延，否定命题的宾词周延，这两个周延的词，一个必须是中词（据第二条规则），一个必须是大词（据第五条和第三条规则）。其余两个词不周延，这两个不周延的词中，有一个是小词。据第三条规则，小词在前提中不周延，在结论中也不得周延。所以结论是特称的。 例如：陈水扁当政时期，南京大屠杀在台湾岛内历史教科书中，比重愈来愈小，甚至干脆被删除，这让人们感到非常的不满。但是历史是不会因为不反映不提及就被抹灭。我们应当面对历史，反映真实历史，以教育后代。于是有下面的三段论：

凡是好的历史教科书都要反映南京大屠杀这一事件；

陈水扁当政时期，台湾岛内有些历史教科书不反映南京大屠杀这一事件；

所以，陈水扁当政时期，台湾岛内有些历史教科书不是好的历史教科书。

11.3.3　三段论的格与式

三段论的格就是由中词在两个前提中的位置不同所决定的三段论的结构形式。三段论有四个格，其结构如图 11.1 所示（见下页）。

例如：在《和美国记者安娜·路易斯·斯特朗的谈话中》，美国记者问毛主席如果美国使用原子弹会怎样？毛主席则回答道：“原子弹是美国反动派用

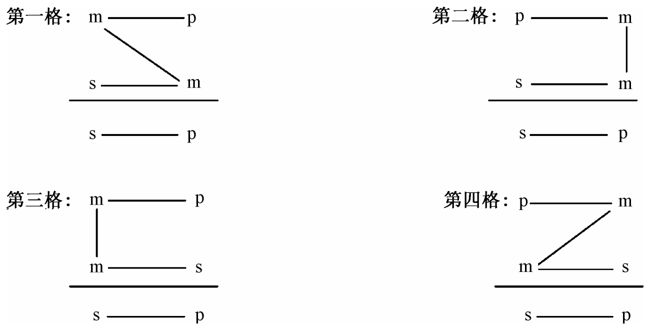


图 11.1　三段论四个格的结构图

来吓人的一只纸老虎，看样子可怕，实际上并不可怕。当然，原子弹是一种大规模屠杀的武器，但是决定战争胜败的是人民，而不是一两件新式武器。一切反动派都是纸老虎。看起来，反动派的样子是可怕的，但是实际上并没有什么了不起的力量。从长远看问题，真正强大的力量不是属于反动派，而是属于人民。……。蒋介石和他的支持者美国反动派也都是纸老虎。提起美国帝国主义，人们似乎觉得它是强大得不得了的，中国的反动派正在拿美国的'强大'吓唬中国人民。但是美国反动派也将要同一切历史上的反动派一样，被证明并没有什么力量。……。"

下面就是一个第一格的三段论：

一切反动派都是纸老虎；
美国帝国主义是反动派；
———————————————
所以，美国帝国主义是纸老虎。

三段论的式由前提和结论的质、量的不同而形成的不同形式，也就是 **A**、**E**、**I**、**O** 四种命题在两个前提一个结论中的各种不同的排列形式。比如说，大、小前提和结论都是由 **A** 命题组成的三段论形式，就是 **AAA** 式。

根据三段论的规则，在四个格中共有十九个式，即：

第一格	第二格	第三格	第四格
AAA	**AEE**	**AAI**	**AAI**
AII	**EAE**	**AII**	**AEE**
EAE	**EIO**	**EAO**	**EAO**
EIO	**AOO**	**EIO**	**IAI**
		IAI	**EIO**
		OAO	

例如：歼-10 开创了我国军机在设计定型前进行小批量生产，并交付部队试用的先河。歼-10 是一种单发单垂尾 10 吨级轻型空中优势多用途战机，采用新一代战机流行的机腹进气、双三角中单翼加三角前翼的近耦合鸭式气动布局。歼-10 极有可能同其他第四代战机一样，采用四重数位化线传飞控系统。雷达方面，预计将采用国产脉冲多普勒 JL-10 雷达，搜索距离 100 千米～130 千米，攻击距离 80 千米～90 千米，可同时跟踪 6 个目标，并选定 4 个加以锁定摧毁。歼-10 采用了俄制 **AL**-31F 涡扇喷气发动机，最大加力推力为 12260 千牛，自身推重比在 8 左右。

下面就是一个第三格的 **AAI** 式的三段论：

歼-10 机是中国自主研制的；

歼-10 机是先进的军事武器；

所以，有些先进的军事武器是中国自主研制的。

11.3.4　三段论的省略式

三段论的省略式就是在语言表达时省略大前提或小前提或结论的三段论形式。

三段论的省略式有：

1）省略大前提的形式。例如，“我们是军人，所以，我们要服从命令。”这里省略了大前提“凡是军人都要服从命令”。其完整形式是：

凡是军人都要服从命令；

我们是军人；

所以，我们要服从命令。

2）省略小前提的形式。例如，“一切反动派都是纸老虎；帝国主义也不例外”。这里省去了小前提“帝国主义是反动派”。其完整形式，请读者自己写出。

3）省略结论的形式。例如“王正德是一个现代军人，现代军人都要掌握科学技术。”这里省略了结论“王正德要掌握科学技术。”其完整形式，亦请读者自行写出。

第 6 篇　逻辑证明及其认识论意义

第 12 章　逻辑证明与证实

12.1　几个有关概念

这里的证明即逻辑证明的简称。为了便于阐述问题，先介绍下述概念：

命题的原型：即为一命题所指谓的事件。

命题的真值：存在原型的命题称为真命题，其否定有原型的命题则称为假命题。命题的这种真假属性，在逻辑科学中称为真值。

既然一命题的真假取决于其原型是否存在，而原型存在与否只有通过社会实践才能鉴别，因此，实践不仅是认识的最初源泉，而且也是检验任何真理的终极标准。

确定为真（**或已知为真**）：如果一命题的原型存在，并且已经知道（或已经确定）其存在，则称确定该命题为真（或已知该命题为真）。

确定定理：证实一命题, 当且仅当确定该命题为真。

这里的“当且仅当”就是“充分必要条件”的一种习惯的表达方式。通常说成“…与…互为充分必要条件”，而在逻辑中也可简单地说成“等价”（不是“等值”）。这是关于证实与确定等价的定理，而不是用确定来定义证实。确定指的是下述事实：①原型存在；②已知原型存在。至于事实①是怎么知道的，则暂且不去管它。证实究竟指什么，目前还不能严格地说清楚。然而，不会仅仅是指上述二事实而不管事实①是怎么知道的。

尽管，证实和确定有上述区别，并且后者清楚而前者不清楚，然而，凡是承认任意确定了（亦即已经知道其原型存在）的命题是真理并且任意真理必定已获证实（亦即获得了实践标准的检验）的人都得承认确定定理。引入确定定理的用途在于：由于在证实究竟何所指还规定不清楚，因而，当我们在探讨一命题是否已证实时往往会由于对证实的理解不同而引起针锋不相对的“假争论”的情况下，我们可以通过探讨规定清楚了的确定与否来等价地替代。

12.2 证明的定义

我们给出证明的定义如下。

若 $\models$ **A→B**，并且 **A** 确定为真，则称 **A** 证明 **B**。其中，**A** 称为论据或根据，**B** 称为论题或论断。**A**→B 表示 **A→B** 是推理式，$\models$ 表示 **A→B** 具有两个独立性：仅仅依据逻辑内容即可独立于 **A**、**B** 的真值确定（一独）不会是 **A** 真而 **B** 假，可独立于 **B** 的真值确定 **A** 为真（二独）。语构变元 **A**、**B** 可以是一个命题，也可以是多个命题。**A→B** 可以是一个推理式，也可以是多个推理式。一个证明中的所有推理式的总和就称为该证明的证明方式。

二战期间，有一次苏军侦察员在侦察前沿阵地时发现阵地前丛林里的小树弯曲的方向和风向恰好相反，它立刻判断出前方这片丛林中一定有德军潜伏。他的证明过程是这样的：如果前方这片丛林正常，则小树的弯曲方向与风向应该一致，而事实上，小树的弯曲方向与风向相反，这说明阵前这片丛林的情况异常（1）；造成这种异常状况原因要么是有敌军的潜伏，要么是由于其他原因造成，而在目前战争状况下，阵前丛林的这种异常状况是不可能有其他原因引起的，所以只可能是敌军潜伏所致（2）。

这就是一个证明的实例。其中，这片丛林里有德军潜伏便是论题（A），而论据（B）则是丛林里的小树弯曲的方向和风向恰好相反，这种异常状况是不可能有其他原因引起的，所以只可能是敌军潜伏所致。而证明方式则是由一个充分条件假言推理即（1）和一个尽举不相容选言推理即（2）构成。

我们以 $\Vdash$ **A→B** 表示 **A** 证明 **B**。在符号$\Vdash$中，两个短横表示两个独立性，第一条竖线表示论据 A 已确定为真。$\Vdash$ **A→B**（即 **A** 证明 **B**）依据什么?依据逻辑或经验事件 **A** 的存在、逻辑的充分条件事件 **A→ B** 的逻辑存在。在$\Vdash$ **A→B**（即 **A** 证明 **B**）中，证明了什么？证明了逻辑或经验事件 B 的存在。

因而，证明的本质是：从对两类事件（**A** 和 **A→B**）的存在的认识过渡到对另一类事件（**B**）的存在的认识。当然，这种过渡是在人的认识中进行的，但是，客观世界的从事件 **A**、**A → B** 的存在到事件 **B** 的存在的带有规律性的过渡是不以人的认识与否以及认识的正误为转移的。

12.3　几种常见的证明方法

本节介绍常见的几种证明方法：正证法、反证法、侧证法、一般归纳法、归谬法。为了方便，我们先介绍反证法。

12.3.1　反证法

反证法就是通过证明与论题 **B** 相矛盾的命题¬**B** 假来确定论题 **B** 真的证明方法。¬**B** 可称为反论题。

在反证法的证明中，$\Vdash$ **A**→**B** 的全过程可概括如下。

求证：论题 **B** 真。

证明：（1）设反论题¬**B**。

（2）如果¬**B**，那以 **C**（以¬**B** 为前提进行有效推导，得出 **C**）；已知 **C** 假；故¬**B** 假（根据充分条件假言推理否定式）。

（3）依据排中律可得，**B** 真。

传统形式逻辑在证明传统三段论格的规则时，往往采用反证法。比如证明“第一格的小前提必须为肯定命题”就是如此。其证明如下。

求证：三段论第一格的小前提必为肯定命题（**B**）。

证明：（1）假设“三段论第一格的小前提为否定命题（¬**B**）”。

（2）①如果三段论第一格的小前提为否定命题（¬**B**），那么，根据三段论规则（四）“两个否定前提不能得出结论”，大前提必须为肯定命题；于是，大词在大前提中不周延。②如果三段论第一格的小前提为否定命题（¬**B**），那么又根据规则（五）“若有一个前提是否定的，则结论必然是否定的”得，结论为否定命题；于是大词在结论中周延。

这与三段论规则（三）“前提中不周延的词在结论中也不得周延”矛盾，因而“三段论第一格的小前提为否定命题（¬**B**）”的假设不成立。

（3）根据排中律可得：三段论第一格的小前提必为肯定命题（**B**）。

12.3.2　侧证法

侧证法就是把要证明的论题看作是有关该问题全部可能成立的若干假说之一，经过证明除论题以外的其他假说都不成立从而确定论题真的证明方法。

在侧证法证明中，证明的全部过程可概括如下。

求证：论题 B 真。

证明：(1)找出与论题 B 的有关的问题全部可能成立的若干假说 $\mathbf{B}_1$、$\mathbf{B}_2$、…、$\mathbf{B}_i$、…、$\mathbf{B}_m$，并构成尽举相容选言命题：$\mathbf{B}_1$↾$\mathbf{B}_2$↾ ⋯ ↾ $\mathbf{B}_i$ ↾ ⋯ ↾ $\mathbf{B}_m$↾ **B**。

（2）证明 $\mathbf{B}_1$、$\mathbf{B}_2$、…、$\mathbf{B}_i$、…、$\mathbf{B}_m$ 皆不成立。

（3）根据尽举相容选言推理肯定式得：论题 **B** 真。

鉴于在侧证法中运用了尽举相容选言推理式，因而侧证法又称作选言证法。有些书又叫排除法。

毛泽东同志在《中国革命战争的战略问题》一文中证明“中国革命战争只能由中国无产阶级及共产党来领导”时，就用了侧证法。他写道：

“中国革命战争的主要敌人是帝国主义和封建势力。中国资产阶级虽然在某种历史时期可以参加革命战争，然而由于它的自私自利性和政治上经济上的缺乏独立性，不愿意也不能领导中国革命战争走上彻底胜利的道路。中国农民群众和城市小资产阶级群众，是愿意积极参加革命战争，并愿意使战争得到彻底胜利的。他们是革命战争的主力军；然而他们的小生产的特点，使他们的政治眼光受到限制（一部份失业群众则具有无政府思想），所以他们不能成为战争的正确的领导者。因此，在无产阶级已经走上政治舞台的时代，中国革命战争的领导责任，就不得不落到中国共产党的肩上。”

12.3.3　正证法

正证法与反证法、侧证法不同。正证法不需要通过证明反论题假来确定论题真，也不需要通过证明与论题相关的若干假说的命题假来确定论题真，而是从真论据出发，按照一定的推理推出论题真的证明方法。这种证明方法的特点就是从正面进行，而不是从反面或侧面进行。这就是我们把它称做正证法的缘故。有些传统形式逻辑读本称之为直接证法。这种叫法会与运用直接推理进行证明还是运用间接推理进行证明产生误解。因此，我们不用“直接证法”这个名称。

在正证法的证明中，⊩ **A**→**B** 的全过程比上述两种证明方法显得单纯。

求证：论题 **B** 真。

证明：（1）找出论据 **A**；

（2）按一定的推理式，由 **A** 真推出 **B** 真。

例如：

不正之风和腐败现象是党和国家生活中的一大公害。因为不正之风和腐败现象严重侵蚀党的肌体，损害国家和人民的利益，破坏党和人民群众的关系，干扰和阻碍改革开放和社会主义现代化建设的顺利进行，影响社会的安定和经济的持续、稳定、协调发展。

这里就是用的正证法，其中“不正之风和腐败现象是党和国家生活中的一大公害”是论题，其他的命题是论据，而论题的真实性正是通过论据的真实性直接推出来。其推理过程较简单，留给读者去做。

12.3.4　一般归纳法

对于由某些与自然数有关的命题 **B**，人们常常采用下述方法来证明它们的真理性：先证明当 *n* 取第一个值（例如 n_o=1）时命题 **B** 成立，然后证明当假设 *n*=*k* 时命题 **B** 成立，则当 *n*=*k*+1 时命题 **B** 仍成立（因为证明了这一点，就可以断定这个命题 B 对于 *n* 取第一个值后面的任意值都成立）。我们把这种证明方法叫做一般归纳法。

例如：我们用这种一般归纳法来证明下述命题 **B**：

$$l+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)=n^2$$

证明：（1）n=1 时，左边=1，右边=1, 等式成立。

（2）设当 n=k 时，等式成立，即 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$，那么

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)+[2(k+1)-1]$$
$$=k^2+[2(k+1)-1]$$
$$=k^2+2k+1$$
$$=(k+1)^2$$

亦即，如果当 n=k 时等式成立，那么当 n=k+1 时等式仍成立。

故，$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$

12.3.5　归谬法

归谬法是证明论题 **B** 假的证明方法，传统形式逻辑通常称之为反驳的一种方法。

归谬法是通过以论题 **B** 为前提，经过推理得出一个或一些显然荒谬的命题 **C**，从而确定 B 假的证明方法。

在归谬法证明中，其证明的全过程可概括如下。

求证：论题 **B** 假。

证明：

（1）如果 **B**，那么 **C**（以 **B** 为前提进行有效推导，得出 **C**）；

（2）但已知 **C** 假；

（3）因此，**B** 假。

常用的归谬法证明大致有下述三种。

1．从论题B出发推出假命题C

一位警卫战士，在转战陕北行军途中，对毛泽东同志说："新四旅打仗厉害，因为里面河北人多，河北人能打仗。"毛泽东说同志："河北人不一定都能打仗吧，三国时候，河北名将颜良、文丑，不是叫山西人关云长给杀了嘛！能不能打仗，不在乎是哪省的人。"

毛泽东同志在证明那位警卫战士的论题为假时采取了下述的归谬过程：假如河北人能打仗，那么三国时候，河北名将颜良、文丑，就不会被山西人关云长给杀了，而事实上，颜良和文丑败给山西人关云长。因而并非河北人都能打仗，能不能打仗，这与是哪省的人无关。

2．从论题B出发，推出自相矛盾的两个命题C和¬C

例如，神学的叛逆者、迷信的掘墓人伽利略在他 26 岁时就用这种归谬法严格地证明了统治人类两千年的"亚里士多德自由落体运动法则"的否定。"亚氏法则"即："重物的自由降落速度必定快于轻物（α）。"当时，已有下述可称为"固结物体合速度定律"的物理定律："二运动物体固结起来的合速度必定不快于其中较快的（β）。"于是伽利略就设想：有两个铁球，一大一小，要是把两个铁球固结起来（固结后称为合球），显然，合球比大球重（γ_1）。据α 和γ_1，可得出"合球的自由降落速度快于大球（δ_1）"。同样明显，大球比小球重（γ_2）。根据α和γ_2，可得出"大球的自由落体速度快于小球（δ_2）。"然而，据β和δ_2 却可得出"合球的自由降落速度不快于大球（$\overline{\delta_1}$）"。这就得出一对矛盾：δ_1与$\overline{\delta_1}$。这就是说，从亚氏法则α出发可得出δ_1和$\overline{\delta_1}$。因而亚氏法则"重物的自由降落速度必定快于轻物"（α）"为假，即，伽利略证明了$\overline{\alpha}$。

伽利略在这个证明中运用了下述强归谬推理：

$$(\alpha \rightarrow \delta_1) \wedge (\alpha \rightarrow \overline{\delta_1}) \rightarrow \overline{\alpha}$$

3．从论题B出发推出¬B

比如，要证明"一切命题都是假的"（**B**）为假，可从"'一切命题都是假的'是真的"这个假设出发，即：如果"'一切命题都是假的'（**B**）是真的"，那么"一切命题是假的"便是假的。因此，"一切命题都是假的"（**B**）假。

这种归谬证明采用了弱归谬推理式：

$$(\mathbf{B} \rightarrow \neg\mathbf{B}) \rightarrow \neg\mathbf{B}$$

第 13 章　逻辑证明的认识论意义

13.1　证实的定义

要切实地探讨证明与证实之间的联系与区别，除了严格地规定证明外，还得规定证实。我们将从直接证实开始给证实下一个一般归纳定义。由于直接证实规定为直接通过实践揭举一命题的原型，这里包含实践。故而，在规定清楚实践之前证实是不清楚的。因此，证实的清晰化有待于对实践的规定。我们希望，下面从直接证实出发的证实的一般归纳定义将有助于对实践的精确规定。

证实的一般归纳定义如下。

1）直接证实是证实（这称为基始：证实至少包括直接证实）。

2）若前提与推理式已证实，则通过证明得出的结论已证实（这称为施归纳于证明的次：直接证实可以认为是 0 次证明——0 次使用证明，即不使用证明；然后，使用 1 次证明为 1 次；…；使用 i 次证明为 i 次；…；使用 n 次证明为 n 次。不管 n 是多大，这从 0 次开始直到 n 次为止的证明的所有结论均已证实）。

3）一命题已证实仅当满足 1）或 2）（这称为限制约定）

1）、2）说明了证实至少包括些什么，3）说明了证实至多包括些什么。1）、2）、3）这三者结合起来，才唯一确定地规定了证实的范围）。

我们称对 0 次以上（即至少使用 1 次证明的）的结论的证实为结论型的间接证实。因为，通过至少使用 1 次证明做出的间接证实只施加于证明的结论。这一段只讨论结论型的间接证实，因此省去定语“结论型的”，简称为间接证实。是否承认间接证实是一种证实，症结在于：是否承认人类的社会实践确实已经证实了称为证明的从已知真理去得出新真理的逻辑真理；症结在于：在鉴别称为证明的这种逻辑真理的真理性时，其标准究竟是世代人们亿万次重复的实践，还是一些人心目中的教条与偏见。

提请注意，间接证实，亦即按方式 2）至少通过 1 次证明进行的证实，其前提的证实未必是直接的，也可以是间接的。但是，尽管如此，追本溯源，最初的证实必须是直接的。从上述归纳定义可以明显地看出：在没有间接证实的

情况下可以进行直接证实；然而，在没有直接证实的情况下就决不可能有间接证实。间接证实必须以直接证实作为“基始”——基本的原始依据。

在战争中，多数情况下，由于容易受时间、空间等条件的限制，一些命题无法直接证实，只能间接证实。譬如，1944 年，苏军正在布置对德军的反攻，但不清楚德军防线的兵力布署情况。后来苏军通过前沿观察哨所观察发现，德军第一道战壕前积雪一片白，约一公里的地面上只有很少几处湿土。第二、三道战壕前的积雪则被大量抛出的泥土覆盖成褐色。因此苏军司令员断定，第一道战壕内只有零星的值班观察员；第二、三道战壕内布有重兵。

这是因为，当时天气已经转暖，冰雪开始融化，导致掩体内变得泥泞，于是德军就会清理积雪，同时也会把带雪的泥土一起抛出，因此，如果某处被抛出的泥土多，那么该处兵力就多。后来，苏军命令炮火猛攻第二、三道战壕，果然有效地摧毁了德军的兵力。

13.2　已证明的结论是否已证实

已证明的结论是否已证实?这个问题是哲学界关于真理标准问题的探讨在逻辑学领域内的延伸与继续。

我们暂且不拟探讨“证明是不是检验真理的标准”这样的问题，因为在给出实践、检验与标准的严格、科学的定义之前，弄不清楚在检验真理的实践标准中是否可包含证明，亦即，弄不清楚证明是否可以成为检验真理的实践标准的组成部分。也许有人觉得证明是一种思考，属于精神活动的范畴；而实践则是人类改造客观外界的现实的感性物质活动；因此，实践当然不能包含像证明这样的精神活动。然而上述对实践的规定只不过是几种已提出的看法中的一种，并非定论。与之并列的已提出的关于实践的不同规定还有几种，例如：实践是社会的主体有意识有目的地改造客观世界的感性物质活动。有一种意见甚至认为：“不错，目的是精神的东西，但精神的东西仍然能进入实践的过程；而且只有进人实践的过程，才有现实的实践活动，才能改造客观世界。”（《哲学研究》1981 年第 6 期，钟克钊《实践要素及其认识论意义》）这就允许把意识、目的之类的精神领域里的现象纳入实践之中，成为实践的组成部分。不过，无论如何，任何有理智的正常人所从事的改造客观世界的感性活动绝不可能是“无意识”、“无目的”的。上引这两种观点之间的分歧只不过在于：是否把这必不可少的意识、目的之类的精神现象从改造客观世界的活动中分离出来，然

后，把那活动剩下的光秃秃的纯感性物质部分称为实践。对这些问题，哲学家们已经争论了多年，如今还方兴未艾。在这种实践究竟是什么还众说纷纭、莫衷一是的情况下，我们无法讨论“证明是否检验真理的标准”这样的问题，而只能绕开这些分歧，把这个问题提炼得较为单纯些，探讨“已证明的结论是否已证实”。

为了进行缜密切实而不浮泛空洞的探讨，我们把上述问题结合一个实例来提出。我们知道，人类在有史以来的无数次战争中，得出了许多军事科学理论，而且新的军事科学理论还在不断涌现。假如我们用 e 来指称这不断涌现的新军事科学理论即新军事科学真理中的某一条。已证实“实践是检验任何真理的标准（α)”，可由之推出“实践是检验 e 的标准”（α')，不管α' 中的 e 是指哪一条新发现的真理，这就是说，α' 是通过已证实的α为前提的证明得出的结论。现在，问题是：①α' 是否已证实?要回答这个问题必须先回答下述问题：②α的内容是什么？③证实α意味着什么？④什么叫α' 是以α为前提的证明的结论？⑤α' 的内容是什么？⑥什么叫证实α' ？

我们先来对问题②做回答：α的经验内容是：1 元关系“…是真理”——s（…)，“实践是检验……的标准”—— p（…)；破折号后标出的是相应的符号表达；α 的逻辑内容的表达式是：$s(x) \rightharpoondown p(x)$。这就是说，$\alpha$ 的内容是：在“不管”个体变元给予赋值后 1 元原子事件 $s(x)$、$p(x)$ 的有无的情况下就“管”定了不会是有 $s(x)$ 而无 $p(x)$。对 $s(x)$、$p(x)$ 的有无是彻底地“不管”，然而，对不会是有 $s(x)$ 而无 $p(x)$ 却又是执着地“管”。对前者“不管”得彻底，才能对后者“管”得执着。如果说逻辑科学如今已成长成一棵浓荫盖地的参天大树，那么，这“不管”得彻底而又“管”得执着的充分条件命题就是种子，在那粒小小的种子里就蕴育着大树的胚芽。

再来对问题③、⑤与⑥做出回答：据确定定理，证实α当且仅当确定α，即α有原型且已为人们所知道。α 有原型意味着事实上存在下述规律：不管 x 是什么个体，有 $s(x)$ 必定有 $p(x)$，或者，不可能有 $s(x)$ 而无 $p(x)$。我们把人们究竟怎样以及何以能够发现这样的规律这一类问题留给哲学家去探究。我们仅从人们确定已经发现了这样的规律这个事实出发。令 e 为在确定α后新涌现的某条真理。显然，人们在确定α时不可能依据 $s(e)$ 与 $p(e)$，因为 e 其时尚未产生。然而，人们在当时并不知道 e 的情况下确定的α，α 却对后来产生的 e 也生效，亦即，只要 e 一经诞生，人们马上就可以把 e 代入α中的 x 而得出 $s(e) \rightharpoondown p(e)$，而这就是$\alpha'$ 的逻辑内容的表达式。α' 与α的内容区别

在于：α' 比α多一项经验内容，那就是指定的某一条真理 e；α比α' 多一项逻辑内容，那就是正由于并不专指某个体因而可以指任意个体的个体变元 x。通常称α为一般，称 a' 为个别，因为，个体变元 x 是一般的个体，而个体常项 e 是个别的个体。这里提请注意的是：一般不是在考察了一切个别（这是不可能也是不必要的）之后，而是在本来未知的新的个别不断涌现的情况下获得的。证实α' 当且仅当确定了α'，亦即α' 有原型且已为人们所知。有一项非常重要的事实，人们在未确定α' 的情况下即已确定了α，确定α并不依据确定α'。这是很明显的，因为在确定α时 e 尚未产生。故而，α' 这个命题也未形成，当然就更谈不上确定其为真了。我们在这里指出了一些事实。这些事实非常之重要。对这些事实可以发许多议论，但是我们只要这些事实而不发什么议论。

问题①需待问题④获解后再作回答。这里，需引用证明的定义和确定定理。

以 $\Vdash$ **A**$\rightharpoonup$**B** 表示 **A** 证明 **B**。在符号 $\Vdash$ 中。两个短横表示两个独立性，第一条竖线表示前提已确定。据确定定理，前提已确定当且仅当已证实。因此，$\Vdash$**A**$\rightharpoonup$**B** 意味着实践证实了：①不管 **A**、**B** 有无原型，仅由于 A、B 的逻辑内容就决定了不会是 A 有原型而 **B** 无原型，亦即，当 **A** 有原型时 B 必定有原型；②**A** 有无原型可独立于 **B** 确定；③**A** 有原型。因此，据已证实的①、③，**B** 必然有原型，且证明的作出者已知 **B** 有原型，故而，**B** 已确定为真；据确定定理，B 已证实。据②，**A** 可独立于 **B** 确定，亦即，**B** 不仅是已证实的真理，而且，对 **A** 来说还是新真理。证明是关于从已有真理去得出新真理的逻辑真理。从已有真理去得出新真理，这是逻辑科学的渊源与归宿。

请注意，当我们在给证明下逻辑学上的定义时，用的是确定，未用证实。前者已定义，后者尚未定义。尔后，在对证明的上述本质做讨论时，用了未定义的证实，其依据是确定定理（确定与证实等价）。在作这种讨论时，要强调的是：证明的原型（推理式与前提的原型）与结论的原型的存在确实都已获得实践标准的检验，尽管，在作这种讨论时我们依然说不清楚实践、检验、标准究竟是指什么，亦即，证实究竟指的是什么。这种使用说不清楚的术语进行模糊的讨论在哲学界是司空见惯的，有时，作为清晰的讨论的前奏，似乎还是必要的，或者说是难免。因此，我们的思路是：推理式的逻辑真与前提的经验真均已确定，因而，结论的经验真也已确定；据确定定理，结论已证实。

至此，我们就可以回答在前面提出的问题④并进而回答①了。

问题④与①的回答：α' 是以α为前提的证明的结论，当且仅当，已证实 $\Vdash$ $\alpha\rightharpoonup\alpha'$，亦即，已证实$[s(x)\rightharpoonup p(x)]\rightharpoonup[s(e)\rightharpoonup p(e)]$为推理式与证实$\alpha$

为真理。这确实均已证实：前者是称为代入定理的关于从已有真理去获得新真理的逻辑真理；后者是关于真理的实践标准的哲学真理。故而，α' 是以 α 为前提的证明的结论。因此，α' 在作为结论得出时就已证实，单就作为其可靠性不低于前提 α 的真理来说，不必另觅其他的证实。还提请注意，在证实 α 与 $\alpha \rightharpoonup \alpha'$ 时，鉴于内涵命题与推理式的两个独立性，α' 并未证实；α' 是在作为结论推出后才证实的。因此，α' 不仅是证实了的真理，而且，对 α 来说还是新真理。

13.3　结论对前提来说是否新知

逻辑证明能否得出新真理，结论对前提来说是否新知?这是逻辑史上长期未获解决的问题。

下面，我们结合一个科学史上通过证明得出新真理的事实作为例子，进行一些分析和讨论。

牛顿说过：“我之所以能看得远，是因为站在巨人的肩膀上。”这“巨人”指的就是长期而又广泛地从事社会实践的世世代代的前人。这巨人的实践深刻而又宏大，我们不妨称之为渊博的实践，以区别于少数人短期内从事的浅狭的实践。达尔文曾著有《兰之虫媒》一书。他像牛顿—样地站在巨人的肩膀上，总结出一项由渊博的实践证实了的真理：“凡兰皆虫媒（β）”。β 的式为 $s(x) \rightharpoonup p(x)$。书出未几，有曾到过马达加斯加者发现岛上长着—种堪称巨兰的长距武夷兰。它的唇瓣花萼的管状延伸细长达 29 厘米，宛如结绳工匠所用的长针，而花蜜隐藏在它的底部。发现巨兰的人不曾见到也不敢相信会有这么细长的舌头的蜂蝶，于是就写信诘问达尔文，用他身经的浅狭的实践来否认 β 的真理性。达尔文对曾获巨人渊博的实践证实的 β 的信念坚如磐石。他据 β 与“巨兰是兰（$s(e)$）”证明了“巨兰虫媒（$p(e)$”，并果决地预言该岛必定具备相应长度口吻的虫蛾吸吮巨兰的花蜜，为其传粉。一些不曾攀登上巨人肩膀上的生物学界侏儒还为此嘲笑达尔文，认为根本不可能有如此长吻的蛾子。然而，事实怎么样呢?距达尔文预言不久，人们经过周密的观察，果然在该岛发现了一种天蛾状的蛾子，它的吻在飞行时盘卷起来竟达 20 圈之多！达尔文的预言与能得出新真理的证明一起胜利了。这非同小可的胜利使当时的生物学界大为震惊。达尔文所用的推理式纳入我们的形式语言应是：

$$s(e) \wedge [s(x) \rightharpoonup p(x)] \rightharpoonup p(e)$$

这可以认为是下述二推理式的紧缩：$[s(x) \rightharpoonup p(x)] \rightharpoonup [s(e) \rightharpoonup p(e)]$，

$s(e) \wedge [s(e) \rightarrow p(e)] \rightarrow p(e)$：前者称为代入定理，后者称为充分条件推理肯定式。证明了 $p(e)$ 后．结论 $p(e)$ 是否已证实呢?这只要考查一下：①$p(e)$ 的原型是否存在，②当 $p(e)$ 有原型时达尔丈是否知道有。对①、②的问答都是肯定的，因此，$p(e)$ 一经证明，便已证实。那么，作为结论的 $p(e)$ 是否在证实其前提就已证实了呢?显然，证实 $s(e)$ 的人并未证实 $p(e)$（他根本不相信 $p(e)$)；而证实β的包括达尔文在内的“巨人”也并未证实 $p(e)$，因为，其时 e 尚未发现，连 $p(e)$ 这个命题都未形成，又何尝谈得上“证实”呢?！

由有效式 $s(e) \wedge [s(x) \rightarrow p(x)] \rightarrow p(e)$（以$\alpha$表示）刻划的逻辑存在事件是永远、普遍存在：不管是哪个论域、论域上的什么样的 l 元关系 s、p 以及个体 e。不管它们有些什么样的非逻辑性质，只要具有上述逻辑结构，该事件便永远存在。有效式α所刻划的逻辑规律像张大网，把宇宙间满足α的逻辑结构的对象域、1 元关系、个体一网打尽。常真闭充分条件件式 $s(x) \rightarrow p(x)$（以β表示）则揭举经验（非逻辑的）常有事件：具有“兰”的性质和具有“虫媒”的性质之间的充分条件关系，对于论域“植物”中的古往今来的个体来说，是普遍存在的。常真式β所揭举的经验规律像面中网，把论域“植物”中的已生、方生、未生的个体囊括无遗。由原子式 $s(e)$ 所表述的原子事件是事实上存在的：巨兰确实是兰，具有兰的性质。原子式 $s(e)$ 所表述的事件像面小网。只捕捞了一个 l 元关系“兰”和一个个体“巨兰”。在地球上还没有人的时候就有个体“巨兰”，就有 1 元关系“兰”、“虫媒”，就有 1 元原子事件“巨兰是兰”，就有非逻辑规律 “某个体是兰和该个体虫媒之间的充分条件关系”，就有逻辑规律内涵三段律“合取事件 $s(e) \wedge [s(x) \rightarrow p(x)]$ 和原子事件 $p(e)$ 之间的逻辑条件关系”。按存在的时间上的顺序来说，应是：逻辑规律内涵三段律 $s(e) \wedge [(s(x) \rightarrow p(x))] \rightarrow p(e)$，非逻辑规律 $s(x) \rightarrow p(x)$，原子事件 $s(e)$。在巨兰出现之前，就有闭充分条件事件“兰必定虫媒”，巨兰一出现，就为这面中网所囊括：在巨兰，兰，虫媒出现之前就有内涵三段律，巨兰、兰、虫媒一出现。就被捞进这张大网；于是，在这张大网里，和出现原子事件“巨兰是兰”的同时，必然地出现原子事件“巨兰虫媒”。

在内涵三段律存在了不知多少亿亿年之后，出现在地球上的中网兰必虫媒律投入内涵三段律大网。这之后又是若干亿年，在马达加斯加岛上出现的原子事件巨兰是兰投入兰必虫媒律中网，并因而投入内涵三段律大网。于是，万事齐备，这原子事件巨兰虫媒就合乎规律地同时产生。之后又是若干亿年，亚里

士多德认识了内涵三段律的一个侧面，提出了三段论推理式。又过了两千二百年，达尔文认识了兰必虫媒律，断言“凡兰皆虫媒”。又过了若干时日，写信诘问者认识了原子事件巨兰是兰，断言“巨兰是兰”，但他未亲眼目睹也不敢相信“巨兰虫媒”。达尔文从诘问者的信上得知有原子事件 $s(e)$，于是，据为他所发现的经验规律兰必虫媒律和为亚里士多德所揭露的逻辑规律内涵三段律推知存在原子事件 $p(e)$。这在当时只有达尔文相信，尽管他和别人一样未曾亲见这个事件。事情就是这样。达尔文使人惊叹的预言的内容（原子事件 $p(e)$），其实早已存在了不知多少亿年。达尔文在做出这个预言过程中所想到的作为依据的前提和推理式的内容（原子事件巨兰是兰、经验规律兰必虫媒律和逻辑规律内涵三段律）也早已存在了不知多少亿年。要说这里有什么规律，那就只有这些前提、推理式、结论的内容之间的客观规律：先后相继产生那些作为前提、推理式的内容的原子事件、经验规律和逻辑规律一旦事实上齐备，这作为结论的内容的原子事件也就在同一瞬间必然地合乎规律地产生。然而，这些前提、推理式、结论，则只不过是人对原子事件、经验规律、逻辑规律的认识、整理和表述，它们可以产生，然而未必产生：在亚里士多德前就未产生内涵三段论，在达尔文之前就未产生命题“凡兰皆虫媒”，到了那位写信诘问者总算产生了命题“巨兰是兰”，可是，他却并不相信“巨兰虫媒”，反而相信“巨兰并不虫媒”。这时，前提和推理式都已经齐备，然而，对于诘问者来说，结论并未必然地产生。可见，事实上，有了前提和推理式却未必有结论。这就是说，作为思考，前提、推理式和结论之间并不存在有前者而必有后者的那种规律性联系。即使对于事实上依据前提、推理式得出结论的达尔文来说．也并非什么被传统逻辑称为“思维规律”之类的东西在他身上起了作用（因为并不存在这一类东西），而是他对经验的和逻辑的客观规律的认识、整理和表述。

巨人的渊博实践证实的“凡兰皆虫媒”（β）是个内涵条件命题。实际上，任何具有科学意义的为渊博实践证实了的内涵条件命题其所潜在地涉及的领域总是超过证实它的早先的有限实践的范围的。在有限实践的范围内证实的内涵充分条件命题包含着可以向更广大的有限甚至无限领域开拓的潜在可能。这是事实。我们把人类究竟怎样以及何以能够有限地证实可以向更广大的有限甚至无限领域扩展的内涵条件命题这一点留给哲学家去深入探究，我们仅从承认这个事实出发。所谓证明，就是把真命题从证实它的早先的有限实践的范围向为其所潜在地涉及更广大的有限甚至无限的领域扩展。这种扩展是有规律的，这种扩展的规律取决于现实世界个体的 1 元或多元关系，关系间的真值函数关

系或充分条件关系的固有而又统一的规律，而逻辑科学就是研究这种扩展的规律的科学。现实世界的上述规律就称为客观的逻辑规律。这里，所谓客观世界的逻辑规律，就是逻辑存在事件，就是只取决于由在其中出现的项的子项的逐阶形成过程和子事件的逐层形成过程决定的结构（即逻辑结构）就普遍地存在的事件；而逻辑的充分条件规律就是只依据其逻辑结构就普遍地存在的充分条件事件。逻辑科学主要是研究客观世界的逻辑规律（尤其是其中的逻辑条件规律）的科学。这种客观世界的逻辑规律在人类诞生之前早就广泛地存在，人类认识了这种广泛存在的规律后，便逐渐形成了逻辑科学。逻辑的充分条件规律 $\boldsymbol{A} \rightharpoondown \boldsymbol{B}$ 的最根本的特征是：其本身的存在并不取决于其前、后件 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的有无，而当具有一定逻辑结构的事件 $\boldsymbol{A}$ 一旦存在，具有相应逻辑结构的事件 $\boldsymbol{B}$ 也必然存在。这种从事件 $\boldsymbol{A}$ 的存在到事件 $\boldsymbol{B}$ 的存在的过渡是客观的有规律的过渡。在人认识了这个客观的从事件 $\boldsymbol{A}$ 到事件 $\boldsymbol{B}$ 的必然的过渡后，就在人的意识里产生了从命题 **A** 到命题 **B** 的思维的过渡，以此作为对这种客观的过渡的一种认识、整理和表述，这就是所谓的推理论证。鉴于这种思维的过渡取决于人对客观的过渡的认识与否和认识的正误，因此，尽管客观的过渡是必然的，而思维的过渡不具有与之相应的必然性：可以发生，也可以不发生；可以这样进行，也可以那样进行。因此，这种思维的过渡并不是思维本身的规律，而是对客观的过渡的一种认识、整理和表述，是一种受思维规律支配的思维现象。

逻辑在研究客观世界的逻辑规律并把研究的结果表述为推理论证格式的同时，也研究作为表述论证方式的推理论证格式自身。前者称为语义的研究，后者称为语构的研究。但是，这后者仍然不能称为研究思维规律。因为，作为逻辑语构学研究对象的推理论证格式自身并不是什么思维规律，而是客观规律的一种表述方式。即使逻辑语构学，其最终目的也并不是研究推理论证自身，而是通过研究推理论证自身来更加透彻而又完备地研究客观的逻辑规律。语构学不仅受语义学的指导，而且是为语义学服务的。古希腊的唯物主义哲学家德谟克利特（Demoklittus，约前 460—370）在 24 个世纪以前的逻辑科学萌芽时期早就认为“逻辑是研究自然的工具”。

总之，逻辑研究客观世界的逻辑结构和逻辑规律，并把这种研究的结果用符号语言表述为命题结构和推导格式（语义学）；以此为渊源和归宿，逻辑还研究用符号语言表达命题结构和推导格式的性质（语构学）；为了实际应用，逻辑还研究用符号语言表达命题结构和推导格式在进行普通逻辑思考时必需运用的自然语言中的陈述方式（语用学）。这就是说，逻辑语义学研究客观逻

辑，而逻辑语构学研究表达客观逻辑的逻辑思维，逻辑语用学则研究承载逻辑思维的自然语言外壳。逻辑在研究客观的逻辑规律的同时也研究反映客观逻辑规律的思维及其语言载体，然而，逻辑对后二者的研究不能称为思维规律的研究，因为，逻辑思维及其语言载体本身并非是支配思维现象的思维规律，而是由思维规律支配的思维现象。思维确实有规律，但逻辑并不研究，而且在事实上，国内流行的语义、语构、语用三位一体、混沌不分的形式逻辑也不曾研究过。在很长的时期里，人们习惯于认为形式逻辑是研究思维规律而不是研究客观规律的科学，尽管在每一本宣称以思维规律为研究对象的形式逻辑书中所揭举的每一条逻辑规律事实上都是客观世界的规律，而并非思维自身的规律。所谓证明，就是巨人的实践渊博地证实了的下述反映现实世界的逻辑规律的逻辑真理：若具有一定逻辑内容的命题有原型，则具有相应逻辑内容的命题一定有原型。逻辑学就是研究推理论证的科学，就是依据上述逻辑真理把这种本来潜在的扩展的可能变成现实的科学，这就意味着早先已证实了领域的实际延伸；延伸到哪里，证实到哪里。这就是说，随着逻辑证明的过程的不断进展，实际上已获证实的领域就不断扩充。证明进展到哪里，证实也就扩充到哪里。在达尔文证明 $p(e)$ 的同时，证实也就扩充到 $p(e)$，虽然它在这之前并未证实。尽管 $p(e)$ 事实上有原型，达尔文也知道它有原型，因而是证实了的真理，然而，人们毕竟还尚未直接见到它的原型，因而称之为预言。所谓预言，就是通过证明得出的由于其异乎寻常因而令人瞠目的那种暂时还未见其原型的结论，是上述扩充的特别精彩动人的部分。

当然，后来的实践又直接证实了 p(e)。要是万一尔后的实践否定了 p(e)，亦即，p（e）事实上不存在原型，将作何解释呢?那很简单。这时：原来曾被认为是“真理”的β其实是谬误；原来曾被当做是“证明”的思考其实是前件虚假的推理；原来曾被当作是“结论”的 p（e）其实是虚假的后件。我们的探讨始终立足于事实上是什么，而不管人们曾将它当作什么。顺便说几句离题的话，幸而 p（e）这个预言是这尔文做出的，别人会费力气对此另作直接的再证实；要是预言 p（e）是换一个别的什么人做出的，而他又无条件去马达加斯加，那么，很可能，至今人们还会认为那到过该岛用身经的实践“证实”了的¬p（e）是“真理”，而 $p(e)$ 及其前提β都是“谬误”!

我们称通过实践直接揭举一命题有原型为直接证实。为区别于直接证实，称通过证明对结论所作的证实为间接证实。上述科学史上的佳话说明了：通过证明间接然而渊博地证实了的真理“巨兰虫媒”驳斥了那位写信者直接然而浅

狭地“证实”了的谬误“巨兰并非虫媒”。

在办得到的情况下，对已证实的命题再另作证实不仅是有益的，甚至是必要的。不仅要对通过证明间接证实了的命题另作直接的再证实，而且，对已获直接证实的命题也要另作间接的再证实，这是由于不管是直接的还是间接的证实的相对性。

第 7 篇　对逻辑科学发展的进一步研究

第 14 章　对传统形式逻辑读物中一些问题的讨论

作为真正的逻辑科学的传统形式逻辑，之所以两千多年来久胜不衰，是由于她具有始终深深地植根于和自然语言形影不离的普通逻辑思考实际，在理论上坚持论证不许循环等深刻正确的主导思想，并由此决定了她坚定地确认假言推理、尽举选言推理中出现的假言命题、尽举选言命题的真假不取决于其支命题的真假，从而确保所提出的一系列传统推理格式能据以进行不循环论证，向人类认识提供效能卓著的能从已知获取新知的工具。我们始终坚定地站在关爱传统形式逻辑的立场上，尽力廓清笼罩在她身上的朦胧的历史迷雾。我们探讨、剖析的目的是深深地希望传统形式逻辑深刻正确的主导思想和久胜不衰的理论成果得到发扬光大。

爱之深而责之切。真正热爱源远流长的传统形式逻辑的人们不会把手术刀误认为凶器！

14.1　传统形式逻辑概念理论中存在的问题

传统形式逻辑所研究的概念其实仅相当于当代形式逻辑的 1 元名词。传统形式逻辑不过问在人的普通的逻辑思考实际中经常运用的多元名词（即大于 1 的 n 元名词），故而作为传统简单命题的主宾词的就只能是 1 元名词，传统简单命题就只能是所谓的“直言命题”。这就决定了早先建立的传统的命题体系只能从 1 元名词为主宾词的直言命题出发。近些年来，不少传统形式逻辑读物中增添了一些 2 元、3 元关系命题。可是，尽管如此，那些新添的、依旧品种不全的关系命题犹嫌前无渊源，后无归宿——仍然不研究 n 元（n>1）名词，不介绍真正有效的关系推理。可以说，传统形式逻辑至多只能算 n 分之 1 的逻辑。

尽管传统形式逻辑在概念问题上只研究仅占 n 分之 1 的 1 元名词，可是在这 n 分之 1 的研究中仍然存在着不少弊端。下面仅略举一二。

14.1.1 关于概念的定义至今仍不能自圆其说

百余种传统形式逻辑读本对一些重要的逻辑术语的规定众说纷纭，莫衷一是，且各种说法都不甚清晰，甚至自相矛盾，不能自圆其说。譬如对概念的定义就是如此。

归结起来，传统形式逻辑读本给概念下的定义大致有两种类型。

一类定义是：概念是反映事物的特有属性的思维形式。有的书称为“思维形态”。不管叫“思维形式”也好，还是叫“思维形态”也罢，皆众说纷纭、莫衷一是。究竟何谓“思维形式”或“思维形态”，至今谁也说不清楚。迄今，人类所知道的事实是：思维是由客体所决定的（唯物律），在人类的头脑中进行的（定位律）一种脑神经元的搭接（发生律）。这唯物律、定位律、发生律是关于思维的规律，因此，可以称为“思维规律”。除此之外，被称为“思维”的这一种高级运动形态，不论在基本粒子、原子、分子等微观的层次上，还是在细胞、神经元抑或人脑组织的更大的部件等宏观的层次上，究竟具有什么样的结构（或形式），遵循什么样的规律，迄今还几乎一无所知。逻辑科学不论在过去、现在还是可以预见的将来，都始终在事实上不曾研究过思维的不同层次的微观或宏观的结构（形式）或规律。思维洞察身外的巨细，然而对自身却所知甚微。这可称为思维的“灯下黑现象”。不管这“灯下黑现象”意味着什么，将来能否改变，首要的是，这是如今的现实。

我们姑且不管这作为被定义概念的属概念的莫衷一是的“思维形式”或“思维形态”怎样，在这里我们仅剖析一下作为定义的种差的“反映事物的特有属性”究竟如何。

持这类观点的传统形式逻辑读本说：所谓特有属性就是某类事物都具有而别的事物不具有的那些属性。在事物的特有属性中，有些是本质属性，有些是固有属性（或称一般特有属性）。所谓本质属性就是某类事物的有决定性（决定该事物之所以为该事物）的特有属性。所谓固有属性就是某类事物的派生的特有属性。可见，这里所谓固有属性显然就是非本质的特有属性。这些读本举了如下实例：能制造和使用生产工具是人的本质属性，两足直立或两足无毛是人的固有属性。照这样的规定，反映事物的本质的特有属性的是概念，反映事物的非本质的特有属性的也是概念。

可是，这类逻辑读本又说：人们对客观事物的认识是一个不断深化的过程。人们的认识是发展的，是由生动直观到抽象思维，　由感性认识到理性认识的过程。感觉、知觉与印象属于生动的直观，是感性认识阶段的认识形式。概念、判断与推理属于抽象思维，是理性认识阶段的认识形式。感觉、知觉与印象所反映的是事物的现象、片面、外部联系，而概念所反映的是事物的本质、全体、内部联系。照这样的规定，反映事物的非本质的特有属性的认识形式，不属于抽象思维，不是理性认识阶段的认识形式，因而不是概念。

于是这类形式逻辑读本出现下述两对矛盾。

α：有些反映事物非本质的特有属性的认识形式是概念（根据这类逻辑读本给概念下的定义）；

α'：反映事物非本质的特有属性的认识形式不是概念（因为这类逻辑读本又说，概念是理性认识阶段的认识形式，它反映的是事物的本质、全体、内部联系）。

β：概念是理性认识阶段的认识形式（按这类逻辑读本关于两个认识阶段的论述）；

β'：有些概念不是理性认识阶段的认识形式（根据这类读本给概念下的定义，有些概念反映的不是事物的本质而是事物的非本质的特有属性）。

在同一节内容里面，在三、五页文字之内，在同一思维过程中，在用不矛盾律来要求人们的逻辑读本中，对概念的定义发生了如此明显的矛盾，不能自圆其说，自然是很不合逻辑的。

另一类定义是：概念是反映事物本质属性的思维形式。持这种观点的读本说，所谓本质属性就是决定一事物之所以成为该事物的属性。可是所列举的被称为本质属性的东西并非全是决定一事物之所以成为该事物的属性，被称为概念所反映的属性的并非都是决定一切事物之所以成为该事物的属性。有的书称“直立行走的动物”为人的本质属性，甚至有的书称“劳动产品”是商品的“共同的本质的属性”（须知，共同的本质属性当然首先应该是本质属性），可是“直立行走的动物”并不能决定人之为人，“劳动产品”并不能决定商品之为商品。根据这类读本给概念下的定义可得，只有反映事物本质属性的“思维形式”才是概念；而根据其所举实例，又得其反。看得出来，这类读本承认，对能将一事物跟他事物区分开来的非本质属性（如“直立行走的动物）的认识或反映所得的应为概念（如“人”）。这是符合人的认识实际的。否则，按照这类读本给概念下的定义，远古人对事物的反映都不能形成概念。如果真是这样，远古人

如何进行思维？

此外，一些传统形式逻辑教本一会儿说概念反映一类对象，一会儿又说概念反映一类对象的本质属性（或特有属性），一会说概念反映这二者。作为教科书，不应该这样游移不定。

14.1.2 有些概念种类划分不合理

现在流行的传统形式逻辑读本中都有“集合概念”、“非集合概念”的划分法。认为，“集合概念就是反映集合体的概念”。比较有代表性的读本对集合体的规定是，“事物的集合体是由若干个同类的个体有机组成的统一体”。照这种规定，显然一切实物都是所谓的“集合体”；比如一株树，是由各器官（若干同类个体）有机组成的统一体；树的一个器官如树干，是由许多细胞（若干个同类的个体）有机组成的统一体；一个细胞，是由许多分子（若干同类的个体）有机构成的统一体；一个分子，是由许多原子（若干同类个体）有机构成的统一体；……宇宙是无穷的，一切事物莫不是由更小的若干同类个体有机构成的统一体。可见，一切反映实物的概念都是所谓的“集合概念”。既然如此，何必特别划分出一类“集合概念”来？

究其原因，可能是由于人们有时往往容易只见树木，不见森林；不了解由同类个体有机构成的统一体，对构成统一体的各个同类个体反倒比较熟悉而造成的。有时人的思想像水一样，总是往阻力最小的地方流去。听到一声“森林”就以为说的是“树木”，看见“军队”二字却以为指的是“士兵”，而“老张是个工人阶级”这种说法就把“工人阶级”当作“工人”。为了防止这种自流的错误，人们便拿“集合概念”作为限流的堤坝，说“森林”、“军队”、“工人阶级”等是“集合概念”、说“树木”、“士兵”、“工人”等为“非集合概念”（尽管“树木”、“士兵”、“工人”等概念事实上也具有“集合概念”的内涵，符合对“集合概念”的规定）。至于像树木、树干、细胞之类的概念之所以不被这些逻辑读本称为“集合概念”，大概是因为人们对整体与部分了解得一样好，甚至对整体比对部分还知道得更清楚，因而不会发生这种自流错误，无需再费力气来堆造这道限流堤坝。堆造“集合概念”这道限流堤坝是不科学的，应当拆除。实际上，对于堆造这道堤坝所要想解决的问题，重要的是要弄清楚某概念的内涵究竟是什么。某概念的内涵清楚了，其外延就清楚了（由全部具有此概念内涵的对象组成的），这样就不会将树木当做森林，把士兵当作军队，拿工人当作工人阶级了。要是不清楚这些，光靠“集合概念”这道不科学的限流

堤坝仍然无济于事。引入“集合概念”的错误是流行的传统形式逻辑读本中经常出现的一系列错误中具有代表性的。这些错误，归结起来就是：为了防止一些错误，却又引进了另一种更难纠正的错误。有时，人们只顾着仰脸去采摘结在树枝上的李子，而脚却踩坏了落在地上成熟的桃子。

较为流行的传统形式逻辑读本还有所谓“正概念”、“负概念”的分类，一般的读本给出的定义是：

“正概念就是反映具有某种属性的事物的概念。”

“负概念就是反映不具有某种属性的事物的概念。”

这种规定显然是不科学的。任意事物都具有许多属性，又不具有此外的许多属性。因此，按照这种对概念分类的规定，很多概念，很难区分他们究竟是“正概念”还是“负概念”。大约就是这个原因，一般的读本都附加了区分正、负概念的语言标准。说表达负概念的词语往往带有“无”、“不”、“非”等字样。可是又说，带有“无”、“不”、“非” 等字样的词语，表达的并不都是负概念。附加的语言标准仍然难以贯彻。同一本书把带有“无”这个字样的“无产阶级”看作“正概念”，而把“无核国家”看作“负概念”。符合所规定标准的却不看作“负概念”。

客观对象集合 P 与集合 $\sim P$ 互补，事实上根本无正负之分。因此，作为对客观对象的思考的概念（或词）亦无正负之分。只是在语言表述上有是否带有否定词语的不同，比如，客观对象奇数与偶数互补，并无正、负之分，作为对二者的思考的概念自然无正、负之别。可是，由于在语言表达上可以带否定语词，也可以不带否定语词，因此，对奇数、偶数的汉语言表述可以有如下四种组合情况：

（1）奇数　　　偶数

（2）奇数　　　非奇数

（3）非偶数　　偶数

（4）非偶数　　非奇数

左边一列词语所指称的客观对象的集合与右边一列词语所指称的客观对象的集合互补；左边一列词语所表达的概念和右边一列词语所表达的概念依然互补。作为客观对象集合（或作为概念）的奇数与偶数只有互补关系，而无正负之分。在语言表述上，对这互补的二者皆可带否定词语。有一本逻辑书说，“在语言表达方面，正概念前面加上‘非’、‘不’等限制就成为负概念。而且只有前面加上‘非’、‘不’等限制的，才是负概念”。我们在讲授传统形式逻

辑时，有学生问：如果概念“核国家”是正概念，“无核国家”是负概念的话，同概念“核国家”所反映的属性完全一样的“非无核国家”又是什么概念？亦即，在表达负概念的词语前面加上“非”后所表达的又是什么概念？

在此，顺便写上几句。在客观世界，或者在关于客观世界的思考中，补与否定是有区别的：客观对象集合，或者关于客观对象的思考——名词（或概念）是成对地互补的；而否定是一种真值函数，它只施加于事件或关于事件的思考——命题。我们称施加于事件的为否定关系，称施加于命题的为否定词。

14.1.3 “概念不明确”是一种自相矛盾或者模棱两可的提法

在一些传统形式逻辑读本中还流行这样一种说法：“这是一个不明确的概念”，“这个概念是含糊不清的”。这种说法要么与这些读本自己对概念所下的定义矛盾，要么在给“概念”下定义时的“概念”与上述流行说法中的“概念”具有不同的含义：前者指的是“事实上是概念的东西”；后者指的则是“可能会有人觉得是概念的东西”；概念一词的含义在这里是模棱两可的。这就是说，这种在传统形式逻辑读本中关于“概念不明确”的流行说法尽管几乎已经习以为常，但是严格地分析起来，不是自相矛盾就是模棱两可。可能是由于“习焉不察”，“入芝兰之室久而不闻其香”，长期的潜移默化使人们感觉不到这种自相矛盾或模棱两可。要是具有确定的内涵和外延，概念就是明确的，而模糊不清就是不明确的，那么，对于人类的认识来说，概念总一定是明确的，而不会是含糊不清的。一般的传统形式逻辑读本对概念的规定就反映了这种实际情况：任何概念都具有确定的内涵和外延（因而都是明确的）。根据这种对概念的规定，凡是没有确定的内涵与外延，亦即不明确的语词就不是概念。这当然是对人类的认识来说的。对于某些个人，可能会发生这样的情况：会在语言文字上使用一些语词，然而并不清楚这些语词究竟承载什么样的已为人类认识确定了的概念。一些逻辑读本往往批评犯有这种错误的人说，“你的这个概念不明确”。尽管被批评者确实有错误，然而批评者也是错误的，因为按规定，概念是不会不明确的，而不明确的就绝不是按规定的概念。恰当的批评应该是“你并不懂得这个语词究竟承载什么样的概念”，或者，“你尽管会写会说这个语词，但是由这个语词所承载的概念你并不曾掌握”，或者，“你并不曾建立与这个语词相应的概念”。有一本传统形式逻辑教本这样写到：“仅有一千字的《哥达纲领》，马克思在批判时就列举出二十多个不明确的概念，并且一一加以剖析”。为了弄清这个问题，我国杰出的逻辑学家林邦瑾教授以其十分严谨的治学态

度，认真查阅了《哥达纲领批判》。在《哥达纲领批判》中，马克思称“劳动的产品”、“产品的价值”等为“明确的经济概念”；而在称呼《哥达纲领》中的“不折不扣的劳动所得”、“公平的分配”、“平等的权利”、“自由国家”等时，所用的语词，除了“模糊观念”、“一语”、“空话”、“含义模糊就是现在也不能接受的用语”、“陈词滥调的见解”、“空洞的废话”、“这个词”、“虔诚的信徒们借以互相识别的一个标记”、“不明确用语”以外，还有“一种虚构”、“空洞的遁词”、“含糊的要求”、“空洞的、虔诚的愿望”[①]……等等。然而，一次也不曾使用过“不明确的概念”这个提法。值得注意的是，“概念”这个语词只是在“明确的经济概念”中出现过一次。恩格斯在评论《哥达纲领》的信中，除了使用“这些要求是非常混乱和不合逻辑的”、“整个纲领都是杂乱无章、毫无联系、不合逻辑和丢丑的”等提法外，还使用了下述语词：“在理论上的胡诌和妄测”、“十足的谬论”、“含糊和混乱的词句”、“陈旧的含糊不清的术语”、“令人毛骨耸然的胡说”、“废话”、“无稽之谈”、“拉萨尔词句”[②]等等，也是一次都不曾使用过“不明确的概念”这种提法。马克思主义经典著作家在这方面给我们树立了光辉的榜样。

以上我们说的是，流行的形式逻辑读本既然对“概念”一词作了不可能不明确的规定，就不应该再用“概念不明确”这种自相矛盾的提法。然而，在日常语言中，正像“逻辑”一词是多义的样，“概念”也是多义的。在日常语言中，说“你这个概念”往往是指“你所使用的这个语词的被你所能理解的含义”。这当然可以含糊不清或者模棱两可（也就是所谓的“不正确”）。显然，这种日常意义上的“概念”与传统形式逻辑书中对之下定义的“概念”有显著的不同。一词多义是日常语言中广泛存在的现象。《尹文子·大道》关于“周人怀璞”的故事说：“郑人谓玉未理者璞，周人谓鼠未腊者璞”。同样是“璞”这个词，郑人指的是未琢之玉，而周人指的却是未风干的死老鼠。事实上有郑人和周人，而且还会有一会儿是郑人一会儿是周人的人。可是，尽管如此，传统形式逻辑作为一门严谨的科学，总该在“玉”和“老鼠”之间作个选择才好。在“玉”的意义上定义，然后在“鼠”的意义上使用，这终究不是科学的态度，始终以“遵守同一律”来要求读者的传统形式逻辑读本（尤其是教本）不应该有这种游移。

[①] 马克思著《哥达纲领批判》，载《马克思恩格斯选集》(III）第 5 页～23 页

[②] 马克思著《给奥·倍倍尔的信》，载《马克思恩格斯选集》(III）第 26 页～33 页

14.1.4　值得推敲的其他问题

除上述两方面的问题外，传统形式逻辑在概念方面尚有许多问题值得推敲。下面提及的，有些是带普遍性的问题，有些则是某一读本的问题。

有一本在教材改革中出版的教材给概念的内涵下的定义是：“概念的内涵就是反映在概念中的类的本质属性的总和”。这里出现如下歧义：“类的本质属性”是指整个类的本质属性还是指类中每一个分子所共同具有的本质属性？从定义的表达上看，它指的是整个类的本质属性。然而教材中所举实例又都是类中分子所共同具有的本质属性。须知，“由猿进化而来的”是人这整个类的本质属性，而“能思维”则是人这个类中每个分子所共同具有的本质属性。概念（人）的内涵究竟是“由猿进化而来的”还是“能思维”？按照这本逻辑教材给概念的内涵下的定义是很难确定的。

有一本很流行的传统形式逻辑教材给普遍概念下的定义是：“普遍概念是指反映某一类事物的概念”。而这本教材在给出这个定义的前两页上又说：“类可以由几个或许许多多个分子组成，也可以由一个分子组成，甚至可以不包括任何具体的分子”。于是出了一个问题：反映“由一个分子组成”或者“不包括任何具体分子”的类的概念，符合上述关于普遍概念的定义，可是这本教材又不说它们是普遍概念。显然，这个关于普遍概念的定义“过宽”了。

顺便要说的是，这本教材给“空类”的界说是，“在客观现实中不存在任何具体的分子”的类。不知何为“具体的分子”？又何为不“具体的分子”？这个界说给人的错觉是：分子有两种，一种是具体的，一种是不具体的。在这个界说中，“具体的”三个字显然是多余。

有些新教材在概念章引进关于集合和集合的运算的知识，从传授知识的角度讲是无可非议的。可是有的书给集合作出的定义很令人费解。有一本教材下定义说，“所谓‘集合’就是指由直观上或思想上的一些确定的、彼此不同的对象组成的一个整体”。可是，何谓“直观上”的对象？何谓“思想上”的对象？教材没有作规定，读者很难理解作者的意思。譬如，照通常的理解，基本粒子不是“直观上”的对象，也不是“思想上”的对象。倘按照这本教材的定义，由基本粒子就不能组成集合。然而，谁都知道，宇宙间所有基本粒子就组成一个实实在在的集合{x | x 是基本粒子}。此外，何谓“确定的”对象？何谓“整体”？教材也没有作规定。按传统形式逻辑通常的理解，类和整体是有区别的：类具有的属性，其中的分子也具有；而整体具有的属性不为其中的部分

所具有。可是，对集合做出上述定义的教材又把作为类的自然数说成是作为整体的集合。对这类问题，如果学生随便走马观花地翻翻书还可以，有些学生一深钻便反而不清楚了。

顺便要说及的是，这本传统形式逻辑教材把由科学家组成的集合表述为{科学家}，把由女人组成的集合表述为{女人}。有些学生问：这类集合是单元集还是普遍集？学生产生这种疑问是由于这本教材对集合的表述不规范所造成的。按表述集合的列举法，{科学家}、{女人}皆为单元集。倘由世界上一个一个的科学家作为元素组成的普遍集，则应采用一般元法表述为{x | x 是科学家}。同样，{x | x 是女人}才表述普遍集。

前面提到的一本在改革中出版的教材说，“种概念与属概念的关系和部分与整体的关系不同。前者是真包含于关系，后者是属于关系。属于关系用‘∈’表示”。属于关系∈是集合中的元素与该集合的关系，或者说是类中的分子与该类的关系。但是，整体中的部分可以指一个分子，也可以指多个分子的组合。假定以一辆车为一整体，则其中的发动机可以叫部分，整个车头也可以叫部分，甚至发动机上的一颗螺丝钉也可以叫部分。因此，说“后者（指部分与整体的关系）是属于关系”的说法至少是不清楚确切的。

有一本法律专业用的传统形式逻辑教材在讲概念和词语的关系时写道：“一个单词或复杂词组都只表达一个概念”。在同一页上，仅隔数行，又写道：“同一个词语有时也可以表达不同的概念”。这种概括性的表述，其自相矛盾是很显然的。

流行的传统形式逻辑读本中，类似上述问题较多。在此不便一一述及。

14.2　对纯真值有效式的分析

我们把纯真值有效式（即重言式）同传统命题逻辑的表达式对照起来，对纯真值有效式分三大类进行讨论。

14.2.1　对应于传统命题逻辑推理式的纯真值有效式

假若把纯真值重言式中出现的联结号和在与其对应的传统命题逻辑推理式中出现的联结词作下述对应：

（1）$\wedge$ —— 与　　　　（2）$\vee$ —— 或者

（3）$\rightarrow$ —— 若…则…　　　　（4）$\neg$ —— 非

（5）恒真式的主联结号→——所以

那么，纯真值的一类（或部分）蕴涵重言式（以蕴涵号为主联结号的部分重言式）就被称为传统命题逻辑推理式的真值形式。作为真值形式的纯真值蕴涵重言式和与其相对应的传统命题逻辑推理式之间的对照，如表 14.1 所示。

表 14.1 纯真值蕴涵重言式和传统逻辑推理式之间的对照

序号	纯真值蕴涵重言式	传统逻辑推理式	
		陈　述	名　称
1	（**A**∨**B**）∧¬**A**→**B**	**A** 或者 **B**，与，非 **A**，所以，**B**	选言推理 否定肯定式
2	（**A**→**B**）∧**A**→**B**	若 **A** 则 **B**，与，**A**，所以，**B**	充分条件假言 推理肯定式
3	（**A**→**B**）∧¬**B**→¬**A**	若 **A** 则 **B**，与，非 **B**，所以，非 **A**	充分条件假言 推理否定式
4	（**A**→**C**）∧（**B**→**C**） ∧（**A**∨**B**）→**C**	若 **A** 则 **C**，与，若 **B** 则 **C**，与，**A** 或者 **B**，所以 **C**	二难推理 简单构成式
5	（**A**→**C**）∧（**B**→**D**） ∧（**A**∨**B**）→**C**∨**D**	若 **A** 则 **C**，与，若 **B** 则 **D**，与，**A** 或者 **B**，所以，**C** 或者 **D**	二难推理 复杂构成式
6	（**A**→**B**）∧（**A**→**C**）∧ （¬**B**∨¬**C**）→¬**A**	若 **A** 则 **B**，与，若 **A** 则 **C**，与，非 **B** 或者非 **C**，所以，非 **A**	二难推理 简单破坏式
7	（**A**→**C**）∧（**B**→**D**）∧ （¬**C**∨¬**D**）→¬**A**∨¬**B**	若 **A** 则 **C**，与，若 **B** 则 **D**，与，非 **C** 或者非 **D**，所以，非 **A** 或者非 **B**	二难推理 复杂破坏式
8	（**A**→**B**）∧（**B**→**C**） →（**A**→**C**）	若 **A** 则 **B**，与，若 **B** 则 **C**，所以，若 **A** 则 **C**	纯假言推理 肯定式
9	（**A**→**B**）∧（**B**→**C**）→ （¬**C**→¬**A**）	若 **A** 则 **B**，与，若 **B** 则 **C**，所以，若非 **C** 则非 **A**	纯假言推理 否定式
10	（**A**→**B**）→（¬**B**→¬**A**）	若 **A** 则 **B**，所以，若非 **B** 则非 **A**	充分条件假言 易位推理式
11	（**A**→**C**）∧（**B**→**D**） ∧（**A**∧**B**）→**C**∧**D**	若 **A** 则 **C**，与，若 **B** 则 **D**，与，**A** 与 **B**，所以，**C** 与 **D**	假言联言推理肯定式（1）
12	（**A**→**C**）∧（**B**→**D**）→ （**A**∧**B**→**C**∧**D**）	若 **A** 则 **C**，与，若 **B** 则 **D**，所以，若 **A** 与 **B** 则 **C** 与 **D**	假言联言推理肯定式（2）
13	（**A**→**C**）∧（**B**→**D**） ∧（¬**C**∧¬**D**）→¬**A**∧¬**B**	若 **A** 则 **C**，与，若 **B** 则 **D**，与，非 **C** 与非 **D**，所以，非 **A** 与非 **B**	假言联言推理否定式（1）
14	（**A**→**B**）∧ （**A**→¬**B**）→¬**A**	若 **A** 则 **B**，与，若 **A** 则非 **B**，所以，非 **A**	强归谬推理式

从这个对照表我们可以清楚地看出，就语言方面而言，纯真值有效式中的一类蕴涵重言式和传统命题逻辑推理式之间有着下述对应关系：→（蕴涵）对应着“若，则”，恒真的→（即有效蕴涵）对应着“所以”。可是，这仅仅是语言上的对应而已。从语义上看，它们各自所指谓的客观世界的普遍存在事件的结构却根本不相同。我们试分析表中序号 2 之例：互相对应的（**A→B**）∧**A→B** 和充分条件假言推理肯定式。前者指谓¬{[¬（**A**∧¬**B**）∧**A**]∧¬B}，是个含 2 个变元的恒真的真值函数，是对由¬、∧迭合而成的 k+5 层的纯真值复合事件的表述，同充分条件迥然不同；而后者指谓（**A** →**B**）∧**A** →**B**，是对 *k*+3 层的非纯真值的充分条件事件的刻划，是关于经验的充分条件和逻辑的充分条件关系的表述,同真值函数绝然两样。这二者是互为同基异构的普遍存在事件——基础事件相同，结构殊异。正由于它们所指谓的普遍存在事件的结构完全不同，便决定了重言式和推理式具有完全不同的性质。我们在此仅举出它们的一系列不同性质中的一项。

要确定蕴涵重言式（**A→B**）∧**A→B** 的前件（**A→B**）∧**A** 为真，根据联结号的真值表定义，需确定 **A** 为真和 **B** 为真，而 B 正是这个重言式的后件；

要确定推理式“若 **A** 则 **B**，与，**A**，所以，**B**”的前提“若 **A** 则 **B**，与，**A**”为真，需确定“若 **A** 则 **B**”为真、“**A**”为真，但无需确定 **B** 为真，亦即，无需确定结论为真。

对这一例的分析所得的结果，可以推广到任意的与传统推理式相对应的蕴涵重言式中去。

确定蕴涵重言式的前件为真需以确定其后件为真作为必要条件，正因为这样，原意为“同语反复”的“重言式”这个名称正是完全名副其实的。

与此相反，确定推理式的前提为真则无需确定结论为真。这是理所当然的，否则怎么能据以从已知获取新知，据以进行不循环论证呢？

14.2.2　对应于传统命题逻辑导出式的纯真值有效式

前、后件之间满足逻辑的充分条件关系，可是，确定前件为真需以确定后件为真作为必要条件的有效充分条件式 **A** →**B** 称为导出式：从 **A** 导出 **B**。由于传统逻辑坚持要求论证不许循环，亦即，要求在确定前提为真时无需确定结论为真（否则，论证就将失去原有的意义），而传统推理式又都可以用来据以进行不循环论证，因此，明显循环的导出式（只有在确定后件为真的情况下才能确定前件为真）理所当然地未被列入传统的推理式的行列。但是，尽管如此，

传统逻辑实际上是承认导出式的前、后件之间的导出关系的：前件为真时后件必为真。不过只是我们不让它们混入能据以进行不循环论证的推理式之中而已。为了把纯真值中的另一类蕴涵重言式和传统逻辑中相应的导出式做对照，我们列出下表（在自然语言中，没有专门用来指称充要条件的词语，为了简便，我们用“当且仅当”表述传统逻辑中的“逻辑的充要条件”，这里是指“互相导出”；与之相对应的是纯真值复合式中的恒真的“互相蕴涵”），如表 14.2 所示。

表 14.2　纯真值蕴涵重言式与传统逻辑导出式之间的对照

序号	纯真值蕴涵重言式	传统逻辑导出式	
		陈　　述	名　　称
1	**A∧B→A**	若 **A** 与 **B**，则 **A**	联言导出式
2	**A↔A**	**A** 当且仅当 **A**	同一式
3	**A→A∨B**	若 **A**，则 **A** 或者 **B**	增或式
4	**A∧A↔A**	**A** 与 **A**，当且仅当，**A**	与的吸收式
5	**¬¬ A↔A**	非非 **A**，当且仅当，**A**	双重否定消去式
6	**A∧B↔B∧A**	**A** 与 **B**，当且仅当，**B** 与 **A**	与的交换式
7	**A∨B↔B∨A**	**A** 或者 **B**，当且仅当，**B** 或者 **A**	或的交换式
8	**（A∧B）∧C↔A∧（B∧C）**	（**A** 与 **B**）与 **C**，当且仅当，**A** 与（**B** 与 **C**）	与的结合式
9	**（A∨B）∨C↔A∨（B∨C）**	（**A** 或 **B**）或 **C**，当且仅当，**A** 或（**B** 或 **C**）	或的结合式
10	**A∧（B∨C）↔A∧B∨A∧C**	**A** 与（**B** 或 **C**），当且仅当（**A** 与 **B**）或者（**A** 与 **C**）	与对或的分配式
11	**A∨（B∧C）↔（A∨B）∧（A∨C）**	**A** 或者（**B** 与 **C**），当且仅当（**A** 或 **B**）与（**A** 或 **C**）	或对与的分配式
12	**¬（A∧B）↔¬ A∨¬ B**	非（**A** 与 **B**），当且仅当，非 **A** 或非 **B**	与的反演式
13	**¬（A∨B）↔¬ A∧¬ B**	非（**A** 或 **B**），当且仅当，非 **A** 与非 **B**	或的反演式
14	**A∨A↔A**	**A** 或 **A**，当且仅当，**A**	或的吸收式

从表 14.2 中所列的相互一一对应的纯真值另一类蕴涵重言式和传统命题逻辑导出式可以看出，从语言上说，它们之间存在着下述对应关系：恒真的↔（即有效的互相蕴涵）对应着表述“互相导出”的“当且仅当”，恒真的→（即有效的蕴涵）对应着表述导出关系的“若，则”。可是，这只不过仅仅是语言

上的对应而已。从语义上看，它们各自所指谓的客观世界的普遍存在事件的结构却绝然不同。我们试分析表中序号 1 之例：互相对应的 **A∧B→A** 和联言导出式 **A∧B ⊸A**。前者指谓¬[（**A∧B**）∧ ¬**A**]所刻划的事件，这事件是有两个变元的恒真的真值函数，是个由¬、∧迭合而成的 k+3 层的纯真值复合事件，同充分条件迥然不同；而后者却指谓由 **A∧B ⊸A** 所刻划的 k+2 层的非纯真值的充分条件事件，和真值函数完全不同。这二者也互为同基异构的普遍存在事件。

14.2.3　作为蕴涵怪论的纯真值重言式

事实上，并非任意的纯真值重言式都有与之同基异构的关于传统逻辑中的“若，则”的普遍存在事件相对应。尽管，上述两类纯真值重言式中的蕴涵对于传统逻辑推理式、导出式中的“若，则”来说已经是十分古怪的事，可是，表 14.3 所列的第三类纯真值重言式中的蕴涵由于没有与之对应的关于“若，则”的同基异构的普遍存在事件，从充分条件关系的角度来看，就显得更加荒诞了。

表 14.3　作为蕴涵怪论的纯真值重言式

序号	纯真值重言式	对其中古怪的蕴涵的说明
1	A→（B→A）	真命题为任意命题所蕴涵
2	¬ B→（B→A）	假命题蕴涵任意命题
3	A∧ ¬A→B	不可能命题蕴涵任意命题
4	B→A∨¬A	任何命题蕴涵必然命题
5	¬（A→B）→（B→A）	任意两个命题，至少有一个命题蕴涵另一个命题
6	（A→B）∨（B→A）	
7	¬（A→B）→（B→C）	任意三个命题 A、B、C，不是 A 蕴涵 B 就是 B 蕴涵 C
8	（A→B）∨（B→C）	
9	（A∧B→C）→（A→C）∨（B→C）	A 与 B 蕴涵 C，蕴涵，（A 蕴涵 C）或者（B 蕴涵 C）

表 14.3 中所列纯真值重言式中的蕴涵和普通逻辑思考中表示充分条件关系的“若，则”几乎是毫不相干的。从普通逻辑思考中的“若，则”的角度来考察，上述种种蕴涵是荒诞不经、不可思议的。可是，一些读本却又硬要把这种稀奇古怪的蕴涵念作“若，则”，于是，表中所列的第三类重言式就被称为“蕴涵怪论”（paradoxes of implication）。在表中 9 个蕴涵怪论的例子中，前 8 个较为明显，第 9 个不那么明显。但是，对这个最不明显的怪论也不难举出一系列实例来验证它的“怪”。比如，在物理学中成立下述命题：“若气压为 1 个

大气压并且温度为 0℃，则水结冰。”可是，却既不成立“若气压为 1 个大气压，则水结冰”，也不成立“若温度为 0℃，则水结冰”。又如在数学中成立“若 a≯b，且 a≮b 则 a=b”，可是，“若 a≯b 则 a=b”和“若 a≮b 则 a=b”都不成立。即使是在研究纯真值函数的数理逻辑中使用的“若，则”也不是纯真值的蕴涵，而是传统逻辑中的充分条件。数理逻辑中非常著名的分离规则是说：“若 ⊢ **A**，与，⊢ **A→B**，则 ⊢ **B**。”可是，数理逻辑既不承认“若 ⊢ **A**，则 ⊢ **B**”，也不承认“若 ⊢ **A→B**，则 ⊢ **B**”。可见，在数理逻辑的分离规则等元规则中使用的“若，则”也不是纯真值的蕴涵。与之相类似，在数理逻辑的元语言中使用的“当且仅当”也不是纯真值的互相蕴涵。既然如此，数理逻辑怎么能要求别的学科把“若，则”理解为蕴涵呢？

重言式是恒真的真值函数，是对客观世界的重言律的认识和表述。因此，它们是数理逻辑真理，在一定范围内适用。如果偏要强行扩大其适用范围，偏要用蕴涵取代“若，则”，那么，在一定范围内适用的真理在不恰当地人为地扩大了的范围内就会变成谬误。不仅取代的目的在事实上不可能达到，而那不自量力的取代者数理逻辑自身反而会因此受到严重的损害。

纯真值有效式（即重言式）有无穷多个，不可能逐一列举。不过，从对上述三类重言式的剖析中已经可以看出：数理逻辑中作为纯真值联结词的蕴涵和传统逻辑中表述充分条件关系的命题联结词“若，则”的语义全然不同；任一重言式都不是能据以进行不循环论证的传统推理式；正统的数理逻辑命题演算取代不了传统的命题逻辑，也“改造”不了传统的命题逻辑；但是，尽管如此，正统的数理逻辑命题演算却给鉴别传统的命题逻辑推理式、导出式的有效性提供了作为必要条件的简便的数学工具（其相应的真值形式不是重言式者必定不是推导式，然而，其相应的真值形式是重言式者却未必是推导式），并给传统的命题逻辑的充分发展提供有力的可借鉴的数学方法。

14.3 关于流行的传统形式逻辑读物中命题逻辑推理式的几点讨论

14.3.1 所谓反三段论

有一本形式逻辑书提出：“具有下列形式的推理，习惯上叫做反三段论：如果（**p** 且 **q**）则 **r**，所以，如果（**p** 且不 **r**）则不 **q**”（诸葛殷同等著《形式逻

辑原理》，人民出版社 1982 年版，第 157 页）。

这种“反三段论”，当 **p**、**q**、**r** 为传统直言三段论中那样的命题时，确实成立。可是在一般情况下则不然。为了使初学者阅读方便，我们将这个所谓“反三段论”写成竖式：

如果（**p** 且 **q**）则 **r**

所以，如果（**p** 且不 **r**）则不 **q**

当我们用 **p** 替换式中的 **r** 后立即得到这个所谓“反三段论”的特例：

如果（**p** 且 **q**）则 **p**

所以，如果（**p** 且不 **p**）则不 **q**

其结论就是说，“**p** 且不 **p**”是“不 **q**”的充分条件。可是，“**p** 且不 **p**”永假，而“不 **q**”中的 **q** 可以用任意命题替换，故而，结论等于说：永假的命题是任意命题的充分条件。这显然是一种奇谈怪论。

所谓“反三段论”，按该书所用的数理逻辑的联结词符号，其表达式为：

$$(p\wedge q\rightarrow r)\rightarrow p\wedge\neg r\rightarrow\neg q \quad ①$$

用当代形式逻辑严格的逻辑思想来看，这是个蕴涵怪论的式子，称作涵衍式。它在人们的普通逻辑思考中是古怪的，无效的。必须从符合人的普通逻辑思考实际的当代形式逻辑体系中排除出去。当代形式逻辑称之为除外式。我们只需在①式中出现 **r** 之处代入 **p**，便可显示出所谓“反三段论”中所包含的蕴涵怪论来。

（1）以 **p** 代入 **r** 处得：

$$(p\wedge q\rightarrow p)\rightarrow p\wedge\neg p\rightarrow\neg q \quad ②$$

（2）$p\wedge q\rightarrow p$　③

此式在数理逻辑中为有效式，在现行传统形式逻辑中称为联言推理式，亦为有效式。

（3）②与③进行分离（或者说，按现行传统形式逻辑的充分条件假言推理肯定式）可得：

$$p\wedge\neg p\rightarrow\neg q \quad ④$$

④ 式是众所皆知的蕴涵怪论（然而却是数理逻辑的所谓重言式）。可见，所谓“反三段论”的①式是与人的普通逻辑思考实际格格不入的。反三段论要进入推理式的行列，只有当其中的基础命题 **p**、**q**、**r** 为传统直言命题时才是真正有效，符合人的普通逻辑思考实际的。比如：

如果（**mAp** 且 **sAm**）则 **sAp**

所以，如果（**mAp** 且并非 **sAp**）则并非 **sAm**

14.3.2　所谓选言推理式¬A∧（A∨B）→B等

纯真值复合式式¬**A**∧（**A**∨**B**）→**B** 在流行的传统形式逻辑读物中被称为“相容选言推理式”。可是，在人的普通逻辑思考实际中，这是一个蕴涵怪论式。请看如下恒等变换：

¬**A**∧（**A**∨**B**）→**B**

=（**A**∧¬**A**）∨（¬**A**∧**B**）→**B**

=（**A**∧¬**A**→**B**）∧（¬**A**∧**B**→**B**）

而（**A**∧¬**A**→**B**）∧（¬**A**∧**B**→**B**）→**A**∧¬**A**→**B**

故而（¬**A**∧（**A**∨**B**）→**B**）→**A**∧¬**A**→**B**。

因为 **A**∧¬**A** → **B** 是蕴涵怪论（从假命题 **A**∧¬**A** 可以推出任意命题 **B**），所以在当代形式逻辑中，¬**A** ∧（**A** ∨ **B**）→ **B** 为涵衍式，它与人的普通逻辑思考实际不相容，因而不是什么推理式。人的普通逻辑思考中的“尽举相容选言推理式”中的“或者”实际上是↾ 而不是∨。当然同其他所有推理式一样，前提与结论之间的关系是¬而不是→。

其实，在流行的传统形式逻辑读物中，除联言推理和假言易位推理外，与其他复合命题推理相对应的数理逻辑符号表达式都全是涵衍式。试再举一例，如纯真值假言推理（又叫假言联锁推理）：

如果 **A** 那么 **B**

如果 **B** 那么 **C**

所以，如果 **A** 那么 **C**

这个表达式的有效性是显然的，而且符合人的普通逻辑思考实际。可是流行的传统形式逻辑读本用数理逻辑的符号表达为：

（**A** → **B**）∧（**B** → **C**）→（**A** → **C**）

此式与人的普通逻辑思考实际相悖，其中含有蕴涵怪论。请看如下恒等变换：

（**A**→**B**）∧（**B**→**C**）→（**A**→**C**）

=（¬**A**∨**B**）∧（¬**B**∨**C**）→（**A**→**C**）

=¬**A**∧¬**B**∨¬**A**∧**C**∨**B**∧¬**B**∨**B**∧**C**→（**A**→**C**）

=[¬**A**∧¬**B**→（**A**→**C**）]∧[¬**A**∧**C**→（**A**→**C**）]∧[**B**∧¬**B**→（**A**→**C**）]∧[**B**∧**C**→（**A**→**C**）]

而[¬**A**∧¬**B**→（**A**→**C**）]∧[¬**A**∧**C**→（**A**→**C**）]∧[**B**∧¬**B**→（**A**→**C**）]∧[**B**∧C→（**A**→**C**）]→[**B**∧¬**B**→（**A**→**C**）]

故（**A**→**B**）∧（**B**∧**C**）→（**A**→**C**）→[**B**∧¬**B**→（**A**→**C**）]

因为 **B** ∧ ¬**B**→（**A**→**C**）是蕴涵怪论（从恒假命题 **B**∧¬**B** 可以推出任意命题（**A**→**C**），因而（**A**→**B**）∧（**B**→**C**）→（**A**→**C**）是涵衍式，与人的普通逻辑思考实际不相容，故而用数理逻辑符号表达的（**A**→**B**）∧（**B**→**C**）→（**A**→**C**）根本不是什么推理。这个表达式显然背离了传统形式逻辑假言联锁推理的本意。

我们在前面已经讨论过，经验的充分条件关系和逻辑的充分条件关系（即推理的前提与结论间的关系）都是充分条件关系 ⇁，而不是纯真值函数的蕴涵关系→。出现蕴涵怪论的原因就在于把纯真值函数的蕴涵关系 → 当成经验的充分条件关系或逻辑的充分条件关系（即推理的前提与结论间的关系）⇁。

由此可以看出，用数理逻辑"改造"或"取代"传统形式逻辑是行不通的。

14.3.3　真值表方法不是命题逻辑推理式有效性的判定方法

有一本形式逻辑书提出："有一个机械的方法，经过有穷步骤，可以断定关于联结词的任何推理形式 $\mathbf{A}_1$ ，…，$\mathbf{A}_n$，所以，**B** 是否有效。这个方法也就是判定（（$\mathbf{A}_1$ 且 $\mathbf{A}_2$ ）且…）且 $\mathbf{A}_n$ 与 **B** 之间是否有蕴涵关系的方法。这个方法是借助于真值表的方法来完成的。先给出如果（（$\mathbf{A}_1$ 且 $\mathbf{A}_2$）且…）且 $\mathbf{A}_n$ 则 **B** 的真值表，不论 $\mathbf{A}_1$，…，$\mathbf{A}_n$，**B** 的真假情况怎样，只要如果（$\mathbf{A}_1$ 且 $\mathbf{A}_2$）且…）且 $\mathbf{A}_n$ 则 **B** 总是真的，那么，$\mathbf{A}_1$，…，$\mathbf{A}_n$，所以，**B** 就是一个有效的推理式，即一个演绎推理形式"（诸葛殷同等著《形式逻辑原理》，人民出版社 1982 年版，第 158 页）。

我们略举两三例便可得出与此相反的结论。

例如，设 n=3, $\mathbf{A}_1$ 为 **p**，$\mathbf{A}_2$ 为 **q**，$\mathbf{A}_3$ 为 **p**， ¬**B** 为 **r**。我们严格按照这本形式逻辑书给定的上述方法，并根据这本书关于联结词的真值表定义，先给出"若（**p** 且 **q**）且非 **p**，则 **r**"的真值表如下：

p q r	¬**p**	**p** 且 **q**	（**p** 且 **q**）且非 **p**	若（**p** 且 **q**）且非 **p**，则 **r**
1 1 1	0	1	0	1
1 1 0	0	1	0	1
1 0 1	0	0	0	1
1 0 0	0	0	0	1
0 1 1	1	0	0	1
0 1 0	1	0	0	1
0 0 1	1	0	0	1
0 0 0	1	0	0	1

显然，不论 **p**、**q**、**r** 的真假情况怎样，"如果（**p** 且 **q**）且¬**p** 则 **r**"总是

真的，于是。遵照这本形式逻辑书的上述规定，应该得出：“**p**，**q**，¬**p**，所以**r**”就是一个“有效推理式”。用这本书的联结词符号表达，这个所谓“有效推理式”就是：

$$(p\wedge q)\wedge\neg p\rightarrow r \tag{1}$$

同理，由于下述表达式是永真式（在此省略了真值表）：

$$(p\wedge q)\wedge\neg p\rightarrow\neg r \tag{2}$$

因而，照这本书的前述规定，此式也应该是“有效推理式”。可是，从（**p**且**q**）且¬**p**能推出**r**（据⑴式），又能推出¬**r**（据⑵式），对于人的普通逻辑思考实际来说，显然是离奇古怪的。

另一类更有说服力的例子是，如：设 n=3，A_1 为（((要么 **p** 要么 **q**）要么**r**）要么 **s**)，A_2 为 **p**，A_3 为 **q**，**B** 为（**r** 或者 **s**)。我们按照这本形式逻辑书给定的方法，并根据这本书关于联结词的真值表定义，先给出：

如果（(((要么 **p** 要么 **q**）要么 **r**）要么 **s**）且 **p**）且 **q** 则（**r** 或者 **s**）的真值表。在这里，我们采用简化的真值表方法，并且按流行的形式逻辑读本通常的习惯，将这个式子符号化。这样，便有下面的真值表：

	((((p	$\dot\vee$	q)	$\dot\vee$	r)	$\dot\vee$	s)	∧	p)	∧	q	→	(r	∨	s)
(1)												0			
(2)										1				0	
(3)								1			1		0		0
(4)						1			1						
(5)				1			0		*						
(6)		1			0										
(7)	0		1												
	*														

显然，不论（(**p**$\dot\vee$**q**）$\dot\vee$**r**）$\dot\vee$**s** 、**p** 、**q** 、**r**∨**s** 的真假情况怎样，表达式（3）的值总是真的：

$$((((p\dot\vee q)\dot\vee r)\dot\vee s)\wedge p)\wedge q\rightarrow(r\vee s) \tag{3}$$

于是，按这本书的规定，这个表达式应该是“有效推理式”。可是，没有一个有正常的普通的逻辑思维能力的人会承认它是有效推理式。

我们再来看下面这个表达式。

若（(((要么 **p** 要么 **q**）要么 **r**）要么 **s**）且非 **p**）且非 **q** 则（r 或者 s）　　（4）

为了验证的方便，我们仍然按流行的形式逻辑读物通常的习惯将这个表达式符号化，然后给出其简化真值表，用（1）、（2）……（7）表示作真值表的步骤：

(7)	(6)	(7)	(5)	(6)	(4)	(5)	(3)	(4)	(5)	(2)	(3)	(4)	(1)	(3)	(2)	(3)
((((p	$\dot{\vee}$	q）	$\dot{\vee}$	r）	$\dot{\vee}$	s）	∧	¬	p）	∧	¬	q	→	（r	∨	s）
1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
*									*							

显然，这是个永真式。可是它根本就不是什么推理式。

非常古怪的是，根据(3)、(4)两个表达式，以“(((要么 **p** 要么 **q**）要么 **r**）要么 **s**)”为前提，无论是肯定 **p** 且肯定 **q** 还是否定 **p** 且否定 **q** 都可以得出“**r** 或者 **s**”。如果这些东西都是“有效推理式”、“演绎推理式”的话，那么包含这种“有效推理式”、“演绎推理式”的逻辑就太远离人们的普通逻辑思考实际，就太古怪了。

据上述实例，我们可以得出如下结论：真值表法不是命题逻辑推理式（或称“联结词的推理式”）有效性的判定方法。所谓真值表是刻划 n 元真值函数关系的方阵。它在正统数理逻辑命题演算中，是判定重言式的方法之一。鉴于重言式不等于“推理式”（提请注意，这本形式逻辑著作错误地将“推理式”称作“有效推理式”——难道推理式还分为有效推理式和无效推理式吗！推理式必有效，无效的必定不是推理式），蕴涵重言式也不等于所谓“有效推理式”；退一步说，如果我们将符合人的普通逻辑思考实际的推理式中的联结词非、且、或者…或者…、要么…要么…、如果…那么…、只有…才…、…当且仅当…，翻译成数理逻辑的¬、∧、∨、$\dot{\vee}$、→、←、↔，那么，所谓“有效推理式”与重言式之间也只是真包含于的关系，所谓“有效推理式”与蕴涵重言式之间也只是真包含于的关系。因此，真值表不能判定推理式的有效性。

14.4　传统形式逻辑直言命题的当代形式逻辑剖析

14.4.1　传统直言命题理论中存在的问题

传统直言命题作为“命题形式”其逻辑语义没有规定清楚，逻辑结构尚未完全定型，因而至今还存在种种逻辑理论上的问题，诸如以下几个：

第一，主词是否可空？这个问题在传统形式逻辑界迄今还有争议。有一种意见认为传统的特称命题要求主词 s 存在，认为，当 s 为空词时，特称命题便假。可是，照这种意见,“有些哥德巴赫猜想的解决者是中国人”,“有些哥德巴赫猜想的解决者不是中国人”便都是假的了。传统的全称命题是否也要求主词 s 存在，至今尚有争议，例如：“所有哥德巴赫猜想的解决者都是数学家”究竟是真是假，仍有不同的看法。又一种意见则认为传统的直言命题只处理实名词，当主词 s 一空便无意义，亦即，像“所有哥德巴赫猜想的解决者都是数学家”这样的直言命题到底是真是假，传统逻辑说不清楚。

第二，当主词 s 的外延是无限集、不可逐一列举的有限集或空集时，全称量词“所有”和特称量词“有些”究竟是什么意思？是不是仍然还是“每一个”、“至少有一个”？如果是，那么全称命题“凡人皆有死”即“每一个人皆有死”，须等到世界上所有人都死掉以后才能确定其为真，而特称命题“有些桌子是十七边形的”（即“至少有一张桌子是十七边形的”）至今无法确定其为假。传统逻辑在逻辑理论上引入所谓逻辑量词，势必导致在认识过程中对不可逐一列举域探究每一个个体如何如何。显然，要去确定不可逐一列举域的每一个（全称量词）个体有某种性质为真，至少有一个（特称量词）个体有某种性质为假（即每一个个体无某种性质为真），那确实是超乎精力和生命都有限的人类的能力的。如此，倘若有逻辑量词，那么就不能确定关于不可逐一列举域的真知。可是，在已为人类确定的关于不可逐一列举域的真知中根本就没有逻辑量词（当然，在语言载体中可以有语言量词）。当主词 s 思考空集时，“逻辑量词”更显得荒唐。

第三，所谓“系词”，其语义也不清楚。传统逻辑认为在逻辑结构中有肯定、否定逻辑系词。从而认为“直言命题”有既对立又并列的肯定、否定之分。这是受在某些自然语句中出现的肯定、否定语言系词的迷惑而造成的。从逻辑结构上说，不仅在多元关系命题中没有什么逻辑系词，即使在所谓的“直言命题”（其实是从原子命题出发的复合命题）中也并无什么“逻辑系词”。从逻辑上说，任何命题都是肯定的，无论是原子命题还是复合命题；否定命题（最后联结词为否定词）是一类复合命题（任何原子命题都不是否定命题）；毫不例外，作为一类特殊的复合命题的否定命题当然也是肯定的，从逻辑结构上说。“否定”是 1 元联结词，“肯定”则不是什么联结词，而是为任何命题所必具的逻辑性质（命题倘无此性质，那还有什么真假可言）；因此，此二者之间既不对立又不并列。

第四，传统全称肯定命题 **A** 命题的宾词是否可周延？有的认为“可以周延”，有的认为“不周延”，至今争论不休。可是究竟何谓“周延”，何谓“不周延”，也是规定不清楚的。如果“断定主词（或宾词）的全部外延”为“周延”，“只断定主词（或宾词）的外延的真子部分”为“反周延”，那么传统逻辑的“不周延”就是“断定主词（或宾词）的全部外延或断定其外延的真子部分”，亦即“不周延”应为“周延或反周延”。这样一来，“周延”就是“不是反周延的不周延”。于是，“周延是不周延”，“不周延有时周延”。这就像“汉人是黄种人”、“黄种人有的是汉人”一样地自然了。

14.4.2　当代形式逻辑对传统直言命题理论问题的解决

以上长期争论不休、久悬未决的难题，当代形式逻辑给予了确定而又合理的解决。下面，我们按照 **A**、**E**、**I**、**O** 的顺序阐述当代形式逻辑对上述难题的处理。

1．关于A命题

A 命题的句型为“所有 s 是 p”，在传统逻辑中的符号表达式为“s**A**p”。相对于为其所思考的事件的逻辑结构，如下四例大致相应于 s**A**p：

1）所有参加撰写本书的人都是黄种人。

2）凡人皆有死。

3）所有天体都是运动的。

4）哥德巴赫猜想的解决者都是数学家。

这四号实例代表了四类不同的命题。第 1 号实例，由于“参加撰写本书的人”为可逐一列举的有限集，所以它是一个外延命题，其真值是可确定的。由于迄今世界上的人是不可逐一列举的有限集，“天体”是无限集，因此在传统直言命题中，第 2、3 号命题是否为真，取决于“凡”、“所有”的逻辑语义，倘为“外延合取”，则迄今无法确定。第 4 号实例，其主词所思考的是空集。在传统形式逻辑中，当 s 思考空集时，sAp 究竟如何处理，至今尚久悬未决，因此其真假更无法确定。

当代形式逻辑对上述四类命题已有确定而合理的解决。当代形式逻辑将传统直言命题 sAp 二分为外延合取命题和内涵充分条件假言命题。依据在当代形式逻辑中的逻辑语义和经验内容，第 1、2、3、4 号实例都能确定为真。第 1 号命题的式为：

$$p(e_1)\wedge p(e_2)\wedge\cdots\wedge p(e_i)\wedge\cdots\wedge p(e_m)$$

属于当代形式逻辑中“以 m 个闭 1 元原子命题为合取支的闭合取命题”，简称“外延合取命题”，其句型为“每一个可逐一列举的 s 是 p”。第 2、3、4 号命题的式为：

$$s(x) \to p(x) \quad 或 \quad \neg(s(x)\,!\,\neg p(x))$$

属于当代形式逻辑中的“以开 1 元原子命题为前、后件的闭充分条件假言命题”或“以开 1 元原子命题和开 1 元原子命题的否定为约合肢的闭约合命题的否命题”，简称“内涵充分条件假言命题”，亦可称做“内涵必定命题”，其自然语言的句型为“s 必定 p”或“s 不可以不 p”。

2．关于E命题

E 命题的句型为“所有 s 不是 p”。在传统形式逻辑中的符号表达式为 sEp。相对于为其所思考的事件的逻辑结构，如下四例大致相应于 sEp：

5）所有参加撰写本书的人都不是白种人。

6）所有兰花都不是风媒的。

7）凡天体都不是静止不动的。

8）哥德巴赫猜想解决者不是文盲。

此四号实例也代表四类不同的命题。第 5 号实例是一个外延命题，由于参加撰写本书的人可逐一列举，故其真值为真可以确定。第 6 号实例，兰花不可逐一列举，迄今为止，虽然兰花是有限的，但人们弄不清楚究竟有多少；第 7 号实例的“天体”为无限集；因此在传统形式逻辑直言命题中，第 6 号和第 7 号命题是假是真，最终取决于“所有”、“凡”的逻辑语义，若为“外延合取”则迄今无法确定。第 8 号实例，在传统逻辑中，因为 s 思考空集，故而其真假亦无法确定。

当代形式逻辑对这四类命题也有确定而合理的解决。当代形式逻辑将 sEp 二分为外延合取命题和内涵充分条件假言命题。依据在当代形式逻辑中的逻辑语义和经验内容，上述四类实例都能确定为真。第 5 号命题的式为：

$$\neg p(e_1) \wedge \neg p(e_2) \wedge \ldots \wedge \neg p(e_i) \wedge \ldots \wedge \neg p(e_m)$$

属于当代形式运辑中“以 m 个闭 1 元原子命题的否定为合取肢的闭合取命题”，简称“外延合取命题”，其句型为“每一个可逐一列举的 s 不是 p”。第 6、7、8 号命题的式为：

$$s(x) \to \neg p(x) \quad 或 \quad \neg(s(x)\,!\,p(x))$$

属于当代形式逻辑中的“以开 1 元原子命题、开 1 元原子命题的否定为前、后件的闭充分条件假言命题”或“以开 1 元原子命题为约合肢的闭约合命题的

否定命题”，简称“内涵充分条件假言命题”，也可称作“内涵必定命题”，其自然语言的句型为“s 必不 p”或“s 不可以 p。”

3．关于I命题

I 命题的句型为“有 s 是 p”，在传统逻辑中符号表达式为 s**I**p。相对于为其所思考的事件的逻辑结构，如下五例大致相应于 s**I**p：

9）有些参加撰写本书的人是黄种人。

10）有些参加撰写本书的人是贵阳人。

11）有的桌子是十七边形的。　　·

12）有天体是静止不动的。

13）有哥德巴赫猜想解决者是中国人。

这代表了五类不同的命题。第 9 号例和第 10 号例只是主、宾词所思考的外延的关系不一样。第 9 号例事实上全体参加撰写本书的人都是黄种人，第 10 例事实上只有部分参加撰写本书的人是贵阳人。此二例中“参加撰写本书的人”皆为可逐一举列的有限集，它们都是外延命题，其真值是可确定的。第 11 和 12 号实例，由于迄今为止的桌子是不可逐一列举的有限集，天体是无限集，因此，在传统形式逻辑中“有的桌子是十七边形的”和“有天体是静止不动的”是否为假，取决于“有的”的逻辑语义，倘为外延的，则迄今无法确定（因为这等于逐一确定“每一张桌子都不是十七边形的”和“每一个天体都不是静止不动的”为真）。第 13 号实例，s 为空词，究竟是真是假，传统形式逻辑无法确定。

当代形式逻辑对上述五种命题亦有确定而合理的解决。当代形式逻辑将 sIp 二分为外延析取命题和内涵约合命题。依据在当代形式逻辑中的逻辑语义和经验内容，第 9、10、11、12、13 号实例都能确定为真。

第 9、10 号命题的式为：

$$p（e_1）\vee p（e_2）\vee \cdots \vee p（e_i）\vee \cdots \vee p（e_m）$$

属于当代形式逻辑中“以 *m* 个闭 1 元原子命题为析取肢的闭析取命题”，简称“外延析取命题”，其句型为“可逐一列举的 s 中至少有一个是 p”。

第 11、12、13 号命题的式为：.

$$S（x）!p（x）\quad 或 \quad \neg（s（x）\rightarrow \neg p（x））$$

属于当代形式逻辑中“以开 1 元原子命题为约合肢的闭约合命题”或“以开 1 元原子命题、开 1 元原子命题的否定为前、后件的闭充分条件假言命题的否定命题”。简称“内涵约合命题”，其句型为“s 可以 p”或“s 未必不 p”。

4．关于O命题

O 命题的句型为“有 s 是 p”，在传统形式逻辑中符号表达式为 sOp。为其所思考的事件的逻辑结构，如下五例大致相应于 sOp：

14）有些参加撰写本书的人不是白种人。

15）有些参加撰写本书的人不是贵阳人。

16）有的桌子不是非十七边形的。

17）有些天体不是运动的。

18）有的哥德巴猜想的解决者不是美国人。

这代表了五类不同的命题。第 14 和第 15 号例只是主宾词所思考的外延的关系不一样，第 14 号例事实上全体参加撰写本书的人不是白种人，第 15 号例只有部分参加撰写本书的人不是贵阳人：此二例中“参加撰写本书的人”皆为可逐一列举的有限集，它们都是外延命题，其真值是可以确定的。第 16 号例和 17 号例，由于迄今的桌子是不可逐一列举的有限集，天体是无限集，因此在传统形式逻辑中，这两例是否为假，取决于“有些”,“有的”的逻辑语义，倘为外延的，则迄今无法确定。第 18 号例，由于主词为空词，故传统形式逻辑无法确定其真假。

当代形式逻辑对上述五类命题的确定而合理的解决方案是将其二分为外延析取命题和内涵约合命题。依据在当代形式逻辑中的逻辑语义和经验内容，五类实例都能确定为真。第 14、15 号命题的式为：

$$\neg p（e_1）\vee \neg p（e_2）\vee \ldots \neg p（e_i）\vee \ldots \neg p（e_m）$$

属于当代形式逻辑中“以 m 个闭 1 元原子命题的否定为析取肢的闭析取命题”，简称“外延析取命题”。其句型为“可逐一列举的 s 中至少有一不是 p”。第 16、17，18 号命题的式为：

$$s（x）!\neg p（x） \qquad 或 \qquad \neg（s（x）\rightarrow p（x））$$

属于当代形式逻辑中“以开 1 元原子命题、开 1 元原子命题的否定为约合肢的闭约合命题”或“以开 1 元原子命题、开 1 元原子命题为前、后件的闭充分条件假言命题的否定命题”，其句型为“s 可以不 p”，或“s 未必 p”。

应当说明的是，上述十八个实例，未必能为传统直言命题全部容纳。因此，不能简单地认为每一种直言命题就是相应的外延命题和内涵命题的综合。如前所述，传统直言命题作为“命题形式”至今还存在种种逻辑理论上的问题。

14.4.3　传统直言命题和与之相应的外延命题、内涵命题之间的区别

为了对照传统逻辑中的直言命题和与之相应的外延命题、内涵命题之间的区别，我们以全称肯定命题和与之相应的外延合取命题、内涵充分条件假言命题为例进行说明。

第一，传统全称肯定命题的句型为“所有 s 都是 p”，符号表达式为“sAp”，其主词 s 的外延集的元未必可逐一列举，而对 s 的外延可否为空集至今仍有争议；外延合取命题的句型是“每一个可逐一列举的 s 是 p”，符号表达式为：

$$\mathrm{p}（\mathrm{e}_1）\wedge \mathrm{p}（\mathrm{e}_2）\wedge \ldots \wedge \mathrm{p}（\mathrm{e}_i）\wedge \ldots \wedge \mathrm{p}（\mathrm{e}_m）$$

其主词 s 的外延集为 $S=（e_1, e_2, \ldots, e_i, \ldots, e_m）$，$m$ 为大于零的确定的自然数，从 e_1 到 e_m，可逐一列举；内涵充分条件假言（必定）命题的句型为“s 必定 p”，符号表达式为 s（x）$\rightharpoondown$p（x），其中 s 的外延为其元不可逐一列举的有限集、无限集或空集。

第二，在传统命题的分类中，传统全称肯定命题为简单命题、直言（或性质）命题、全称命题、肯定命题；而外延合取命题和内涵充分条件假言（必定）命题皆为复合命题，无所谓“直言（性质）”与否，无所谓“全称”、“特称”，无所谓“肯定”、“否定”。

第三，传统全称肯定命题含有全称量词（这是受惑于语言量词）；而外延合取命题和内涵充分条件假言命题无任何量词（这是着眼于客观世界逻辑结构的结果）。

第四，传统全称肯定命题一律带有肯定系词“是”，而不管陈述的语句是否使用“是”字；外延合取命题和内涵充分条件假言（必定）命题都以 n 元关系及其辖域和联结词来体现逻辑结构，一律无所谓系词。

第五，传统全称肯定命题的主词 s 周延，对宾词 p 通常认为不周延，但至今仍有争议；外延合取命题和内涵充分条件假言（必定）命题无所谓周延不周延。

第六，在分析深度方面，传统形式逻辑对全称肯定命题的分析，以 1 元名词为最小单位（实质上是以原子命题为最小单位），不对之作进一步分析；当代形式逻辑在分析外延合取命题和内涵充分条件假言（必定）命题时，则对原子命题作更深入的分析，从中分析出 n 元名、n 元函数词、个体变元词、个体词来。

第七，在形式化程度方面，传统全称肯定命题表达式中的字母“A”只不过是“所有…是…”（即全称量词和肯定系词）的一种带有“简称”性质的代号，故而形式化不彻底；当代形式逻辑对命题的形式化则全部采用人工符号，按严格的形成规则编写，能揭举命题的逻辑结构，形式化彻底。

最后，我们需要指出的是，四种外延命题和主词可空而不自相矛盾的四种内涵命题全都满足对当关系等传统推理格式。当然，关于四种外延命题对主词只要求其为实名词。然而，关于四种内涵命题，则对主词只要求其不自相矛盾，但可为空名词。十分显然，自相矛盾的名词一定是空的，但空名词未必自相矛盾。比如，迄今，“哥德巴赫猜想的解决者”是空的，但并不自相矛盾。一名词是否空，一般说来，逻辑科学确定不了；可是，确定一名词是否自相矛盾，则是逻辑科学责无旁贷的责任。我们以主词为空名词“哥德巴赫猜想的解决者”的四种内涵命题满足对当关系为例，说明主词为空但不自相矛盾的四种内涵命题完全满足全部传统推理格式。其逻辑方阵如图 14.1 所示。

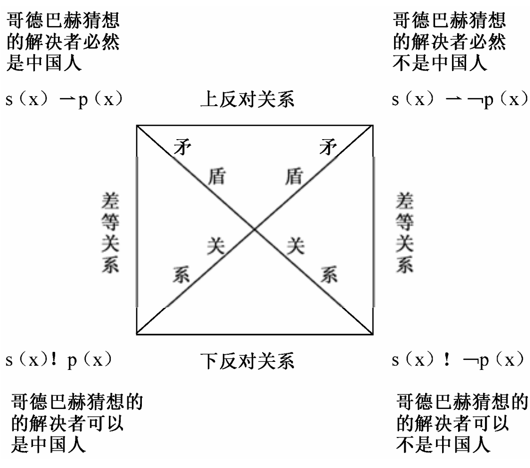


图 14.1　逻辑方阵

可见，那种认为传统形式逻辑是实名词逻辑的观点是对传统形式逻辑的莫大误解。

14.5　传统形式逻辑直接推理、间接推理的当代形式逻辑剖析

传统名词逻辑直接推理以及作为传统名词逻辑的核心的三段论，实际上只

分析到原子命题，不分析到项词，因而名副其实地理应称作命题逻辑。本节所要论证的是，以三段论为代表的传统逻辑是当代形式逻辑命题逻辑的一部分。其中一部分对应于当代形式逻辑的导出式，另一部分对应于当代形式逻辑的推理式。

14.5.1　关于传统直接推理

1．外延的对当关系和换质、换位导出式

根据主词 s 是否思考可逐一列举的有限集，传统命题二分为外延命题和内涵命题。当主词 s 思考可逐一列举的有限集时，传统直言命题对应于当代形式逻辑中的外延命题，被称为“直接推理”的所谓传统名词逻辑对当关系、换质换位推理格式全部对应于当代形式逻辑导出式，不能据以从已知得出新知。

（1）外延对当关系导出式

当主词 s 所思考的是可逐一列举的有限集时，所谓对当关系推理格式全部是当代形式逻辑的命题逻辑导出式。为便于理解，设 $S=\{e_1,e_2\}$，我们在下面左边列出传统格式，右边列出与其相对应的当代形式逻辑导出式：

1）外延上反对关系导出式：

① $s\mathbf{A}p \rightharpoonup \neg(s\mathbf{E}p)$　　$p(e_1)\wedge p(e_2) \rightharpoonup \neg(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2))$

② $s\mathbf{E}p \rightharpoonup \neg(s\mathbf{A}p)$　　$\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2) \rightharpoonup \neg(p(e_1)\wedge p(e_2))$

2）外延下反对关系导出式：

③ $\neg(s\mathbf{I}p) \rightharpoonup s\mathbf{O}p$　　$\neg(p(e_1)\vee p(e_2)) \rightharpoonup \neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)$

④ $\neg(s\mathbf{O}p) \rightharpoonup s\mathbf{I}p$　　$\neg(\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)) \rightharpoonup p(e_1)\vee p(e_2)$

3）外延差等关系导出式：

⑤ $s\mathbf{A}p \rightharpoonup s\mathbf{I}p$　　$p(e_1)\wedge p(e_2) \rightharpoonup p(e_1)\vee p(e_2)$

⑥ $\neg(s\mathbf{I}p) \rightharpoonup \neg(s\mathbf{A}p)$　　$\neg(p(e_1)\vee p(e_2)) \rightharpoonup \neg(p(e_1)\wedge p(e_2))$

⑦ $s\mathbf{E}p \rightharpoonup s\mathbf{O}p$　　$\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2) \rightharpoonup \neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)$

⑧ $\neg(s\mathbf{O}p) \rightharpoonup \neg(s\mathbf{E}p)$　　$\neg(\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)) \rightharpoonup \neg(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2))$

4）外延矛盾关系导出式：

⑨ $s\mathbf{A}p \rightleftharpoons \neg(s\mathbf{O}p)$　　$p(e_1)\wedge p(e_2) \rightleftharpoons \neg(\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2))$

⑩ $s\mathbf{O}p \rightleftharpoons \neg(s\mathbf{A}p)$　　$\neg(e_1)\vee\neg p(e_2) \rightleftharpoons \neg(p(e_1)\wedge p(e_2))$

⑪ $s\mathbf{E}p \rightleftharpoons \neg(s\mathbf{I}p)$　　$\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2) \rightleftharpoons \neg(p(e_1)\vee p(e_2))$

⑫ $s\mathbf{I}p \rightleftharpoons \neg(s\mathbf{E}p)$　　$p(e_1)\vee p(e_2) \rightleftharpoons \neg(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2))$

（2）外延换质、换位导出式

当主词所思考的是可逐一列举的有限集时，所谓换质、换位推理格式也全部是当代形式逻辑的命题逻辑导出式。下面列在左边的是传统格式，右边的是与其相对应的当代形式逻辑导出式：

1）$s\mathbf{A}p$ 的换质、换位导出式

设 $S=\{e_1,e_2\}$，$P=\{e_1,e_2,e_3\}$

① $s\mathbf{A}p \rightleftharpoons s\mathbf{E}{\sim}p$ $\qquad$ $p(e_1)\wedge p(e_2) \rightleftharpoons \neg\neg p(e_1)\wedge\neg\neg p(e_2)$

② $s\mathbf{A}p \rightharpoonup p\mathbf{I}s$ $\qquad$ $p(e_1)\wedge p(e_2) \rightharpoonup s(e_1)\vee s(e_2)\vee s(e_3)$

式中～p 读作“补 p”，是对 p 所思考的集合 P 的补集～P 的思考。下同。

2）$s\mathbf{E}p$ 的换质、换位导出式

设 $S=\{e_1,e_2\}$，$P=\{e_3,e_4\}$

③ $s\mathbf{E}p \rightleftharpoons s\mathbf{A}{\sim}p$ $\qquad$ $\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2) \rightleftharpoons \neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2)$

④ $s\mathbf{E}p \rightleftharpoons p\mathbf{E}s$ $\qquad$ $\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2) \rightleftharpoons \neg s(e_3)\wedge\neg s(e_4)$

3）$s\mathbf{I}p$ 的换质、换位导出式

设 $S=\{e_1,e_2\}$，$P=\{e_2,e_3\}$

⑤ $s\mathbf{I}p \rightleftharpoons s\mathbf{O}{\sim}p$ $\qquad$ $p(e_1)\vee p(e_2) \rightleftharpoons \neg\neg p(e_1)\vee\neg\neg p(e_2)$

⑥ $s\mathbf{I}p \rightleftharpoons p\mathbf{I}s$ $\qquad$ $p(e_1)\vee p(e_2) \rightleftharpoons s(e_2)\vee s(e_3)$

4）$s\mathbf{O}p$ 的换质导出式

设 $S=\{e_1,e_2\}$

⑦ $s\mathbf{O}p \rightharpoonup s\mathbf{I}{\sim}p$ $\qquad$ $\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2) \rightleftharpoons \neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)$

2．内涵的对当关系和换质换位推导式

（2）内涵的对当关系推理式

当主词 s 所思考的是不可逐一列举的有限集、空集或无限集时，所谓传统名词逻辑的对当关系推理格式全部是当代形式逻辑的命题逻辑推理式，能据以从已知得出新知。为了顺应传统的习惯，我们在此用 s、p 表示命题变元。下面列在左边的是传统格式，右边是与其相对应的当代形式逻辑推理式。

1）上反对关系推理式

① $s\mathbf{A}p \rightharpoonup \neg(s\mathbf{E}p)$ $\qquad$ $\neg(s\rightharpoonup p\,!\,\neg p)\rightharpoonup[(s\rightharpoonup p)\rightharpoonup\neg(s\rightharpoonup\neg p)]^*$

② $s\mathbf{E}p \rightharpoonup \neg(s\mathbf{A}p)$ $\qquad$ $\neg(s\rightharpoonup p\,!\,\neg p)\rightharpoonup[(s\rightharpoonup\neg p)\rightharpoonup\neg(s\rightharpoonup p)]^*$

2）下反对关系推理式

③ $\neg(s\mathbf{I}p)\rightharpoonup s\mathbf{O}p$ $\qquad$ $\neg(s\rightharpoonup p\,!\,\neg p)\rightharpoonup[\neg(s\,!\,p)\rightharpoonup(s\,!\,\neg p)]^*$

④ $\neg(s\mathbf{O}p)\rightharpoonup s\mathbf{I}p$ $\qquad$ $\neg(s\rightharpoonup p\,!\,\neg p)\rightharpoonup[\neg(s\,!\,\neg p)\rightharpoonup(s\,!\,p)]^*$

3）差等关系推理式

⑤ s**A**p⇀s**I**p　　　　¬（s⇀p!¬p）⇀[（s⇀p）⇀（s!p）]*

⑥ ¬（s**I**p）⇀¬（s**A**p）　　　　¬（s⇀p!¬p）⇀[¬（s!p）⇀¬（s⇀p）]*

⑦ s**E**p⇀s**O**p　　　　¬（s⇀p!¬p）⇀[（s⇀¬p）⇀（s!¬p）]*

⑧ ¬（s**O**p）⇀¬（s**E**p）　　　　¬（s⇀p!¬p）⇀[¬（s!¬p）⇀¬（s⇀¬p）]*

4）矛盾关系推理式

⑨ s**A**p ⇌¬（s**O**p）　　　　（s⇀p）⇌¬（s!¬p）

⑩ s**O**p ⇌¬ （s**A**p）　　　　s!¬p⇌¬（s⇀p）

⑪ s**E**p ⇌¬ （s**I**p）　　　　（s⇀¬p）⇌ ¬（s!p）

⑫ s**I**p ⇌¬ （s**E**p）　　　　s!p⇌¬（s⇌¬p）

（2）内涵换位推理式、换质导出式

当主词所思考的是不可逐一列举的有限集、空集或无限集时，所谓传统名词逻辑的换位推理格式全部对应于当代形式逻辑的命题逻辑推理式，能据以从已知得出新知。而传统的换质推理格式全部对应于当代形式逻辑的命题逻辑导出式，不能据以从已知得出新知。我们仍用 s、p 表示命题变元。下面列出的，左边为传统格式，右边为当代形式逻辑推导式。

1）**A**、**E**、**I**、**O** 的内涵换位推理式

① s**A**p⇀p**I**s　　　　¬（s⇀p!¬p）⇀[（s⇀p）⇀p!s]*

② s**E**p⇌p**E**s　　　　（s⇀¬p）⇌（p⇀¬s）

③ s**I**p⇌p**I**s　　　　s!p⇌p!s

④ s**O**p（不能换位）　s!¬p⇌¬p!s（成立对应于 **O** 命题的内涵 s!¬p 命题的换位推理）

提请注意，传统命题 s**O**p 不能换位，可是，与其相对应的当代形式逻辑的内涵可以命题 s!p 却可以换位。

2）**A**、**E**、**I**、**O** 的内涵换质导出式

① s**A**p ⇌ s**E**～p　　　　（s⇀p）⇌（s⇀¬¬p）

② s**E**p ⇌ s**A**～p　　　　（s⇀¬p）⇌（s⇀¬p）

③ s**I**p ⇌ s**O**～p　　　　s!p ⇌s!¬¬p

④ s**O**p ⇌ s**I**～p　　　　s!¬p⇌s!¬p

14.5.2　关于传统三段论

1．外延三段论的导出式

当主词思考可逐一列举的有限集，传统直言命题对应于当代形式逻辑中相应的外延命题后，作为传统名词逻辑核心的传统三段论格式全部对应于当代形式逻辑的命题逻辑导出式。不能据以从已知得出新知。我们在下面右边列出与三段论的十九个式相应的当代形式逻辑的命题逻辑导出式。

（1）第一格的四个导出式

设在此格作为主词的 s 和 m 所思考的可逐一列举的有限集为：

$S=\{e_1, e_2\}$，　$M=\{e_1, e_2, e_3\}$

1）**AAA** $(p(e_1)\wedge p(e_2)\wedge p(e_3))\wedge(m(e_1)\wedge m(e_2))\rightarrow p(e_1)\wedge p(e_2)$

2）**AII** $(p(e_1)\wedge p(e_2)\wedge p(e_3))\wedge(m(e_1)\vee m(e_2))\rightarrow p(e_1)\vee p(e_2)$

3）**EAE** $(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2)\wedge\neg p(e_3))\wedge(m(e_1)\wedge m(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2)$

4）**EIO** $(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2)\wedge\neg p(e_3))\wedge(m(e_1)\vee m(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)$

（2）第二格的四个导出式

设在此格作为主词的 s 和 p 所思考的可逐一列举的有限集为：

$S=\{e_1,e_2\}$，$P=\{e_3,e_4\}$。

5）**AEE** $(m(e_3)\wedge m(e_4))\wedge(\neg m(e_1)\wedge\neg m(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2)$

6）**AOO** $(m(e_3)\wedge m(e_4))\wedge(\neg m(e_1)\vee\neg m(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)$

7）**EAE** $(\neg m(e_3)\wedge\neg m(e_4))\wedge(m(e_1)\wedge m(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2)$

8）**EIO** $(\neg m(e_3)\wedge\neg m(e_4))\wedge(m(e_1)\vee m(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)$

（3）第三格的六个导出式

设在此格作为主词的 s 和 m 所思考的可逐一列举的有限集为：

$M=\{e_1,e_2\}$,　$S=\{e_1,e_2,e_3\}$。

9）**AAI** $(p(e_1)\wedge p(e_2))\wedge(s(e_1)\wedge s(e_2))\rightarrow p(e_1)\vee p(e_2)\vee p(e_3)$

10）**AII** $(p(e_1)\wedge p(e_2))\wedge(s(e_1)\vee s(e_2))\rightarrow p(e_1)\vee p(e_2)\vee p(e_3)$

11）**EAO** $(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2))\wedge(s(e_1)\wedge s(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)\vee\neg p(e_3)$

12）**EIO** $(\neg p(e_1)\wedge\neg p(e_2))\wedge(s(e_1)\vee s(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)\vee\neg p(e_3)$

13）**IAI** $(p(e_1)\vee p(e_2))\wedge(s(e_1)\wedge s(e_2))\rightarrow p(e_1)\vee p(e_2)\vee p(e_3)$

14）**OAO** $(\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2))\wedge(s(e_1)\wedge s(e_2))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_2)\vee\neg p(e_3)$

（4）第四格的五个导出式

设在（15）AAI 式中作为主词的 s、m、p 所思考的可逐一列举的有限集为：$S=\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$，$M=\{e_1, e_2, e_3\}$，$P=\{e_1, e_2\}$。

15）**AAI** $(m(e_1)\wedge m(e_2))\wedge(s(e_1)\wedge s(e_2)\wedge s(e_3))\rightarrow p(e_1)\vee p(e_2)\vee p(e_3)\vee p(e_4)$

设在（16）**AEE** 式中作为主词的所思考的可逐一列举的有限集为：

$P=\{e_1, e_2\}$，$M=\{e_1, e_2, e_3\}$，$S=\{e_4, e_5\}$。

16）**AEE** $(m(e_1)\wedge m(e_2))\wedge(\neg s(e_1)\wedge\neg s(e_2)\wedge\neg s(e_3)\rightarrow\neg p(e_4)\wedge\neg p(e_5))$

设在（17）**EAO** 式中作为主词的 s、m、p 所思考的可逐一列举的有限集为：

$P=\{e_1, e_2\}$，$M=\{e_3, e_4\}$，$S=\{e_3, e_4, e_5\}$。

17）**EAO** $(\neg m(e_1)\wedge\neg m(e_2)\wedge(s(e_3)\wedge s(e_4))\rightarrow\neg p(e_3)\vee\neg p(e_4)\vee\neg p(e_5)$

设在（18）**EIO** 式中作为主词的 s、m、p 所思考的可逐一列举的有限集为：$P=\{e_1,e_2\}$，$M=\{e_3,e_4\}$，$S=\{e_1,e_3\}$。

18）**EIO** $(\neg m(e_1)\wedge\neg m(e_2))\wedge(s(e_3)\vee s(e_4))\rightarrow\neg p(e_1)\vee\neg p(e_3)$

设在（19）IAI 式中作为主词的 s、m、p 所思考的可逐一列举的有限集为：$P=\{e_1, e_2\}$，$M=\{e_2, e_3\}$，$S=\{e_2, e_3, e_4\}$。

19）**IAI** $(m(e_1)\vee m(e_2))\wedge(s(e_2)\wedge s(e_3))\rightarrow p(e_2)\vee p(e_3)\vee p(e_4)$

2．内涵三段论推理式

当主词思考不可逐一列举的有限集、空集或无限集时，传统直言命题对应于当代形式逻辑中相应的内涵命题后，作为传统名词逻辑核心的三段论格式全部对应于当代形式逻辑的命题逻辑推理式。能据以从已知得出新知。我们在下面右边列出与三段论十九式相对应的当代形式逻辑的命题逻辑推理式。设 p、r、s 为命题变元。

（1）第一格的四个推理式

1）**AAA** $(r\rightharpoonup p)\wedge(s\rightharpoonup r)\rightharpoonup(s\rightharpoonup p)$

2）**AII** $(r\rightharpoonup p)\wedge(s!r)\rightharpoonup s!p$

3）**EAE** $(r\rightharpoonup\neg p)\wedge(s\rightharpoonup r)\rightharpoonup(s\rightharpoonup\neg p)$

4）**EIO** $(r\rightharpoonup\neg p)\wedge(s!r)\rightharpoonup s!\neg p$

（2）第二格的四个推理式

5）**AEE** $(p\rightharpoonup r)\wedge(s\rightharpoonup\neg r)\rightharpoonup(s\rightharpoonup\neg p)$

6）**AOO** $(p\rightharpoonup r)\wedge(s!\neg r)\rightharpoonup s!\neg p$

7）**EAE** $(p\rightharpoonup\neg r)\wedge(s\rightharpoonup r)\rightharpoonup(s\rightharpoonup\neg p)$

8）**EIO** $(p\rightharpoonup\neg r)\wedge(s!r)\rightharpoonup s!\neg p$

（3）第三格的六个推理式

9）**AAI** $\neg(r\rightharpoonup s!s)\rightharpoonup[(r\rightharpoonup p)\wedge(r\rightharpoonup s)\wedge s!p]$*

10）**AII** $(r\rightharpoonup p)\wedge(r!s)\rightharpoonup s!p$

11）**EAO** $\neg(r\rightharpoonup s!s)\rightharpoonup[(r\rightharpoonup\neg p)\wedge(r\rightharpoonup s)\rightharpoonup s!\neg p]$*

12）**EIO** $(r\rightharpoonup\neg p)\wedge(r!s)\rightharpoonup s!\neg p$

13）**IAI** $(r!p)\wedge(r\rightharpoonup s)\rightharpoonup s!p$

14）**OAO** $(r!\neg p)\wedge(r\rightharpoonup s)\rightharpoonup s!\neg p$

（4）第四格的五个推理式

15）**AAI** $\neg(r\rightharpoonup s!s)\rightharpoonup[(p\rightharpoonup r)\wedge(r\rightharpoonup s)\rightharpoonup s!p]$*

16）**AEE** $(p\rightharpoonup r)\wedge(r\rightharpoonup\neg s)\rightharpoonup(s\rightharpoonup\neg p)$

17）**EAO** $\neg(r\rightharpoonup s!s)\rightharpoonup[(p\rightharpoonup\neg r)(r\rightharpoonup s)\rightharpoonup s!\neg p]$*

18）**EIO** $(p\rightharpoonup\neg r)\wedge(r!s)\rightharpoonup s!\ \neg p$

19）**IAI** $(p!r)\wedge(r\rightharpoonup s)\rightharpoonup s!p$

以上共列出与传统名词逻辑直接推理和间接推理相对应的当代形式逻辑命题逻辑导出式 42 式、推理式 35 式。从上述对应情况，我们不难看出：由于传统的直言命题实际上是外延命题和内涵命题的浑沌的混合体。因此，建立在直言命题上的传统的名词逻辑实际上是外延逻辑和内涵逻辑的浑沌的混合体。传统外延逻辑由命题逻辑导出式组成，只适用于可逐一列举的有限域，不能据以从已知得出新知，本质上是同语反复；传统内涵逻辑由命题逻辑推理式和导出式组成，适用于不可逐一列举的有限域、空域或无限域，其中的推理式能据以从已知推出新知。传统形式逻辑将二者混为一谈，区别不出外延的与内涵的，分辩不清导出式与推理式。直到现今流行的传统逻辑读物仍然推、导不分，内、外杂糅，将不能出新知的导出式误当作能出新知的推理式。作为传统形式逻辑

当代发展的当代形式逻辑，也既是外延逻辑，又是内涵逻辑，但以内涵逻辑为主，且内、外分开，推、导两清，突出了推理作为能从已知获取新知的逻辑工具的特点。

与内涵传统名词逻辑相对应的 35 个推理式中，标有“*”的有 13 式。这 13 式需加以¬（s→p!¬p）等条件限制。由于 p 与¬p 互为否定，因此，我们称 p!¬p 为“可以矛盾”。s 如果满足 s→p!¬p，也就是说，如果 s 是可以矛盾的充分条件，那么我们称 s 为可以矛盾；反之，当 s 满足¬（s→p!¬p）时，亦即，如果 s 不是可以矛盾的充分条件，那么，我们称 s 为不可矛盾。标有星号的 13 个推理式的有效性必须有这样的先决条件：有关名词是不可矛盾名词。

我们知道，可以矛盾的名词必定为空名词，可是空名词不一定是可以矛盾的名词。例如，“哥德巴赫猜想解决者”、“金银山”、“以太”等都是空名词，然而都不是可以矛盾名词；“飞碟”、“外星人”、“不等于两个素数之和的偶数”等，尽管至今还未确定其是否为空名词，但都不是可以矛盾名词。传统内涵名词逻辑对这些不是可以矛盾的名词来说，全都有效。

已经详细证明了：传统外延名词逻辑当然是实名词逻辑。而传统内涵名词逻辑却是不可以矛盾的名词（包含不可以矛盾的空名词）逻辑。因此，整个来说，传统名词逻辑并非仅仅是实名词逻辑，而是不可以矛盾的实空名词逻辑。

正统的数理逻辑管窥蠡测，宣称传统的形式逻辑为实名词逻辑，说什么“一旦出现空名词就会使其中的一系列推导格式不复有效”。这是逻辑史上由于正统数理逻辑自身在逻辑上无能而对传统形式逻辑的莫大冤枉。作为传统形式逻辑当代发展的当代形式逻辑诞生后，我们据实为之正名：传统名词逻辑是不可矛盾的实空名词逻辑。说实在的，倘若传统名词逻辑只不过是实名词逻辑，那么传统形式逻辑的处境就显得非常可悲：不仅对一系列十分有意义的不可矛盾的空名词无力问津，而且，传统形式逻辑还确定不了自己究竟在什么场合不能用，因为传统名词逻辑区分不了名词的实、空。不过，传统形式逻辑事实上在两千三百年的发展过程中，从来也没有进入过正统数理逻辑为它安排好的那种凄惨的困境。它事实上始终在充满各种各样不可矛盾的空名词的普通逻辑思考领域中发挥效用。给传统形式逻辑设置困境的正统数理逻辑倒是真的陷入了难以自拔的困境：它不可能将传统直言命题分为外延命题和内涵命题，因为它本身只能处理外延的问题，无力问津内涵；它也不可能区分实然的矛盾 p∧¬p 和必然的可以矛盾 p!¬p，亦即，不能区分“不矛盾”和“不可矛盾”。因此，从正统数理逻辑出发，无法解释何以传统名词逻辑能在不可矛盾的空名词领域

内生效，也无从讨论什么是传统名词逻辑生效的充分条件或必要条件。倘若株守正统数理逻辑，那么传统形式逻辑的精髓将被弃如敝履，发展前景就势必会彻底断送。

依据十分显然的常理，要发展传统形式逻辑，必须坚持传统形式逻辑深刻而正确的主导思想。

14.6 在逻辑理论上本著作与现行传统形式逻辑读本的比较

如今，事实上至少有两门逻辑学科：传统形式逻辑与正统数理逻辑。前者要是从我国先秦墨家、名家（如墨翟、荀况）与古希腊的亚里士多德算起已有两千三百多年的历史；后者倘若从英国的布尔算起还只有一百五十年的历史。正统数理逻辑又称符号逻辑、现代逻辑、逻辑斯谛等，是数学家们缔造的，采用形式语言的用数学方法处理数学中的逻辑问题，因而舍弃了其中的非数学因素的学科，是数学的一部分；而传统形式逻辑则是以结合自然语言的作为从已知进入新知的工具的推理格式为主要研究对象。鉴于数学家们构造数理逻辑的目的是为了解决数学基础问题，并且，为了在其中全面而彻底地贯彻数学方法，因而，舍弃了在推理中出现的命题间的关系中的非数学的逻辑含义，而将其处理成真值函数、个体－真值函数关系，这就完全背离了传统形式逻辑要求推理的结论对前提来说必须是新知的这种主导思想。正由于此，在一部分研究数理逻辑的人和一部分研究形式逻辑的人之间存在着下述有时甚至是非常动感情的对立：前者由于传统形式逻辑的陈旧简陋而将其当作新兴的数理逻辑的微不足道的局部；而后者则由于数理逻辑无视在作为从已知进入新知的工具的推理格式中起决定作用的非数学的逻辑含义而将其当作与普通的逻辑思考格格不入的异端。植根于普通逻辑思考的传统形式逻辑从演算技巧上看是陈旧简陋的，然而，它始终如一地贯彻不许循环论证，并为此在事实上全面地坚持推理的结论对前提来说必须是新知，这种概括了在普通逻辑思考实际中运用的推理格式的最根本逻辑特征的主导思想是深刻而又正确的；采用高度发展的数学方法、以命题演算和狭谓词演算为基础的正统数理逻辑的演算技巧是严格精密的，可是，它却舍弃了在作为从已知进入新知的工具的推理格式中起决定作用的非数学的逻辑精髓，把命题逻辑、名词逻辑推理格式处理成本质上是同语反复的恒真的真值函数（重言式）、恒真的个体－真值函数，因而远离了普通逻

辑思考实际。二者各有所长，也各有所短。

目前，国内对传统形式逻辑的改革发展有两种不同的方案，有的采取用数理逻辑改造传统形式逻辑的办法（通常称为“改造论”或“统帅论”），有的采取用数理逻辑取代传统形式逻辑的做法（通常称作“取代论”）。我们不采用这两种方法。本著作的研究立足于辩证唯物论，继承我国先贤韩非自发的客体逻辑思想，以自觉的逻辑客体说为主导思想，坚持传统形式逻辑真正逻辑科学的方向，摒弃传统形式逻辑的各种积弊，尽力廓清笼罩在她身上朦胧的历史迷雾，在不背离其主导思想从而不会发展成为数学的一部分的先决条件下，借鉴现代数学精确的演算方法，去探讨具有当代科学水准的客体说当代形式逻辑。

与现行传统形式逻辑读本相比较，本著作在内容上，有下述主要特点。

第一，现行传统形式逻辑读本主观唯心论的内容较多，而本著作可以说始终坚持辩证唯物主义。

辩证唯物主义认为，规律是客观的，不能违反；可是现行传统形式逻辑读本中的所谓“思维规律”，思维自身是可以违反的。这些读本本身就违反了自己规定的思维的“同一律”、思维的“不矛盾律”。又如，“我正在说的这句话是假的”明明是一句主词为空的空话（即“我正在说的这句话”所指的东西是空的）。空话无真假可言，可是现行传统形式逻辑读本却硬要唯心地说：从这句话真可以推出这句话假，从这句话假可推出这句话真，亦即，按照现行传统形式逻辑读本的唯心说法，这句话一会儿是真的，一会儿又变成是假的了。本著作自始至终立足于辩证唯物论，没有类似上述的奇谈怪论。

第二，现行传统形式逻辑读本不加分析地引进数理逻辑，导致前后矛盾，而本著作始终坚持亚里士多德传统形式逻辑深刻而正确的主导思想，前后一贯，逻辑理论步步深入。

作为真正的逻辑科学的亚里士多德传统形式逻辑和作为现代基础数学的数理逻辑，在主导思想上南辕北辙，形同冰炭。现行传统形式逻辑读本将此二者混杂，势必引起难以胜数而又无法自拔的自相矛盾。如，刚刚说完假言命题的真假不取决于其支命题的真假而取决于前后件之间是否有必然联系，墨迹未干，一经引入真值表，紧接着又不得不说假言命题的真假只取决于其支命题的真假；一会儿说，可以有两个命题，谁也不是谁的充分条件，翻过几页，由于引进数理逻辑，却又认为任意两个命题，至少有一个是另一个的充分条件；讲论证时强调在论证中出现的推理式能确保论证不循环，而在讲命题逻辑推理式时，由于引进数理逻辑，推理式又成为必然循环的同语反复；凡此种种，不一

而足。除此之外，由于某些人趋之若鹜然而又不甚恰当地“吸收数理逻辑”而引起的污染，因而各种性质的不良后果在现行的传统形式逻辑读本中随处可见。

本书由于坚持亚里士多德传统形式逻辑深刻正确的主导思想，故而前后一贯，理论步步深入；又由于对数理逻辑仅借鉴其精确的数学方法，因而未发现自相矛盾之处。

第三，现行传统形式逻辑读本将直言命题处理成外延命题，有意无意地为不可知论提供了理论借口；本著作对传统直言命题作正确的分析和处理，因而为辩证唯物主义可知论提供了逻辑的理论依据。

由于现行传统形式逻辑读本不分青红皂白地将全称命题处理成外延命题“所有 s 都是 p”，这势必导致在认识过程中要对无限个体域中的个体逐一考察其如何如何。比如，对“所有天体都是运动的”这类命题，要确定其真假，需一个一个地考察宇宙中每一个天体是否运动。这显然是超乎精力和生命全都有限的人类的能力的。这样的处理无疑是给不可知论者提供可作振振有词的依据的逻辑把柄。

本著作将直言命题二分为外延命题和内涵命题两种。比如，对“所有天体都是运动的”，本著作坚持亚里士多德传统形式逻辑的思想，将其分析为没有量词的内涵命题“天体必然是运动的”，要探究其是否为真，只需要通过对天体的内涵的科学分析即可确定。事实上人类确实可以确定关于无限域的真知，即世界是可知的。本书的逻辑理论遵循了这一辩证唯物主义认识论思想。

第四，现行传统形式逻辑读本推、导不分，本著作推、导分明。

现行传统形式逻辑读本将不能得出新知的导出式和能推出新知的推理式混淆不分，皆以“推理”称之，比如：

（1）下面是同语反复的导出式，其结论对前提来说不是新知

1）张三是军人，并且张三是医生。所以张三是军医。

2）地球绕太阳转，所以地球不是不绕太阳转。

（2）下面是推理式，结论对前提来说是新知

1）摩擦生热，张三双手摩擦，所以张三双手发热。

2）某连攻下一个碉堡，不是强攻就是智取。甲连攻下这个碉堡不是强攻。所以，甲连攻下这个碉堡是智取。

现行传统形式逻辑读本混淆推、导两者的本质区别，将导出式错误地当作推理式。本书著作将二者严格区分，突出了推理作为能从已知得出新知的逻辑

工具的特点。

第五，现行传统形式逻辑读本对一系列重要的逻辑术语规定不清晰，而本著作则规定得清清楚楚。

现行百余种传统形式逻辑读本对一些重要的逻辑术语（如“思维形式”等）的规定众说纷纭，莫衷一是，且各种说法都不甚清晰，某些重要的逻辑概念由于遇到无力排解的逻辑死锁，给不出堪称能揭举其内涵的严格确切的定义。如对“判断”的介绍和引入，只有在规定清楚判断后才能规定清楚直言判断，然而，却又只有在规定清楚直言判断后才能规定清楚判断。给“定义”（一种特殊的命题）下的定义其实只适用于“下定义”（一种逻辑方法），而所举的以“定义”称之的实例却不复是什么“逻辑方法”。而是通过“下定义”的这种逻辑方法得出的能揭举被定义概念的内涵的特殊的命题（更有意思的是，现行传统形式逻辑读本却说不清楚这种特殊的命题应隶属于哪一类）。

本书从初始概念到导出概念，从初始命题到导出命题皆有严格而清楚的规定。

第六，现行传统形式逻辑读本不研究多元名词，本著作研究多元名词。

现行传统形式逻辑中的概念部分只探讨一元名词，不过问在普通逻辑思考实际中经常运用的多元名词（即 n 元名词），故而，作为传统简单命题的主宾词的就只能是一元名词，传统简单命题就只能是所谓的“直言命题”，这就限定了早先建立的传统的命题体系只能从一元名词为主宾词的直言命题出发。近几年来，传统形式逻辑界开始意识到传统命题种类的残缺，从而增添了某些二元、三元关系的命题。可是，尽管如此，那些新添的、依旧品种不全的关系命题犹嫌前无渊源（仍然不研究多元名词），后无归宿（仍然不介绍真正有效的关系推理）。从逻辑技术上说，现行传统形式逻辑至多只能算 n 分之一的逻辑。

本书探讨从一元、多元名词，一元、多元关系命题到真正普遍有效的一元、多元关系推理，不仅从外延的角度而且从内涵的角度进行探讨。

第七，现行传统形式逻辑读本中语义、语构、语用混淆不清，本著作对这三者条分缕析。

亚里士多德传统形式逻辑中对语义、语构、语用的启蒙式的研究，无疑是殊堪珍惜的极其宝贵的历史遗产。然而，遗憾的是，时至今日，现行传统形式逻辑读本中，这三者却仍然混淆杂糅，互相牵掣。由于要进行被称为“思维形式”的语构的研究，因而逐渐在理论思想上偏离亚里士多德逻辑的原本十分强烈的语义的研究倾向。这使得传统形式逻辑始终争论不休，难题久悬未决，总

的来说进展迟缓。

本著作对语义、语构和语用三者条分缕析。重点是进行语义的研究，在研究语义时采用一系列语构的成果，将沟通理论与实际的语用的研究酌情分散开来，适当地穿插在语义的讨论之中。

第 15 章　关于逻辑证明哲学意义的深入探讨

15.1　伽利略的功勋

把羽毛和铜钱一起密封入真空的玻璃管中，先竖握着玻璃管，然后突然颠倒，羽毛与铜钱就会以相同的速度同时从管子的上端落向下端。这便是如今几乎每一个中学生都做过的自由落体实验。可是，三百多年前，年轻的伽利略及其同代人在比萨大学课堂上听到的却依旧还是流传了两千年的权威的“亚里士多德自由落体运动法则”：重物的自由降落速度必定快于轻物。直到那时，这所谓的“亚氏法则”始终被人们当做神圣的“真理”，奉为正统的经典。然而，神学的叛逆者、迷信的掘墓人伽利略在他二十六岁时就用他缜密的逻辑思考，严格地证明了“亚氏法则”的否定。他站在广大的人们在长期劳动中获得的智慧这个“巨人”的肩膀上，高瞻远瞩地用凝结在推理式和物理定律中的世世代代人们亿万次重复的渊博的实践，间接地证实了那一直被认为由两千年的实践“证实”了的“亚氏法则”为谬误。伽利略的直观的显然成立的论证过程如下：所谓的“亚氏法则”——“重物的自由降落速度必定快于轻物（α）”。在当时，已有下述可称为“固结物体合速度定律”的物理定律：“二运动物体固结起来的合速度必定不快于其中较快的（β）”。于是，伽利略就设想：有两个铁球，一大一小。要是把两个铁球固结起来称为合球，显然，合球比大球重（γ_1）。据α与γ_1，可得出“合球的自由降落速度快于大球（δ_1）”。同样明显，大球比小球重（γ_2）。再据α与γ_2，又可得出“大球的自由降落速度快于小球（δ_2）”。然而，据β与δ_2，却可得出“合球的自由降落速度不快于大球（$\overline{\delta}_1$）”。这就得出了一对矛盾：δ_1与$\overline{\delta}_1$。所以，可由已证实为真的β、γ_1、γ_2，证明“亚氏法则”α（重物的自由降落速度必定快于轻物）为假。

在做出了上述证明后，伽利略已经用实践证实了真理$\overline{\alpha}$。不过，他的证实在当时还是间接的。然而，陈述一般规律的真理$\overline{\alpha}$本身是无法直接证实的，能直接证实的仅仅是其逻辑前提$\overline{\delta}_2$：“大球的自由降落速度不快于小球”。$\overline{\alpha}$本身似乎只能间接地证实。当然，一些墨守陈规的权威们对已被伽利略间接证实了的亵渎神圣的$\overline{\alpha}$暴跳如雷了。为了制止这一帮只知道复述祖师经文的披着科

学外衣的僧侣们的喧闹，伽利略让这些人站在比萨斜塔的地基上，而他自己则携带着一个十磅一个一磅的两个铁球登上了那座 55 米高的从此永垂史籍的斜塔去做他的为了直接证实以 $\overline{\alpha}$ 为推断的前提 $\overline{\delta}_2$，并开创了实验科学新纪元的著名的自由落体试验。砰的一声，那大小悬殊的两个铁球同时着地！可是，这种施加于能推出已间接证实了的 $\overline{\alpha}$ 的前提 $\overline{\delta}_2$ 的直接证实对于那些闭目塞听的权威们又有什么用处呢？那些人一开头被离经叛道的事实弄得目瞪口呆，待恢复了神智后就指责伽利略一定施展了什么障眼的魔法。确实，要是那些人承认伽利略发现的是真理，那么，他们就得改弦更张、重开新篇。这是既失体面又费力气的事情。为了光彩而又轻易地维护那早已赢得的煊赫威严，他们决心绞杀真理。在那些人看来：给这次大逆不道的试验提供罪恶的 55 米高度的斜塔会有错；不前不后地着地的一个十磅一个一磅的那两个铁球会有错；默默地接受那两个铁球尽管大小悬殊可是却又完全同时地落向自己的表面的大地会有错；然而，那念熟了的正统的经典决不会有错！就这样，由于伽利略推翻了维护着那些人的身价性命的神圣的学术教义，从根本上冒犯了那些人的利益，他就理所当然地被那些人理直气壮地排挤出比萨大学，并从此走上他的为追求真理而历尽艰辛的坎坷悲壮的奋斗生涯。

15.2　伽利略的证明纳入当代形式逻辑

下面，我们以当代形式逻辑为逻辑工具，对上述伽利略在三百多年前做出的直观地显然成立的证明进行严密的逻辑考核，周全地揭示出在每一步推导中所使用的推理格式；在此基础上，对证明的前提及其证实作些探讨。

对伽里略在这个证明过程中涉及的 1 元、2 元函数，各种变项、常项，两个 2 元关系，以及一系列原子事件和复合事件，我们已经在第 1 章的“1.4 客观世界的项”至“1.9 客观世界的事件”中做过详细介绍。在此基础上，我们就能将用来表述在分析伽利略的论证过程时要用到的命题的自然语句译成符号表达式，并且列出“伽利略证明实例表”。在“伽利略证明实例表”中：式（formula）就是符号表达式的简称；式的右边列出的“式的解释”跟左边的“自然语句”同义；最右边的“推理格式”栏里列出 7 条推理格式，其编号分别为（一）~（七）。

在“伽利略证明实例表”中：

（1）左边的“序号”是各个语句的；右边的“编号”则是诸推理格式的。

（2）序号 2 的“代号”栏中的“α_1 或$\gamma_1 \rightharpoonup \delta_1$”是指：整个的式 2 的代号为$\alpha_1$，而式$\alpha_1$ 又是γ_1（序号 3）跟式δ_1（序号 4）之间用$\rightharpoonup$号联结而成。序号 5、9 的“代号”栏中的“或”仿此。

（3）编号（一）“推理格式”栏中“$\dfrac{A(x,y)}{A(x,y)[a,b]}$”表示“可以从 *A*（x，y）得出 *A*（x，y）（a，b）”。余仿此。“*A*（x，y）（a，b）”表示“在可代入的条件下，在 *A* 中出现的个体变元 x、y 分别以项 a，b 代入。”编号（七）中的“*A*（a）[b]”表示“在 *A* 中出现的项 *a* 以项 *b* 置换”。$\dfrac{A(x,y)}{A(x,y)[a,b]}$ 也可写成 *A*（x，y）$\vdash$ *A*（x，y）[a，b]，这两种同义的写法可视方便选用。

（4）序号 4、12 的“代号”栏中的δ_1、$\overline{\delta}_1$ 左上角的*号表示此二者互相矛盾，亦即，推理（二）跟（七）的结果δ_1、$\overline{\delta}_1$ 互相矛盾。

表 15-1　伽利略证明实例表

序号	代号	自然语句	式	式的解释	推理格式	编号
1	α	重物的自由降落速度必定快于轻物	$h(x) > h(y) \rightharpoonup f(g(x)) > f(g(y))$	若 x 的重量大于 y 的，则 x 的自由降落速度大于 y 的	代入规则。 一般为： $\dfrac{\boldsymbol{A}(x,y)}{\boldsymbol{A}(x,y)[\mathbf{a},\mathbf{b}]}$ 此处为：$\dfrac{\alpha}{\alpha_1}$	（一）
2	α_1 或 $\gamma_1 \rightharpoonup \delta_1$	较重的合球的自由降落速度必定快于较轻的大球	$h(e_1+e_2) > h(e_1) \rightharpoonup f(g(e_1+e_2)) > f(g(e_1))$	若合球的重量大于大球的，则合球的自由降落速度大于大球的		
3	γ_1	合球比大球重	$h(e_1+e_2) > h(e_1)$	合球的重量大于大球的	分离规则： $\dfrac{\gamma_1 \rightharpoonup \delta_1, \gamma_1}{\delta_1}$	（二）
4	$^*\delta_1$	合球的自由降落速度快于大球	$f(g(e_1+e_2)) > f(g(e_1))$	合球的自由降落速度大于大球的		
5	α_2 或 $\gamma_2 \rightharpoonup \delta_2$	较重的大球的自由降落速度必定快于较轻的小球	$h(e_1) > h(e_2) \rightharpoonup f(g(e_1)) > f(g(e_2))$	若大球的重量大于小球的，则大球的自由降落速度大于小球的	同（一）。 此处为： $\dfrac{\alpha}{\alpha_2}$	（三）

续表

序号	代号	自然语句	式	式的解释	推理格式	编号
6	γ_2	大球比小球重	$h(e_1)>h(e_2)$	大球的重量大于小球的	同（二）。此处为：$\frac{\gamma_2\to\delta_2,\gamma_2}{\delta_2}$	（四）
7	δ_2	大球的自由降落速度快于小球	$f(g(e_1))>f(g(e_2))$	大球的自由降落速度大于小球的		
8	β	二运动物体固结起来的合速度必不快于其中较快的	$f(x)>f(y)\to f(x+y)\not> f(x)$	若 x 的速度大于 y 的，则 x 与 y 固结起来的合速度不大于 x 的	同（一）。此处为：$\frac{\beta}{\beta_1}$	（五）
9	β_1 或 $\delta_2\to\delta_3$	二自由降落体大球与小球固结起来的合自由降落速度，必不快于其中自由降落速度较快的大球	$f(g(e_1))>f(g(e_2))\to f(g(e_1)+g(e_2))\not> f(g(e_1))$	若大球的自由降落速度大于小球的，则二自由降落体大球与小球固结起来的合自由降落速度不大于大球的		
10	δ_3	二自由降落体大球与小球固结起来的合自由降落速度不快于大球的	$f(g(e_1)+g(e_2))\not> f(g(e_1)$	二自由降落体大球与小球固结起来的合速度不大于大球的	同（二）。此处为：$\frac{\delta_2\to\delta_3,\delta_2}{\delta_3}$	（六）
11	ε_1	自由降落体合球就是二自由降落体大球与小球固结起来	$g(e_1+e_2)=g(e_1)+g(e_2)$	自由降落体大球与小球固结起来就是二自由降落体大球与小球固结起来	相等置换定理。一般为：$\frac{\boldsymbol{A}(a),\mathbf{a}=\mathbf{b}}{\boldsymbol{A}(\mathbf{a})[\mathbf{b}]}$ 此处为：$\frac{\delta_3,\varepsilon_1}{\overline{\delta}_1}$	（七）
12	$*\overline{\delta}_1$	合球的自由降落速度不快于大球	$f(g(e_1+e_1))\not> f(g(e_1))$	合球的自由降落速度不大于大球的		

通过表列的推理（一）～（七），得出了一对矛盾：δ_1、$\overline{\delta}_1$。在进行七次推理时，先后采用了三个不同的逻辑规则或定理：代入规则（使用三次），分离规则（使用三次）与相等置换定理（使用一次）。在七次推理的前、后件中，共出现 12 个不同的命题，它们依次是α、α_1、γ_1、δ_1、α_2、γ_2、δ_2、β、β_1、δ_3、ε_1、$\overline{\delta}_1$。从逻辑内容上来看，在 12 个命题中：5 个（γ_1、δ_1、γ_2、δ_2、ε_1）为

闭原子命题（不出现个体变元词或逻辑联结词）；5 个（α_1、α_2、β_1、δ_3、$\overline{\delta}_1$）为由闭原子命题构成的闭复合命题（不出现个体变元词但出现逻辑联结词“充分条件联结词”或“否定词”）；2 个（α、β）为一般的内涵充分条件命题（出现个体变元词与逻辑联结词“充分条件联结词”）。从在推理中出现的位置来看，在 12 个命题中：7 个（α_1、δ_1、α_2、δ_2、β_1、δ_3、$\overline{\delta}_1$）依次为每次推理得出的后件；剩下的 5 个（α、γ_1、γ_2、β、ε_1）只在各次推理的前件中出现。

迄今，在推理（一）~（七）的后件中还始终不曾出现 $\overline{a}$，还得继续将推理的过程向纵深推进。下面，我们将尽量简要地阐明这个深入的过程。

众所周知，依据关于推理的可传递性，能推出 **A** 的前件的前件是能推出 **A** 的前件。因此，能推出δ_1的前件为α，γ_1；能推出$\overline{\delta}_1$的前件为α，γ_2，β，ε_1。于是，我们有下述推理：

$$\alpha，\gamma_1 \vdash \delta_1 \quad （八）$$

$$\alpha，\gamma_2，\beta，\varepsilon_1 \vdash \overline{\delta}_1 \quad （九）$$

这里，$\vdash$ 表示推导关系：可从左边推导出右边；左边称为前件（或假设），右边称为后件（或结果）。

依据关于推理的合取律，这（八）、（九）二者可合成下述推理：

$$\alpha，\gamma_1，\gamma_2，\beta，\varepsilon_1 \vdash \delta_1 \wedge \overline{\delta}_1 \quad （十）$$

再依据关于推理的充分条件引入律，当α为不可少的前提之一时，我们可从推理（十）建立下述推理：

$$\gamma_1，\gamma_2，\beta，\varepsilon_1 \vdash \alpha \rightarrow \delta_1 \wedge \overline{\delta}_1 \quad （十一）$$

有一个众所周知的归谬律：$A \rightarrow B \wedge \overline{B} \vdash \overline{A}$。于是就有：

$$\alpha \rightarrow \delta_1 \wedge \overline{\delta}_1 \vdash \overline{\alpha} \quad （十二）$$

依据关于推理的传递律，我们可从推理（十一）、（十二）建立下述推理：

$$\gamma_1，\gamma_2，\beta，\varepsilon_1 \vdash \overline{\alpha} \quad （十三）$$

这最后建立的推理（十三）当其前件（γ_1，γ_2，β，ε_1）确定为真时就成了关于$\overline{\alpha}$为真（即α为假）的证明。

当我们回顾在对上述证明过程作直观的陈述时，我们发现，在那里不曾出现最后的那一个前提——闭原子命题ε_1。在对那直观的陈述作严密的逻辑考核时才发现必须引入前提ε_1。曾经有人觉得伽利略的原来的直观的论证不符合同一律的要求。这很可能指的就是欠缺前提ε_1。

15.3 关于推理及其前提的一些分析

关于推理（十）~（十三），做下述说明。

1）推理（十）说的是：以“α、γ_1、γ_2、β、ε_1”5 命题为前件（或假设）可推出后件（或结果）矛盾的合取命题“$\delta_1 \wedge \overline{\delta}_1$”。这作为推理的假设与结果的仅仅是考虑中的命题，对其真假无需作出断定或假定。这一点非常之重要。推理只是以考虑中的真假未定的假设去逻辑地得出也是考虑中的真假未定的结果。这里，对于一次推理来说，作为假设与结果的仅仅是考虑中的命题，其真假无需假定，更不必确定。不过，必须指出，一个推理既然逻辑地建立起来了，那就仅仅依据其假设与结果的逻辑内容（因而一般说来不足以确定其本身的真假）就确定了：不会是假设真而结果假。这一点是完全确定了的。一个推理的真谛是：仅仅依据前、后件的逻辑内容，在既无需要假定更不必确定其前、后件本身的真假的情况下就确定了不会是前真而后假。这里，彻底地不管的是前、后件本身的真假，执着地管的是不会是前真而后假。当然，依据著名的逻辑定理不矛盾律——$\neg(\boldsymbol{A} \wedge \neg\boldsymbol{A})$，我们可确定推理（十）的结果，矛盾的合取命题“$\delta_1 \wedge \overline{\delta}_1$”必假。不过，必须强调，这不是推理（十）确定的。可见，推理不管其前、后件的真假，而逻辑定理有时却管推理的前、后件（当是逻辑定理或其否定时）的真假。逻辑地依据由不矛盾律确定的推理（十）的前提中至少有一为假。因此，“假定α_1、γ_1、γ_2、β、ε_1为真可推出一对矛盾δ_1、$\overline{\delta}1$”这种习以为常的说法是不科学的：推理（十）的建立无需假定其前件为真；而能推出一对矛盾的推理（十）的前件又不可假定为其为真。

2）推理（十一）说的是：以“γ_1，γ_2，β，ε_1”4 个命题为假设可推出结果“$\alpha \rightarrow \delta_1 \wedge \overline{\delta}_1$”。提请注意：在假设中并没有α，而α只在作为结果的充分条件命题的前件中出现。推理（十三）说的是以“γ_1，γ_2，β，ε_1”4 个命题为假设可推出结果“$\overline{\alpha}$”。还是提请注意，假设中也一样地没有α。因此，下述习以为常的说法也是不科学的：“从假定α为真出发可推出α为假”。在这里，α不仅无需假定为真，甚至根本不在推出结果$\overline{\alpha}$的假设中出现。尽管，推理（十）告诉我们，从包括α在内的假设“出发”（即使此时也无需假定甚至不可假定α为真）可推出结果$\delta_1 \wedge \overline{\delta}_1$；然而，经由推理（十一）、（十二）建立的推出结果$\overline{\alpha}$（即使此时$\overline{\alpha}$的真假依旧未定）的推理（十三）的假设中却根本不包括α。推理（十三）揭举的是，仅仅依据γ_1，γ_2，β，ε_1跟$\overline{\alpha}$的逻辑内容（因此不必管

也无法管它们本身的真假）就逻辑地确定了不会是γ_1，γ_2，β，ε_1真而$\bar{\alpha}$假。

3）在推出陈述一般规律的内涵命题$\bar{\alpha}$的前件中，除了也是陈述一般规律的内涵充分条件假言命题β外，尚有陈述个别事实的单称命题γ_1、γ_2、ε_1。这是事实。面对这个事实，我们不得不否认下述广为流传的偏见："演绎推理的结论的一般程度不高于每一个前提"。关于演绎推理的每一个前提比起结论来的"一般性"程度的高低并无什么值得称道的特征：从一般到一般，从一般到个别，从个别到个别，从个别到一般，这一切都可能发生。

4）欲使推理（十三）成为证明，并由之确定$\bar{\alpha}$为真（即α为假），需先确定其前件γ_1、γ_2、β、ε_1皆为真。γ_1、γ_2为陈述个别事实的单称命题，非常容易直接证实。同样是陈述个别事实的ε_1为真也十分明显。剩下的问题是：陈述一般规律的内涵充分条件假言命题β是如何证实的？这个问题是本节的重点之一，容在下一节中详细讨论。这里先指出一点：β本身是无法直接证实的。

15.4　证明的一般前提的形成和证实

人们先发现了下述事实：某两条在航行中的船舶用船缆联结起来后其合速度不快于其中较快的（β_1），某两辆在行驶中的车子撞在一起后其合速度不快于其中较快的（β_2），…，（β_i），…，（β_m）。这样，人们就证实了$\beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \cdots \wedge \beta_i \wedge \cdots \wedge \beta_m$为真。为了从理论上解释上述事实，人们逻辑地构作一个不跟已证实的真理不相容的命题"二运动物体固结起来的合速度必不快于其中较快的"（β），使之满足：$\beta \vdash \beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \cdots \wedge \beta_i \wedge \cdots \wedge \beta_m$。

我们称上述思考过程为"逆向演绎"，以区别于人们已习惯于称为"演绎"的"正向演绎"，如果说，"正向演绎"是利用推导格式从前件去得出后件的思考过程，那末，"逆向演绎"则是利用完全相同的推导格式从后件去构作前件的思考过程。这二者的共同点是：利用完全相同的演绎推导格式，因之都称为"演绎"；这二者的不同处是：思考的动向相反，故而一个称为"正向"，而另一个则称为"逆向"。

演绎的最根本的特征是，仅据前后件的逻辑内容即可确定：前件为真是后件为真的充分条件，或者说，后件为真是前件为真的必要条件。正向演绎是从前件去得出后件的演绎，因此满足"前件真时后件必真"；而逆向演绎却是从后件去构作前件的演绎，故而满足"后件真时前件未必真"。这"前件为真是后件为真的充分条件，因此前件真时后件必真"，跟"后件为真是前件为真的

必要条件，故而后件真时前件未必真”，原本是关于演绎推导前后件的真值之间的条件关系的两种互相等价的说法。以往的传统形式逻辑只着眼于正向演绎，只承认从前件去得出后件的思考过程是演绎，而把事实上也是依据某种演绎推导格式只不过思考方向相反的某些逆向演绎称为归纳。如今，我们恢复普通的逻辑思考实际的本来面目，在看到正向演绎的同时，也看到逆向演绎，承认从后件去构作前件的演绎也是演绎。既然乘坐的是同一部电梯，为什么从上到下就叫“乘电梯”，而从下到上就该叫别的什么呢？

好，还是回到我们最感兴趣的β的证实上来。这样，对于上述逆向演绎来说，尽管后件$\beta_1 \wedge \beta_2 \wedge \cdots \wedge \beta_i \wedge \cdots \wedge \beta_m$确实已证实为真，然而由之构作的前件β却未必为真。如此这般通过逆向演绎构作的未必真实的前件就称为“假设”。所谓假设，指的就是以它为前件即可演绎出已证实为真的后件；而已证实为真的后件就称为结果。正由于在逻辑思考实际中事实上有从已证实的结果去构作假设的思考过程，这就迫使传统形式逻辑在实际上将演绎的前件和后件有时也称为假设和结果。还是回到探讨β的证实上来。当人们通过逆向演绎构作出来的未必真实的内涵充分条件命题β无法直接证实时，于是，人们又从假设β出发，进行正向演绎：

$$\beta \vdash \beta'_1 \wedge \beta'_2 \wedge \cdots \wedge \beta'_i \wedge \cdots \wedge \beta'_m$$

其中，诸β'_i为可直接证实的命题。当其中的某些β'_i为前所未知时，则称之为预言。这样，当由之得出的任意可证实的结果事实上均获证实，尤其当其中包含一些异乎寻常的预言时，β就被认为获得了证实。这种证实称为假设型的间接证实，以区别于证明中的结论型的间接证实。这就是说，从逆向演绎构作出的无法直接证实的β是通过证实其新的正向演绎的可证实的结果予以间接地证实的。正由于此，获得假设型的间接证实的β的可靠性不高于作为依据的诸β'_i，具有或然性。

跟“固结物体合速度定律”β相类似，“亚氏自由落体运动法则”α原本也是假设，而且，也被当作是已获间接证实的。可是，年青的伽利略通过缜密的逻辑思考发现了α跟β不相容。这时，α跟β就得至少推翻其中的一个。伽利略作出了下述推理（十三）：

$$\gamma_1,\ \gamma_2,\ \beta,\ \varepsilon_1 \vdash \bar{\alpha}$$

当然，与此相仿佛，他也可以作出下述推理（十四）：

$$\gamma_1,\ \gamma_2,\ \alpha,\ \varepsilon_1 \vdash \neg\beta$$

然而，事实是，他依据推理（十三）和已证实为真的γ_1，γ_2，β，ε_1去证

明 $\bar{\alpha}$；他并不认为依据推理（十四）可做出对 $\neg\beta$ 的证明。作这种选择时，显然鉴于他确信“固合定律” β已获证实，然而却怀疑“亚氏法则” α的真实性。有一项事实非常有意思：只有当伽利略依据推理（十三）证明了 $\bar{\alpha}$ 之后，他才去作直接证实假设α的逻辑结果 δ_2（“大球自由降落速度快于小球”）为假的斜塔试验。这就是说，要间接证实α为假，这只要直接证实 δ_2 为假就足够了，从理论上说，可以完全独立于β进行。然而，事情却是，只有伽利略在依据β等证明 $\bar{\alpha}$ 后才去作上述证实。这件事很值得深思。只有当α跟确信不疑的β不两立时，伽利略才去作出从α到 δ_2 的正向演绎，并去作证实 δ_2 为假的实验。通过直接证实 δ_2 为假的试验间接地证实了α为假，同时也间接地又一次地再证实β为真。作为假设的β的不断再证实不仅通过直接证实其可直接证实的推断的途径，而且，也通过否证与之不两立的其他假设α的途径。

我们把以β为一般前提推出早先原有的一般假设α的否定 $\bar{\alpha}$，称为β对α的否证，并称β与α不两立。倘若说，把作为新产生的内涵充分条件假言命题的一般假设β比作竞技场上初出茅芦的选手，那么，直接证实其逻辑推断不过是在小型的运动会上获得了好成绩，而否证了与之不两立的早先原已被当作已获“证实”的其他一般假设α则相当于在国际奥林匹克竞赛中击败了上届世界冠军。当然，这足以使人敬仰，不过，却不足以保证今后不败于其他更强的选手。

伽利略的划时代的斜塔试验结束了作为假设的α的寿命，确证了α的谬误，同时，也使本已从假设上升为定律的β增添作为真理的光辉。作为证明 $\bar{\alpha}$ 的前提的β本已在以往的对β的推断的不断证实中获得一再的间接证实，不仅如此，通过直接证实 $\bar{\delta}_2$ 实现的对与β不两立的α的否定 $\bar{\alpha}$ 的间接证实本身对β也又作了一次实践的更有力的再证实。我们把通过否证与其不可两立的α进行的对β的间接证实称为否证型的间接证实。显然，对β的否证型的间接证实也具有或然性。

迄今，人类所掌握的对一般假设进行再证实的最强有力的方法是内涵的科学分析：对在假设中出现的概念进行内涵的科学分析。这是间接证实一般假设除上面所说的两条途径外的第三条途径。通过对在β中出现的概念的内涵进行科学分析，β对于已为整个人类发展史中的渊深博大的实践所证实了的科学体系来说，是完全合理的。倘若二运动物体固结起来后的合速度竟然可以快于其中较快的，那就会发生不可思议的违反科学的现象：司机为了要使火车加速，不必去开大汽门，只要不断从地面上拣起原本静止的石块就行了；而当两辆汽车相撞时，这两辆合在一起的汽车就会以比原来更快的速度飞速前进。鉴于内

涵的科学分析以人类所掌握的科学体系作为依据，以整个人类发展史中的渊深博大的实践为标准，因此，这途径三是最强有力的间接证实β为真的方式。也正由于此，一般原理β就称为内涵充分条件命题。通过内涵的科学分析间接证实内涵充分条件假言命题β，实际上是以已证实为可靠的科学体系为前提对β作出演绎证明，β是这种证明的结论。这种施加于β的间接证实实质上是结论型的间接证实，获得这种间接证实的作为证明的结论的β的可靠性不会低于作为前提的科学体系。

演绎逻辑管β的得出，而对β的证实虽然也要藉助于演绎逻辑，但是原则上不是演绎逻辑的事情。从单称的诸β_i得出内涵充分条件假言命题β全靠演绎逻辑，可是，证实一般原理β虽然还是要通过演绎逻辑，然而却主要是靠实践。

铜钱跟羽毛在空气中的自由降落速度的显著区别是人所共知的。通过长期的实践，人们证实了：在空气中，铜钱的自由降落速度快于羽毛（θ_1），苹果的自由降落速度快于棉花（θ_2），…。亚氏法则α就是以这一系列已证实的单称命题θ_1、θ_2、…、θ_m为结果经逆向演绎构作出来的假设。这假设α事实上是谬误的。人们在漫长的二千余年中将此谬误的假设奉为神圣不可侵犯的经典。直到伽利略逻辑地发现α跟β不相容在先，继之又进而直接证实α的推断δ_2为假在后，总算了结了这场旷日持久的历史误会，还α以真面目。然而，经逆向演绎构作的假设α虽假，可是，据以作出此假设的θ_1、θ_2、…、θ_m却都是真的。于是，为了重新在理论上解释那些由之得出错误假设的真实的诸θ_i，人们又通过逆向演绎去构作不同于α的新假设：空气阻力的影响使然（θ）。从而，依据此新假设θ通过正向演绎得出：在真空中铜钱跟羽毛的降落速度相等（θ'_1）。这θ'_1是个“异乎寻常”的预言。现代的中学生大都做过的密封在真空玻璃管中的铜钱和羽毛的自由落体试验就直接证实了这个正向演绎的“违反常识”的结果θ'_1。“异乎寻常”的预言θ'_1被直接证实了，于是，新假设θ也就被间接地证实了。再加上，新假设θ说明了旧假设α之所以谬误的缘由，和对之进行内涵的科学分析后得出的对于科学体系的合理性，新假设θ就上升为真理，同时，那从新假设θ出发得出预言θ'_1的推理也就上升为证明。证明的前提的真实性有时在早先就证实了；有时却要待“这一次”得出的结果被证实后才获间接证实。当然，当是后者时，那在前提被间接地证实后才承认其成立的证明在前提证实前原本是究竟是否证明尚有待确定的推理。

对证明中的一般前提的间接证实按不同的途径可分为：通过直接证实其可直接证实的单称推断的途径进行的假设型的间接证实，通过否证与其不两立的

早先原有的其他一般假设的途径进行的否证型的间接证实，以及，通过对在其中出现的概念作出内涵的科学分析的途径进行的内涵型的间接证实。对一般前提的假设型、否证型的间接证实具有一定程度的或然性，而对之进行内涵型的间接证实则由于实际上是以科学体系为前提的演绎证明，故而，实际上应属于结论型的间接证实，因此，其可靠性不会低于作为实际前提的科学体系。可见，在对一般前提作出间接证实的三种方式中，内涵型的最为可靠，否证型次之，假设型又次之。

15.5　简 要 结 语

逻辑证明是实践证实了的从已有真理获得新真理的逻辑真理。世代人们亿万次重复的社会实践证实了：在证明作出后，证实前提与推理式的实践就是间接证实结论的实践；前提有原型时结论也必定有原型，不管这结论的原型是否已直接发现。因此，逻辑证明是间接证实，是证实的一种方式。间接证实与直接证实都是实践证实。获得间接证实的结论的可靠性不会低于前提，不管前提的证实是直接的还是间接的。这是无条件地普遍成立的。一些命题受时间、空间等的限制无法直接证实，只能间接证实。像数学等的演绎科学除了公理外只承认获得了间接证实的定理。在可行的情况下，对间接证实要另做证实，这正像对直接证实也要另作再证实一样。鉴于证实的相对性，对已证实（不论是直接的还是间接的）的命题在可行的情况下另作再证实不仅是有益的，而且是必要的。对间接证实另求再证实本质上是考核前提的可靠性。由于间接证实基于渊博的实践，因此，往往比基于浅狭的实践的直接证实更为可靠。证明的结论不仅是可靠性不会低于前提的真理，而且在证实前提时并未证实，因此，对前提来说还是新真理。从已有真理去得出新真理，这是逻辑科学的渊源与归宿。预言就是超尘脱俗、出类拔萃的其原型暂未直接发现的结论。预言是意识的瑰琦。逻辑科学可以为能栽培出像预言这样的意识的绚丽花朵而自豪。预言之光煦照下的实践是卓越的实践。已给出的包括直接证实和结论型间接证实的证实的定义有赖于对实践的规定。我们希望，已给出的并未彻底完成的上述证实的定义有助于清晰地规定实践，并因此，最终使上述证实也清晰起来。除结论型外，间接证实还有前提型。作为证明的一般性前提的得出全靠演绎，对之作出间接证实尽管也需通过演绎，然而，主要是靠实践。证实应包括：直接证实、结论型和前提型间接证实。

第 16 章　当代形式逻辑基础理论在军事管理中的应用研究实例

在文学作品中我们经常看到这样的描述：决策者遇到一个棘手的问题，突然灵光一闪作出了正确无误的决定。这个决定可能是关乎一场纠纷的调停、一场战役的胜败，甚至是一个国家民族的存亡。然而真的是“灵感”在起作用吗？从唯物辩证法的角度来看，任何“果”都源于一定的“因”。这些起决定作用的决策也必然源于一定的原因，或者一定的条件。任何正确的决策必定有其产生过程。就拿军事决策来说，一个正确的决策必定包括发现问题、确定目标、掌握军事情报、制定多种军事方案、选出最佳军事方案、落实与反馈检查这六个步骤。探寻这些因素就是探寻其逻辑推导的过程。那些“灵光一闪”的决策者都有意或者无意地搭成了逻辑推导的快速链接。

1974 年联合国科教文组织提出七大基础学科：数学、逻辑学、天文学和天体物理、地球科学和空间科学、物理学、化学、生命科学。逻辑学作为联合国认定的七大基础学科之一，不仅是现代科学的基础，它本身也具有极其重要的应用价值。作为逻辑学当代发展的当代形式逻辑，它不但继承了传统形式逻辑的优良传统，同时弥补了传统形式逻辑的不足、纠正了传统形式逻辑理论的错误。当代形式逻辑理论是对传统形式逻辑理论的扬弃。其应用十分广泛，在哲学、数学、语言学、管理学、法学、计算机科学、人工智能等等领域都有重要应用。

军事管理——作为当代形式逻辑应用研究的处女地，可以并且应当在当代形式逻辑理论基础上形成一个应用逻辑的分支。军事管理工作是什么？它是军队里一切事务的管理——包括信息管理、战争管理、人员管理、财务管理、军械管理、日常生活管理等等各个方面（军事管理这一概念，在汉语表述中也可指地方各单位为了加强管理所采取借鉴的一种严格标准的管理方式，本文中则专指军队事务的管理），可以说它涵盖了与军队相关的一切方面。但是它并不是深奥莫测的，如同诊疗、作曲、帐务管理、设计工作甚至乒乓球运动等实践活动一样，军事管理也是一门实践的艺术。军事管理工作需要“技巧”，即依据实际情况而行事。运用条理有序的逻辑学、军事学、管理学知识，军事指挥

人员会把工作完成得更好。因此，军事实践是一门艺术，而指导这种实践活动的系统的理论知识，应当独立成为一门科学。技巧与科学是相辅相承的，而军事管理与当代形式逻辑的结合就是关于军事的逻辑“技巧”的科学。

人称“思想狂徒”、“哲学乌鸦”的哲学家黎鸣曾这样说道：“什么叫无学？无学的民族？其实就是没有逻辑的民族,没有逻辑思维的民族。也就是一个没有理论的民族。因为只有通过理论,通过理论的抽象思维，通过逻辑，我们才能够通过可见、可听、可摸的方式，来控制那些不可听、不可见、不可摸的东西，我们才能够使我们的各种各样的生活方式变得更加便捷起来。”可见，逻辑学不仅与我们的日常生活工作息息相关，而且关乎治国安邦，是一门真正经世致用的学问。学好、研究好逻辑学可以使我们在工作中能依据客观世界逻辑规律办事，使我们的思维更加符合客观世界的逻辑规律。严格地遵循客观世界的逻辑规律办事，工作、学习中可以避免更多不必要的失误。实践是检验真理的唯一标准，任何理论真正的价值也惟有在实践中体现。本章就是要以实例说明当代形式逻辑在实际工作中（尤其是军事管理工作）的一些应用。笔者将从当代形式逻辑的四个基础理论部分入手，用逻辑的眼光来分析那些“灵光一闪”的决策，探寻那些“果”中蕴含的“因”。

16.1　概念理论知识在军事管理中的应用实例

概念是关于客观世界的对象的思考。就整个逻辑学体系来说，概念虽然不像逻辑推理那样变幻莫测、引人入胜。但在实际工作学习中，其应用也是极为重要的。作为一名管理者、决策者、指挥者，如果不能明确地、清晰地表达概念，使用概念，往往会造成不必要的损失。特别是作为军队干部更应注意。因为我们如果犯错误，后果必将更为严重，不但可能造成不必要的伤亡，在特殊时刻还可能危及国家安全。下面就用实例说明正确应用概念理论知识的重要性。

《文汇报》上曾经刊登过一篇名为《一字误译，影响历史》的文章。1945 年 7 月 26 日波茨坦宣言发布，向日本下了无条件投降的最后通牒。日本铃木内阁经过慎重研究后，发布公报说“政府将采取默杀波茨坦宣言的方针”。实际意思是说“政府不即刻答复，将继续研究表态口径”。然而当时的日本同盟通讯社在报道这件事的英文广播稿中，把“默杀”误译为“不理睬”。盟军方面据此判断日本执迷不悟，不肯投降，因而加紧了战争行动。不久美国就向日

本的广岛和长崎投了原子弹，苏联也出兵对日宣战。

其实，在日英辞典中，“默杀”有两种英文意思，除了“不理睬”外，还有“不动声色地采取明智的不付诸行动的措施”的意思。如果日本方面没有误译的话，后来的情况可能又是另一个样子。正是这个误译加速了日本军国主义的倒台。这个例子说明了正确使用多义词，准确地、清晰地表达概念的重要性。

2004 年纪念邓小平同志诞辰一百周年的时候，有媒体刊登出“邓小平百年祭”的字样。其实早在 1993 年纪念毛泽东同志诞辰一百周年的时候就有文章指出，“纪念诞辰百年”不是“百年祭”。

造成这一错误的原因是没有分清“诞辰百年”和“百年祭”中的“年”所表达的是两个不同的概念。前者有百岁之意，是指某人由诞生之日起至今已一百年，后者则是说某人逝世已一百年。同一语词在不同的语境中可以表达不同的概念，所以我们在运用语词表达概念时就要搞清楚语词所表达的概念的不同的内涵和外延。这样的现象在现在的报纸杂志中比比皆是，这一方面是对读者的不负责任，同时也是对死者的大不敬。

上述实例分别说明正确使用语词准确地表达概念以及弄清楚语词所表达的概念的内涵外延的重要性。下面我们继续举例，说明学习概念间的关系在实际工作中的应用。

某武装部干部在征兵工作中接受他人宴请，被领导批评，并责成在大会上进行检讨。下面是他的“检讨”：

“同志们，我们都知道，工作中的错误都是难免的。我的错误是在征兵工作中犯的错误，我是为了搞好工作搞好关系才犯这些错误的。因此，请大家原谅。”

粗看起来，这位干部是在做检讨，但仔细推敲一下，我们会发现这样的“检讨”是在为自己的错误开脱。他的潜台词是说“工作中的错误都是难免的；我的错误是工作中的错误；所以我的错误是难免的”。他所表达的概念“工作中的错误”与概念“难免的错误”之间事实上是交叉关系。这位干部为了开脱责任，故意将此二者的关系混淆为种属关系或全同关系——其间用“是”来表达。“是”所表达的概念间的关系是下述两种：第一，全同关系，第二，种属关系（事实上，种属关系包括两种情况：一是子集与它的母集的关系，二是元素与由它和其他元素所构成的集合的关系）。学习了当代形式逻辑理论，就可以清楚地看出这位“自我检讨”干部的错误。因为按照当代形式逻辑理论，交叉关系的概念不能当作全同关系或种属关系的概念使用。

按照当代形式逻辑理论，相容关系的概念不能并列使用。比如：“军事博

物馆中陈列的这挺机关枪的产地，或者是德国制造，或者是美国制造，或者是欧洲国家制造”。其中所犯的错误就是把具有相容关系的概念“德国自造”和“欧洲国家制造”并列使用了。

我们在前面讨论过概念的限制和概括。弄不清概念的限制和概括，我们往往难于作出正确的决策。

某部队在向上级机关作预算报告时，使用了“稳妥可靠”的说法。后来上级建议改为“充分可靠”。因为稳妥和可靠，意思是重复的，用稳妥形容可靠，没有增加什么，也没有限制什么。形容词一面是修饰词，一面是限制词。说充分可靠，这就在程度上限制了它，不是普通可靠，是充分可靠。从逻辑理论上看，“充分可靠”是对“可靠”的限制，二者是属种关系；“稳妥可靠”不是对“可靠”的限制。

与概念的限制相对应的就是概念的概括。我们在谈论日本侵华战争时会说，这场非正义战争造成我国军队和平民的大量伤亡。而日本人的说法则是那场战争造成人员伤亡。在此，日本人故意将“非正义战争”概括为它的属概念“战争”，其目的昭然若揭：不过是为了混淆视听，美化其侵略行径罢了。

不难看出，恰当地应用语词准确表达概念是做到思维有逻辑性（“思维有逻辑性”这种通常的说法，在这里指“思维遵循客观世界的逻辑规律”。遵循客观世界的逻辑规律的思维才叫“有逻辑性的思维”。）的重要前提。不恰当应用语词，其所表达的概念是不准确的，会造成人们思想混乱或意见分歧。例如，某连队的主管领导在向上级汇报情况时写到：

“二月十日。我连所在的地区遭受到十二级风灾，造成连队的一些后勤设施损坏，望上级领导及时派有关的人员前来维修……”

在这段文字里，“我连所在的地区遭受到十二级风灾”的“十二级风灾”，就是没有弄清楚“风灾”这个语词所表达的概念的内涵与外延，上级看到以后会感觉这位连队的主管领导思维混乱不清。如果真如这位连队主管领导所说的存在十二级风灾的话，那么也就应有一级风灾、二级风灾、三级风灾、四级风灾等风灾，但众所周知，一至四级乃至五级、六级大风，是不会造成灾害的。因此，这里的“遭受到十二级风灾”应改为“遭受十二级大风袭击，风灾严重。”这样表达的概念就清晰准确了。

足见，恰当应用语词准确表达概念乃是做到清晰地表达思想的第一要义。在科学技术飞速发展的今天，这对我们所从事的任何一样工作都是至关重要的。要做到这一点，离不开对事物的深刻认识和对语词的恰当选择。

16.2　命题理论知识在军事管理中的的应用实例

命题就是关于事件的思考。可以存在无真假可言的思考，但这类思考必定不是命题，因为命题具有非真必假的属性。同概念理论知识的应用一样，弄懂弄清楚命题理论知识，对于军事管理工作具有同样重要的意义。

下面我们介绍几种复合命题理论的应用，首先是合取命题的应用。

合取命题是关于合取事件的思考。为合取命题所思考的两个事件都存在时，合取命题为真，否则就假。如“遵纪守法”表达了一个合取命题，当既“遵纪”又“守法”时为真，其他情况为假。又如：“思想教育工作要做到晓之以理；思想教育工作要做到动之以情；思想教育工作要做到导之以行。”这是一个排比式的语句句群表达的合取命题，告诫人们思想教育工作的细致性与复杂性。像这一类合取命题运用到实际工作中去，会收到良好效果。再比如江泽民同志提出的“三讲”：“讲学习、讲政治、讲正气”，同样表达了一个合取命题，而且表达得言简意赅。准确地用语言表达合取命题可以使我们较全面地认识事物的本质；可以正反结合，给人以深刻教育；可以准确表达事物之间的某些特定关系。从而避免出现主观性和片面性的错误。

众所周知，客观存在的一切事物都是互相联系着的，它们之间的联系方式是多种多样的，其中常见的是条件关系。反映这种条件关系的命题叫做假言命题。正确认识为假言命题所思考的前后两个事件间的条件关系，对我们各方面的工作都有重要意义。

毛泽东同志曾经指出“革命战争是群众的战争，只有动员和依靠群众，才能进行战争。”这表达了一个必要条件假言命题。毛泽东同志明确指出，动员和依靠群众是进行战争的必不可少的条件。着重强调了动员和依靠群众的重要性：不动员群众或者不依靠群众，就不能进行战争。阐明和理解这个重要性，有利于我们把握工作的重点。又如：“只有填写了入伍申请表的同志，才能被征用。”这一命题明确告诉我们，填入伍表和被征用二者之间是必要条件关系，即没有填表的同志是不可能被征用的。但不是凡填表的同志都能被征用，因为可能还会因为其他条件不符合要求而不被征用。在我们的生活中，这样的例子随处可见。我们搞清楚了事件之间的条件联系，有利于在变化多端、纷繁复杂的情况下抓住主要矛盾和矛盾的主要方面，顺利地解决问题。再如，“如果加强军队的后勤设施建设，就能改善广大官兵的生活条件。”人们认识了这一假

言命题中前件“加强军队的后勤设施建设”和后件“改善广大官兵的生活条件”之间的充分条件关系后，就会努力创造条件，加强军队的后勤设施建设，使广大官兵的生活条件得以改善。

尽举选言命题指出其可能存在的各种情况，因而常常用来分析事物的各种原因、发展可能或发展趋势，等等。正确理解和认识尽举选言命题，对我们的工作同样有着重要作用。而要能正确地认识尽举选言命题不仅要弄清楚三种尽举选言命题之间的区别，还要弄清楚选言肢是否穷尽（亦即是否尽举）。在现实生活中，注意选言肢是否穷尽正是我们识别错误、揭露诡辩的有力武器。“四人帮”横行的时候，张春桥竭力宣扬“宁要没有文化的劳动者，也不要有文化的精神贵族”等一套谬论。这一套谬论在政治上是反动的，逻辑上是选言肢列举不穷尽。该命题所思考的事件在现实中应该有四种选择事件，即：没有文化的劳动者、没有文化的精神贵族、有文化的劳动者、有文化的精神贵族。张春桥出于篡党夺权的需要，故意只举出两种事件要人们选择，而把正确的事件“有文化的劳动者”隐藏起来，用以散布他的政治反动论调。只要正确地认识了尽举选言命题，就不难揭露张春桥的伎俩，识破张春桥的险恶用心。

作为一个真实的尽举选言命题，必须充分认识到客观世界的各种可选择事件。既要看到事物的正面，又要看到事物的反面。这能为人们全面细致地考查问题提供条件，为人们解决问题提供方法。

作为传统直言命题的主宾词周延性问题，本著作着墨不多，但并不是说它不重要。在现实生活中如果不弄清楚主宾词的周延性问题，往往会闹出笑话，甚至犯错误。

清朝末年，某地有一和尚犯法被发配宁古塔，县官要一衙役押送。这个衙役脑筋不太好使，县官专门叮嘱他不要丢东西。衙役一路上严格遵守县官的吩咐，随时察看和尚以及和尚脖子上的枷，再摸摸背上背的雨伞。嘴里反复念叨“和尚、雨伞、枷”，“和尚、雨伞、枷”。和尚看到有机可乘，就在晚上住店的时候将衙役灌醉，然后把枷套到衙役脖子上，并把衙役的头发剃光，很快跑掉。第二天衙役醒来发现自己头晚喝醉了，害怕丢了东西，赶紧察看。一看雨伞还在墙角，再看枷在自己脖子上。可是和尚在哪里呢？衙役搔头思量时，忽然惊喜：“和尚在此！还好，还好！和尚、雨伞、枷，都在。”

虽然这只是个笑话，但其中包含了逻辑知识。这个蠢衙役不懂得传统直言命题的周延性问题。错误地把特称命题“有些剃光头的是和尚”理解成全称命题“凡剃光头的都是和尚”，他不知道“有些剃光头的是和尚”这一命题中主

词“剃光头的”是不周延的，而误认为是周延的。因而放走了罪犯。这个衙役如果懂逻辑就不会犯这种严重失职的错误了。

16.3　逻辑定理在军事管理中的应用实例

从古至今的军事理论中，都有关于逻辑定理的自觉的或自发的应用经典实例。不管是“知己知彼，百战不殆”（《孙子兵法·谋攻篇》），还是“运筹帷幄之中，决胜千里之外”（《史记·高祖本纪》），其实质都是要善于应用逻辑定理知识。因为只有善于在错综复杂的信息中运用逻辑定理，才有可能作出正确决策，做到真正“知己知彼”。只有这样的“运筹帷幄”才能真正“决胜千里之外”。本节就是以实际战例，阐述当代形式逻辑定理在战争指挥中的具体应用。

苏军在第二次世界大战中表现出色的反攻彼列科普的战例，堪称逻辑定理在军事上应用的典范。1944 年 4 月 6 日夜间，当苏军前线指挥部正策划反攻彼列科普时，下起了大雪，整个前沿阵地被厚厚的积雪所覆盖。第二天，正在遮蔽室中的苏军炮兵指挥官，发现刚走进来的参谋长肩章上附着冰雪的边缘部分已经开始融化。指挥官马上联想到，外面天气转暖，掩体中的积雪就会很快融化。为了保持掩体的干燥，德军将会清理其中的积雪。带雪的湿土也将被一起抛出，这就必然暴露掩体的位置，并且，由此还可推测出德军的兵力部署情况。

苏军炮兵指挥官果断地命令加强侦察力度。果然，侦察结果显示德军第一道战壕前的积雪一片洁白，只有少数几处有湿土。第二、第三道战壕前的积雪则有大量抛出的湿土。指挥官由此推断，德军的兵力主要部署在第二、第三道战壕处。这就为苏军实施有效的炮火打击提供了充分依据。

苏军炮兵指挥官的推断是由以下几步推理完成的。

首先是一个必要条件推理：

只有天气转暖，肩章上的雪才会融化；
肩章上的雪融化了；
———————————————
所以，天气转暖。

接下来是充分条件推理：

如果某处有湿土抛出，那么某处有掩体；
第一道、第二道和第三道战壕均有湿土抛出；
———————————————
所以，第一道、第二道和第三道战壕处均有掩体。

又有：

如果某处抛出的湿土集中，那么该处部署的兵力就集中；
抛出湿土集中在第二、第三道战壕；
——————————————————————
所以，德军兵力主要部署在第二、第三道战壕处。

苏军炮兵指挥官正是依靠以上三个推理准确地得出德军兵力主要部署在第二、第三道战壕处，从而有效地对敌实施了炮火打击，取得了战场上的主动。

可能有人会说，这些推理都挺简单，没什么特别深奥的地方。的确，逻辑推理其实并不如我们想像的那样艰深。但是当我们把这些简单的逻辑推理运用得当，往往会取得意想不到的结果。上例中的苏军指挥官正是恰当地运用了这些简单的逻辑推理，才得以在战斗中把握先机，克敌制胜。

下面我们再举一例说明逻辑推理在战争管理、战争指挥中的重要应用。

仍然是第二次世界大战期间，1943 年 2 月，美军获悉一则重要信息——有一支大型日军船队要驶往新几内亚，航行路线可能是由南太平洋的新不列颠岛，越过卑斯麦海。盟军决定对这支日军舰队进行拦截轰炸。

时任西南太平洋盟军空军司令的肯尼将军接到执行这一任务的命令，对这一海域的情况进行分析后得知，从新不列颠岛到新几内亚有两条航线。这两条航线一南一北，航程都是三天。同时据气象信息显示，未来的三天里北航线将是阴雨天气，而南航线则晴空万里。在这样的天气状况下，日军舰队究竟会走南航线还是会走北航线？盟军应该重点搜索北航线还是重点搜索南航线？问题摆在肯尼将军的面前。最终，肯尼将军认定日军会选择北航线，并命令部队集中搜索这一航线。事实证明他的决定是正确的，盟军顺利地完成了任务，打了一场漂亮仗。

肯尼将军能够正确判定日军的动向，并非他胡乱猜测的结果，更不是神灵的启示。他的决定是在一系列逻辑推理后得出的科学论断。下面我们就来分析一下当时肯尼将军所进行的推理过程。

当时日军有南、北两条航线可选，盟军也有集中兵力搜索南、北两个方向的选择，因而，穷尽所有可能的情况共有四种。

1）盟军集中兵力搜索南方航线，日军也走南航线。

如果是这种情况，由于盟军飞机多，气候条件又好，发现目标就极容易。因此，有可能争取两天半到三天的轰炸时间。

2）盟军集中兵力搜索南方航线，日军走北航线。

如果是这种情况，由于北航线只有很少的飞机搜索，并且气候条件极差，

发现目标极其困难。预计至少要花两天才能发现目标。因而就只能有一天轰炸时间。

3）盟军集中兵力搜索北方航线，日军走南航线。

如果是这种情况，南航线只有很少的飞机搜索，但气候条件很好，发现目标较为容易。估计一天能够发现目标，因而，能有两天轰炸时间，时间较为充裕。

4）盟军集中兵力搜索北方航线，日军也走北航线。

如果是这种情况，虽然气候条件极差，但盟军飞机多，兵力集中，还是有可能在一天之内发现目标。因而，能争取到两天的轰炸时间。

在此，肯尼将军要面对一个有四个支的尽举不相容选择事件：1）↑2）↑3）↑4）。即：

要么盟军集中兵力搜索南方航线，日军也走南航线；要么盟军集中兵力搜索南方航线，日军走北航线；要么盟军集中兵力搜索北方航线，日军走南航线；要么盟军集中兵力搜索北方航线，日军也走北航线。

对于这有四个支的不相容选择事件，盟军又作了进一步的分析，得出下列四个充分必要条件推理；

（1）当且仅当天气好或搜索力量集中，盟军就能更快地发现目标；
盟军集中力量搜索（无论天气好坏）；
———————————————
所以，盟军能更快地发现目标。

（2）当且仅当天气好或搜索力量集中，盟军就能更快地发现目标；
天气好（无论能否集中力量搜索）；
———————————————
所以，盟军能更快地发现目标。

（3）当且仅当天气好或搜索力量集中，盟军就能更快地发现目标；
天气不好且搜索力量不集中；
———————————————
所以，盟军不能更快地发现目标。

（4）当且仅当天气好或搜索力量集中，盟军就能更快地发现目标；
天气好且搜索力量集中；
———————————————
所以，盟军能更快地发现目标。

在这四种推论情况中，第⑷种情况无疑对盟军最有利。但战争不是一厢情愿的事情。所以肯尼将军还从日军的角度进行分析，又得出下述充分条件推理：

若某国参战则某国必定趋利避害；
日军参战；
———————————————
所以，日军必定趋利避害。

若某国要趋利避害，则某国就会选择北航线；
日军要趋利避害；
———————————————
所以，日军会选择北航线。

基于上述一系列推理，肯尼将军最终得出了日军将选择北航线的结论。据此，肯尼将军下令提前作好准备，最后，战败日军，盟军又打了一场大胜仗。

以上是推理的应用。下面我们讨论非推导逻辑定理的实际应用。

仍然是抗战时期，我八路军某连攻下敌人一据点，并抓获甲、乙、丙三名日伪军。日伪军在交代罪行的过程中，各说了一句话：

甲说：我不是队长；

乙说：甲是队长；

丙说：我不是队长。

根据进一步的调查，八路军发现，在三人中只有一个人没有说谎。究竟谁是日军队长？

八路军某连连长作了如下推导：

第一步，找出互相矛盾的事件：甲说的话所指谓的事件“甲不是队长”和乙说的话所指谓的事件“甲是队长”是互相矛盾的一对事件。

第二步，根据排中定理，没有说谎的（即，说的话符合客观实际的）必然是甲或者乙之一。

第三步，根据题设条件“在三人中只有一个人没有说谎”，而没有说谎的人必然是甲或者乙之一。因此，丙说的话必定是谎话，不符合客观实际；而丙说的话的否定“我是队长”所指谓的事件必定存在，亦即，丙说的话的否定“我是队长”所表达的命题必定为真。故而，队长就是丙。

如果，对上例略做修改：（1）丙说的话改为：我是队长。（2）“三人中只有一个人没有说谎”改为“三人中只有一人说谎”。那么，请问，队长又是谁呢？留给读者思考。

16.4　逻辑证明在军事管理中的应用实例

正如逻辑证明与证实一章所述，逻辑证明在各项工作中的应用是广泛的。

通过证明，可以在已有知识基础上获得新知识；证明有助于得出军事科学真理、科学预见；证明还是传播真理，反驳谬误和戳穿诡辩的重要工具。

美国第十六任总统阿伯拉罕·林肯是美国历史上最伟大的总统之一。他任总统前曾是一位著名的律师。下面就介绍林肯的一次著名辩护。

林肯亡友的儿子小阿姆斯特朗被人诬告谋财害命，初审判定为有罪。出于对老阿姆斯特朗的友情，林肯决定以小阿姆斯特朗律师的身份提请复审。他首先查阅了法庭的全部案卷，随后又到案发地进行实地勘察。林肯在做律师以前曾做过测量员，测量的经验在这次派上了用场。很快地，他在现场掌握了重要事实，并要求开庭复审。

下面是被告的律师林肯与原告证人艾仑的当庭对质。

林肯："你发誓认清了小阿姆斯特朗？"

艾仑："是的。"

林肯："你在草堆后，小阿姆斯特朗在大树下，两处相距二三十米，能认清吗？"

艾仑："看得很清楚，因为月亮很明亮。"

林肯："你肯定不是从衣着方面认清的吗？"

艾仑："不是的，我肯定认清了他的脸蛋，因为月亮正照在他的脸上。"

林肯："你能肯定时间是在十一点吗？"

艾仑："充分肯定，因为我回屋看了时钟，那时正是十一点一刻。"

至此，林肯向众人宣布："我不能不告诉大家，这个证人是个彻头彻尾的骗子。"接着林肯出示了美国的历书，证明：10 月 18 日午夜前 3 分钟，即当晚 10 点 57 分，月亮已经下落，看不见月亮了，已经没有月光了。这个铁的事实已明白无疑地说明艾仑是在说谎。林肯依此做了激动人心的辩护："证人发誓说他于 10 月 18 日晚 11 点钟在月光下看清了被告阿姆斯特朗的脸，但历书已证明那天晚上是上弦月，11 点钟月亮已经下山，哪来的月光？退一步说，就算证人记不清时间，假定稍有提前，月亮还在西边，而草堆在东、大树在西，月光从西边照过来，被告如果脸朝大树，即向西，月光可以照到脸上，可是由于证人的位置在树的东面的草堆后，那他就根本看不到被告的脸；如果被告脸朝草堆，即向东，那么即使有月光，也只能照着他的后脑勺，证人怎么能看到月光照在被告脸上？而且，怎么能从二三十米远的草堆处看清被告的脸呢？"

艾仑在这无懈可击的辩驳面前，灰溜溜地败下阵来，在众人的谴责声中，承认是被人收买来陷害被告的。小阿姆斯特朗获准当庭释放。

林肯的辩护分两步，首先应用了必要条件推理的否定前件式：

只有在月光下，证人才能看见被告的脸；

月亮已经下山（即，没有月光）；

所以，证人不可能看清被告的脸。

接着他又应用了一个二难推理构成式：

如果被告脸朝大树，即向西，月光可以照到脸上，那么证人看不见被告的脸；

如果被告脸朝草堆，即向东，那么即使有月光，证人也看不清被告的脸；

或者被告脸朝大树，或者被告脸朝草堆；

所以，或者证人看不见被告的脸，或者证人看不清被告的脸。

在论证中，论据是支持论题的理由，论据不真实或不充分，论题就不能得到证明。因此，在反驳中，驳斥对方的论据就成为一种重要的反驳方式。林肯这场经典的辩护，就是充分应用了这一反驳方式。作伪证者面对林肯的辩驳就只能败下阵来。

逻辑证明是驳斥谬误的强有力武器。抗日战争全面爆发后，在国民党内出现了“速胜论”和“亡国论”等论调。在共产党内，也有一些人寄希望于国民党正规军的抗战，轻视游击战争。但是，抗战 10 个月的实践证明“亡国论”、“速胜论”是完全错误的。抗日战争的发展前途究竟如何？一时成了人们关注的问题。1938 年 5 月，毛泽东同志写的《论持久战》初步总结了全国抗战的经验，批驳了当时盛行的种种错误观点，系统阐明了党的抗日持久战方针。在这篇著作中，毛泽东同志分析了中日两国的社会形态、双方战争的性质、战争要素的强弱状况、国际社会的支持与否，通过科学的逻辑证明，驳斥了“亡国论”和“速胜论”两种谬论，指出了抗日战争是持久战，最后的胜利属于中国人民。抗战胜利后的实践充分证明了毛泽东同志的证明是完全正确的。

逻辑证明在我们的理论创建中也意义非凡。下面举一例进行说明。

胡锦涛同志在“三个代表”重要思想理论研讨会上的讲话中说：“理论创新必须以坚持马克思主义基本原理为前提，否则就会迷失方向，就会走上歧途。而坚持马克思主义又要以根据实践的发展不断推进理论创新为条件，否则马克思主义就会丧失活力，就不能很好地坚持下去。最广大人民改造世界、创造幸福生活的伟大实践是理论创新的动力和源泉，脱离了人民群众的实践，理论创新就会成为无源之水，就不能对人民群众产生感召力、对实践发挥指导作用。”

胡锦涛同志的这段话是要说明如何进行理论创新。这是对反证法的经典应

用。其证明过程可分为如下三步。

如果理论创新不坚持马克思主义基本原理为前提，那么就会迷失方向，走上歧途；

而迷失方向走上歧途是不行的；

所以，理论创新必须以坚持马克思主义基本原理为前提。

如果坚持马克思主义不以根据实践的发展不断推进理论创新为条件，那么马克思主义就会丧失活力，就不能很好地坚持下去；

马克思主义不但不能丧失活力而且要很好地坚持下去；

所以，坚持马克思主义要以根据实践的发展不断推进理论创新为条件。

如果脱离了人民群众的实践，那么理论创新就会成为无源之水，就不能对人民群众产生感召力、就不能对实践发挥指导作用；

不能对人民群众产生感召力、不能对实践发挥指导作用的无源之水的所谓理论创新是没有用的；

所以，理论创新不能脱离人民群众的实践。

通过以上三步一环扣一环的论证，我们最终得出“理论创新不能脱离人民群众的实践”这一结论。

2008 年 3 月 21 日，中共中央总书记、中央军委主席胡锦涛同志在视察军事科学院时指出：“党的十七大要求，在新的历史条件下，推进军事理论创新，繁荣和发展军事科学。”军事理论需要创新，必然要涉及军事管理的创新。“世界新军事变革不仅是一场军事技术和军事组织体制的革命，也是一场军事管理的革命。与技术创新相比较，管理创新一般相对滞后，但没有管理的创新，技术创新的效能就难以充分发挥。因此，加快中国特色军事变革，既面临着发展高新技术武器装备、调整改革体制编制、培养高素质新型军事人才、创新军事理论等重要任务，也面临着改革管理方式、创新管理机制、提高管理效益的重要任务。”（蔡仁照《拓展军事管理视野　推进军事管理创新》）究竟军事管理的创新之路在哪里呢？当代形式逻辑理论的引入，应该成为军事管理创新的一种很好的思路。

结语　逻辑科学的定义

时至今日，关于逻辑竟有一百多种不同的定义。众所周知，逻辑的定义对逻辑的研究对象作出规定。迄今，关于逻辑的研究对象尽管众说纷纭，莫衷一是，然而，归根结蒂，归结起来不外三大家：思维说（认为逻辑研究思维）、符号说（认为逻辑研究泛指自然语言、人工语言的符号）、客体说（认为逻辑自诞生以来事实上研究的是客观世界）。

至今，在国内的传统形式逻辑界，思维说几乎占有排斥一切的主导地位。在国内流行的传统形式逻辑读物中，尽管对形式逻辑的界说各有千秋，然而，有一点却是共同的：形式逻辑的主要研究对象是思维形式（或称形态、结构等等）及其规律。如果说，逻辑的思维说是源远流长、古已有之的，那么，逻辑的符号说则是在现代兴起的时髦流派，其代表人物可推美国哲学家皮尔士（*C.S.Peirce*）和卡尔纳普（*R.Carnap*）。在皮尔士看来。“逻辑是一种关于记号的理论”，“研究关于记号、特别是符号的必然的一般规律的科学”。而卡尔纳普则断言：“逻辑只是按着一定规则来运算的符号系统，无论在任何地方都不涉及这些符号的意义，而只涉及这些符号的种类，以及这些符号所遵循的形式演算”。“逻辑的研究既不涉及作为心理活动的思想，也不涉及思想的内容，我们只涉及涪句。”在逻辑的符号说的坚决而又起劲的鼓吹者卡尔纳普看来，当涉及表述思考的自然语言或人工语言的语句时，“只涉及语句”，而并“不涉及作为心理活动的思想”，可见，在人类头脑中进行的思想与其语言载体截然不同。如今，摩登的符号说风靡欧美、日本等地，对我国的时兴的自然语言逻辑学派也产生了深远的影响。尽管逻辑的符号说学派的是非功过尚有待于历史的评说，可是，有一点在现在就应强调指出：彻底地分清了在人类头脑中进行的思维和作为思维的一种常用的物质载体的符号（泛指自然语言、人工语言）的根本区别，从而坚决地认定逻辑在事实上不曾研究过思维本身，则是这个现代的逻辑流派对逻辑科学当代发展作出的重大贡献。逻辑的符号说所面临的想回避也回避不了的尖锐问题是：人类依据什么去构建“这些符号的各种种类”以及“这些符号所遵循的形式演算”?而“符号的必然的一般规律”仅仅是为人类所构建的符号本身所固有的还是另有符号之外的客观依据？

只有逻辑的客体说才能直面上述尖锐问题，并对之做出确切回答。

除了希腊、印度之外，我国是世界三大逻辑发源地之一。远在百家争鸣的春秋战国时期，我国就产生了研究关于包含客观的多元关系（比德国的弗雷格的多元谓词逻辑早两千多年）的客观世界的逻辑结构和逻辑规律的光辉灿烂的古代中国逻辑。在群星闪耀的众多先秦中国逻辑学家中，最耀眼的几颗巨星可数韩非、墨翟、荀况、公孙龙等。《韩非子·难一》里的寓于生动故事中的对不自相矛盾律等的客观世界逻辑规律的揭举可说是家喻户晓、老幼皆知的："夫不可陷之盾，与无不陷之矛，不可同世而立。"——事实上满足"不可陷"的盾和满足"无不陷"的矛这样的两件事物，在客观世界里不可能同时并存。这彪炳古今的辉煌的唯物主义的逻辑思想照亮中国以至世界的逻辑科学的发展途径。

当代形式逻辑继承、发展我国先秦逻辑学家的唯物主义逻辑思想，更高地、更坚定地举起了作为当代的逻辑客体说的指导思想——辨证唯物主义大旗，明确宣称：当代形式逻辑的语义学的研究对象是以客观事件间的客观条件关系（即刻划清楚后的充分条件关系）为核心的客观世界的逻辑结构和逻辑规律。在人类（因此包含为人类所特有的思想）诞生前和消失后，无始无终而又无边无涯地客观地存在着、变化着、发展着的宇宙有按照客观的逻辑规律从原有事件必然过渡到新事件的运演的能力，人类的逻辑思考只不过是对宇宙的这种客观的运演能力的以脑神经元搭接的方式实现的正确摹写，而用来留久传远的相应的自然语言或人工语言只不过是表述在人类头脑中进行的思想的常用物质（声音或笔道）载体。如此而已。可见，在这里，存在着互有紧密联系然而却又有根本区别的三者：客观的宇宙的客观的逻辑结构和逻辑规律（客体）、在人类头脑中进行的逻辑思考（思想，对客体的摹写）、自然语言或人工语言（表达思想的常用物质载体）。正由于此，当代形式逻辑除了作为体系主干的语义学之外，尚有作为旨在用来透彻无误而又完备无缺地进行语义研究的人工语言工具的语构学——研究刻划客观的逻辑结构和逻辑规律的人工语言的机械排列结构和变形规则；以及沟通逻辑理论和应用实际的语用学——研究以指谓同一为准则的自然语言与人工语言的互相翻译，以便全面而又确切地揭举为人们所喜闻乐见的客观的逻辑结构和规律的自然语言表述形态。因此，在坚持辨证唯物论的当代形式逻辑看来，逻辑科学的定义是：采用可按指谓同一的准则与自然语言互相翻译的（语用学）人工语言的机械排列和变形的方式（语构学）研究以客观事件间的客观的条件关系为核心的客观世界的逻辑结构和逻辑规律（语义学），从而向人类提供研究宇宙的从已有事件向新事件必然过渡的普

遍适用的从已知进入新知的工具。

这样，在一百多株关于逻辑的定义之林中，又增添了一株洋溢着逻辑的客体说的葱郁色彩的新树。究竟谁能长成参天拔地的巨株？请看无情然而又有规律地演进着的历史！“真理是时间的儿子，不是权威的儿子”（伽利略）。

逻辑思潮层出不穷，逻辑探索继往开来。沿着逻辑发展史的长河极目远眺：在逻辑的王国里正可说是：“大泽龙方蛰，中原鹿正肥”。终究鹿死谁手？尚请拭目以待。

后　记

本著作是龚启荣教授主持的教育部立项项目“当代形式逻辑及其在人工智能中的应用理论研究”（项目批准号：07JA720006）的部分成果。

经过课题组认真准备，2007 年 6 月 16 日，由贵州大学逻辑学研究生学位授权点领衔导师、贵州人民武装学院逻辑学教授龚启荣主持，在贵阳市花溪河畔召开了本著作撰稿会议。贵州大学朱霖副教授和贵州人民武装学院吴春红老师（逻辑学硕士）以及贵州大学逻辑学专业 05 级硕士研究生叶森等课题组成员出席了撰稿会议。龚启荣教授在会上讲了下述几个问题。

1）撰写本书的哲学指导思想是坚定而彻底的辩证唯物论。要求完成后著作的整个体系从头至尾与唯心论的东西完全排斥。辩证唯物论的指导思想在著作中体现出来是坚定的，彻底的。

2）从逻辑哲学学术上说，我们是坚定的逻辑一元论者。我们坚信，逻辑必须对所有论域一概地正确，只存在一种唯一正确的逻辑。我们提出并对当代形式逻辑进行研究的目的正是为了探索、寻找这种唯一的逻辑。从贵州大学逻辑学专业研究生学位授权点和作为贵州制约逻辑学会、贵州省逻辑教学研究会这些组织以及社会的成员来说，我们又是多元论者，我们赞成和拥护党的“百花齐放、百家争鸣”的方针。

3）撰写本书的逻辑主导思想——继承并发展传统形式逻辑自发的逻辑客体说倾向，弘扬自觉而系统的逻辑客体说理论；继承并弘扬传统形式逻辑关于推理能够从已有知识获取新知识等等深刻正确的主导思想。

龚启荣教授语重心长地说，希望我们齐心协力，刻苦钻研，致力于普通逻辑及其当代发展的研究。

最后，龚启荣教授详细讲解了本著作的撰写提纲。

撰稿会上，经过认真讨论和民主商议，确定本著作主要参考龚启荣的《形式逻辑导引》（贵州人民出版社 1995 年 8 月版）、《逻辑斯谛——又称“数理逻辑”的二值数学》和《当代形式逻辑基础》（贵州教育出版社 2006 年 8 月版）及其在国内外发表的部分论文进行写作。会议对各章节撰稿任务做了具体分工。撰写任务的具体分工如下：

引　言　　龚启荣　叶　森
第 1 章　当代形式逻辑语义学基础（1）
——客观世界的项和事件　　龚启荣
第 2 章　当代形式逻辑语义学基础（2）
——客观世界的逻辑结构和逻辑规律　　龚启荣
第 3 章　逻辑规律是客观世界的规律　　吴春红
第 4 章　逻辑思考概述　　朱　霖
第 5 章　概念　　朱　霖
第 6 章　原子命题　纯真值复合命题　　吴春红
第 7 章　非纯真值复合命题　　吴春红
第 8 章　推理和导出　　吴春红
第 9 章　非推导逻辑定理　　吴春红
第 10 章　传统形式逻辑直言命题　　朱　霖
第 11 章　传统形式逻辑直言命题推导　　朱　霖
第 12 章　逻辑证明与证实　　龚启荣　叶　森
第 13 章　逻辑证明的认识论意义　　龚启荣
第 14 章　对传统形式逻辑读物中一些问题的讨论　　龚启荣
第 15 章　关于逻辑证明哲学意义的深入探讨　　龚启荣
第 16 章　当代形式逻辑基础理论
在军事管理中的应用研究实例　　叶　森
结　　语　逻辑科学的定义　　龚启荣

会议一致通过，请北京市五一劳动奖章获得者、北京市先进科技工作者、逻辑学家林邦瑾教授为本书作序。

本著作在学术上有区别于现行逻辑学读本的一系列创新点。其中最为显著的有两个。

其一，本著作有自觉的逻辑客体说思想。逻辑科学，西方从亚里士多德开始，中国从墨子、韩非子开始，至今，始终研究的是客观世界的逻辑结构和逻辑规律。本书中所讨论的概念（及其符号）、命题（及其式）、逻辑定理（及其表达式——含推理式、导出式、重言式等有效式）就是人对客观世界的对象、事件、逻辑规律的反映（和刻划）。就像化学概念、化学定理是人对客观世界的化学对象（如元素、分子），化学规律（如化学反应规律）的反映一样。化学在事实上研究的是客观世界的化学结构和化学规律。同样，逻辑学在事实上

研究的是客观世界的逻辑结构和逻辑规律。逻辑学从它诞生之日起就没有研究过也没有能力研究人的思维的形式结构和思维的规律。迄今为止，人类对自己的思维几乎一无所知！说亚里士多德逻辑是研究思维的，这是后人强加给先贤亚里士多德的不实之词。亚里士多德连思维是在什么地方进行的都不知道，怎么可能研究思维的形式结构和思维的规律？！

其二，本著作将非纯真值的联结关系和纯真值的联结关系严格区分开，进而将非纯真值的有效命题和纯真值的有效命题（重言命题）严格区分开，并进一步将能从已有知识获取新知识的推理和不能从已有知识获取新知识但仍然有效的导出严格区分开，显示了逻辑科学是人类认识客观世界、改造客观世界的有效工具的性质。

在撰稿过程中，我们考虑了要坚持逻辑学的科学性。始终注意立足于辩证唯物论，坚持作为真正逻辑科学的传统形式逻辑深刻正确的主导思想，充分继承其久盛不衰的理论成果，摒弃还留存于当今一些流行的传统形式逻辑读物中种种陈陈相袭的历史缺陷，排除蕴涵怪论，尽力使之成为名副其实的逻辑真理的科学，以避免谬种流传，贻误青年，贻误读者。鉴于正统数理逻辑研究的是纯真值的真值函数和个体 - 真值函数，它是数学，是离散的基础数学；所谓蕴涵重言式就是同语反复。逻辑科学研究以充分条件关系为核心的非纯真值联结关系构成的能从已知获取新知的推理。纯真值的真值函数和个体 - 真值函数关系只是逻辑研究的次要的辅助的对象。正统数理逻辑与真正意义上的逻辑科学在主导思想上南辕北辙，形同冰碳。因此我们不采取用数理逻辑“改造”传统形式逻辑的作法，更不接受用数理逻辑“取代”传统形式逻辑的做法。本著作将非纯真值的尽举选言命题和纯真值的析取命题严格区分开，并将其三分为尽举相容的、尽举反相容的和尽举不相容的三种，进而刻划其逻辑性质，讨论三种不同的而客观上确实存在的尽举选言推理。在撰写过程中，我们同时注意了科学性与思想性的自然结合，以增强著作的可读性。

自 2005 年以来，由龚启荣教授主持召开的三次（每年一次）全国性逻辑系统专题研讨会，广泛深入地交流了各方面的学术成果。这对本著作的构思和写作起到了积极的推动作用。

最后，全书由龚启荣教授统稿，吴春红老师协助统稿。

本课题的立项研究和出版得到了教育部的大力扶持；得到贵州大学及其所属机构人文社会科学处和教务处的大力支持；得到贵州人民武装学院党委、院行政和学术委员会的大力支持；得到贵州制约逻辑学会和贵州省逻辑教学研究

会的大力支持；得到贵州大学徐之明教授、陆爽教授的大力支持；林邦瑾教授在看完齐、清、定的书稿后，热情洋溢地为本书作了《序》；本书的出版得到电子工业出版社的大力支持，责任编辑董亚峰同志付出了辛勤劳动；美术设计师吴强先生为封面设计付出了辛勤劳动；等等。谨在此一并致以由衷的谢意。

由于课题组成员水平有限，书中难免有不妥之处。恭请海内外贤达不吝赐教。

作　　者

2008 年 10 月 26 日

参 考 文 献

[1] 林邦瑾. 制约逻辑（M），贵州人民出版社 1985 年.

[2] 林邦瑾 龚启荣等. 制约逻辑导论（M），贵州人民出版社 1990 年.

[3] 龚启荣. 形式逻辑导引（M），贵州人民出版社 1995 年版.

[4] 龚启荣. 逻辑斯谛——又称“数理逻辑”的二值数学（M），贵州教育出版社 1998 年.

[5] 龚启荣. 当代形式逻辑基础（M），贵州教育出版社 2006 年版.

[6] 龚启荣. 形式逻辑客体说导论（M），天马出版有限公司 2008 年 8 月版。

[7] 林邦瑾. Lin’s Entailment System Propositional Calculus System ***Cm*** And Notional Calculus System ***Cn***（J），《第八届国际逻辑、科学哲学和科学方法讨论会论文集》莫斯科科学出版社 1987 年.

[8] 林邦瑾.Thenotional Calculus ***Cn*** Of Lin’s Entailment Logc（J），《第九届国际逻辑、科学哲学和科学方法讨论会论文集》瑞典乌普萨拉大学出版社 1991 年.

[9] 龚启荣. An Analysts To Lin’s Entailment Logc By The Classical Proposition（J），kleene’90 国际数理逻辑研讨会论文集，索菲亚 1990 年.

[10] 龚启荣.Entailment Logic And Knowledge Representation（J），《符号逻辑杂志》，美国，1992 年第 1 期第 57 卷.

[11] 龚启荣.Objectivity Logic is The Best Logic Instrument of Knowledge Representation（J），《符号逻辑会刊》，美国，2007 年第 3 期第 13 卷.

[12] 龚启荣.Orthodox Mathematical Logic is Not a Reasoning Theory（J），《符号逻辑会刊》，美国，2007 年第 3 期第 13 卷.

[13] 龚启荣.Objectivity Logic Symbol System Can Logically Represent All Knowledge（J），《第四届国际逻辑与认知研讨会论文集》，广州，2005 年.

[14] 金岳霖. 逻辑（M），商务印书馆 1937 年.